INTRODUZIONE ELEMENTARE

ALL' ELETTROTECNICA

DI

LUIGI DONATI

PROFESSORE ALLA UNIVERSITÀ ED ALLA SCUOLA DEGLI INGEGNERI DI BOLOGNA

Con 115 figure intercalate nel testo

BOLOGNA
DITTA NICOLA ZANICHELLI
1902

PREFAZIONE

Il libro che presento al pubblico ha avuto origine da un corso speciale di elettrotecnica pei Capi-tecnici di artiglieria, ch'io tenni in Bologna l'anno passato per incarico del Ministero della guerra: del qual corso si trova qui riprodotta, con pochi mutamenti ed aggiunte, la parte generale, omessa la parte descrittiva delle esperienze e la parte tecnologica ed applicata. Ciò può servire a spiegare una certa impronta particolare che, malgrado la generalità del soggetto, il lettore riscontrerà nel libro, il quale si risente delle condizioni peculiari del corso stesso.

Parlando a persone quasi al tutto nuove agli studi di elettricità e dovendo quindi incominciare dai fondamenti, io mi sentiva più libero nella scelta dell' indirizzo e meno vincolato ai metodi tradizionali di esposizione. Il loro genere di cultura mi imponeva una forma prettamente elementare, in ordine all' impiego delle matematiche, ed una grande sobrietà di calcoli e di formule. Tuttavia, profittando delle loro attitudini alla riflessione e di una certa facilità d'intuito e di pene-

trazione congiunta alla familiarità coi concetti della meccanica, per supplire ai calcoli col ragionamento e trar profitto dagli esempî e dalle analogie meccaniche, io ho cercato di dare alla materia uno svolgimento adeguato, almeno per ciò che riguarda le parti fondamentali, con una trattazione non troppo superficiale ed incoerente e senza venir meno alla chiarezza e precisione dei concetti.

Come io sia riuscito, lo diranno i lettori al cui giudizio sottopongo il libro: il quale, ad ogni modo, ha una fisonomia propria e si scosta alquanto dalla maggior parte dei libri elementari che si hanno sullo stesso soggetto. Esso è pieno di imperfezioni e di lacune ed è poco più che un abbozzo; ma io lo presento così com'è piuttosto come saggio di un indirizzo didattico che come opera compiuta. E dall'accoglienza che ad esso farà il pubblico competente giudicherò se l'indirizzo sia buono e se sia il caso di accingersi cogli stessi criterii a produrre alcunchè di meno incompiuto e meglio elaborato.

Io adempio in fine al grato dovere di ringraziare pubblicamente l'illustre colonnello Olinto Signorini, cui era stata affidata dal Ministero della guerra la sopraintendenza del corso, il quale con grande larghezza di vedute mi secondò nei miei intendimenti lasciandomi la più ampia libertà, e che inoltre attese con diligenza e con rara competenza a sorvegliare la prima edizione litografica degli appunti del corso, fatta ad uso degli uditori, da cui è poi stato desunto il presente volume.

Bologna, Settembre 1901.

L. Donati

PARTE PRIMA

PRELIMINARI

I. Quantità ed unità.

§ 1. **Misura delle quantità.** — Misurare una quantità significa assegnare il suo rapporto con una determinata quantità della medesima specie che si prende per unità di misura.

L' espressione della quantità stessa viene data quindi per mezzo dell' unità scelta e del numero che indica il detto rapporto. Rappresentando con $[U]$ l' unità, con u il numero, la quantità sarà dunque espressa da

$$u\,[U].$$

Il numero u dipende, per una medesima quantità, dalla grandezza dell' unità $[U]$; e a due unità differenti $[U]$, $[U']$ corrispondono due numeri u, u' i quali, poichè $u\,[U]$ ed $u'\,[U']$ hanno da esprimere la stessa quantità, risultano inversamente proporzionali alle rispettive unità.

Occorrono tante unità differenti quante sono le differenti quantità che si considerano. Esse si possono scegliere ad arbitrio indipendentemente le une dalle altre.

Ma poichè vi sono delle quantità che si definiscono e si valutano per mezzo di altre in virtù di relazioni geometriche, meccaniche, fisiche, ecc., così si può, ed è conveniente, far dipendere le diverse unità le une dalle altre in guisa che da alcune di esse assunte come unità fondamentali si deducano le altre quali unità derivate. In particolare si usa definire le diverse unità per mezzo delle tre unità fondamentali di lunghezza, di massa e di tempo.

Così p. es. le unità di *area* e di *volume* sono definite come il quadrato ed il cubo aventi per lato l'unità di lunghezza; l'unità di *velocità,* come la velocità di un mobile che percorre l'unità di lunghezza nell'unità di tempo.

§ 2. **Dimensioni.** — La deduzione si fa sistematicamente servendosi delle relazioni più semplici, le quali si traducono in formule di derivazione che indicano il *grado* delle unità derivate rispetto alle fondamentali o, come si dice, le *dimensioni.*

Indichiamo con $[L]$, $[M]$, $[T]$ le tre unità fondamentali di lunghezza, di massa e di tempo, e con l, m, t i valori numerici corrispondenti di una lunghezza, di una massa e di un tempo, la cui espressione completa sarà $l\,[L]$, $m\,[M]$, $t\,[T]$. La misura di ogni altra quantità può ricondursi a dipendere da quella delle tre quantità nominate, per modo che il suo valore numerico u si riduca alla forma

$$k\, l^{\alpha}\, m^{\beta}\, t^{\gamma}$$

essendo k un coefficiente di proporzionalità. Si dice che essa quantità è di grado α rispetto alla lunghezza, di grado β rispetto alla massa, di grado γ rispetto al tempo; e si prende per sua unità la quantità stessa quale essa diviene supponendo la lunghezza, la massa e il tempo

uguali alle rispettive unità $[L]$, $[M]$, $[T]$, e quindi $l=1$, $m=1$, $t=1$. Con ciò k diviene uguale a 1, e si ha

$$u = l^\alpha m^\beta t^\gamma$$

e l' unità derivata $[U]$ così determinata si rappresenta col simbolo

$$[L^\alpha M^\beta T^\gamma]$$

che sta ad indicarne le dimensioni. Così, ad esempio, essendo la velocità di un mobile proporzionale al rapporto $l:t$ dello spazio percorso al tempo impiegato a percorrerlo, si prende per unità di velocità la velocità corrispondente all' unità lineare $[L]$ percorsa nell' unità di tempo $[T]$, che si rappresenta col simbolo $[L T^{-1}]$, essendo qui $\alpha = 1$, $\beta = 0$, $\gamma = -1$.

Cangiando la grandezza delle unità fondamentali nel rapporto di $1:\lambda$ per $[L]$, di $1:\mu$ per $[M]$, di $1:\tau$ per $[T]$, la grandezza dell' unità derivata varierà nel rapporto di $1:\lambda^\alpha \mu^\beta \tau^\gamma$.

Ad un sistema di unità così dedotte si dà il nome di sistema di unità assolute.

Fra gli altri vantaggi che presenta un sistema siffatto vi ha quello di semplificare le relazioni liberandole da coefficienti inutili e di dar loro il carattere di invariabilità. Così ad es. le espressioni

$$\pi R^2, \qquad {}^4/_3 \pi R^3$$

che rappresentano rispettivamente l' area di un cerchio ed il volume di una sfera in funzione del raggio R, sussistono in generale in grazia della scelta dell' unità di area e di volume definite come sopra: altrimenti esse porterebbero un fattore numerico variabile colla unità.

Ecco ora senz' altro nel seguente prospetto la definizione e le dimensioni di alcune unità meccaniche derivate:

QUANTITÀ	DEFINIZIONE	UNITÀ	Dimensioni
Velocità. . .	Rapporto $\frac{\text{spazio}}{\text{tempo}}$	Velocità di un mobile che percorre $[L]$ in $[T]$.	$[LT^{-1}]$
Accelerazione	" $\frac{\text{velocità}}{\text{tempo}}$	Accelerazione per la quale si ha in $[T]$ l'aumento di velocità $[LT^{-1}]$	$[LT^{-2}]$
Forza. . . .	Prodotto massa $\times$ accelerazione	Forza capace di imprimere a $[M]$ l'accelerazione $[LT^{-2}]$. . .	$[LMT^{-2}]$
Lavoro . . .	" forza $\times$ cammino	Lavoro della forza $[LMT^{-2}]$ per un percorso $[L]$	$[L^2MT^{-2}]$
Forza viva .	Semiprodotto della massa per il quadrato della velocità	Forza viva posseduta dalla massa $[M]$ animata dalla velocità $[LT^{-1}]$	$[L^2MT-^2]$
. . . . . .	. . . .	. . . .	. . . .

Si vede chiaramente come il prospetto si possa continuare applicando lo stesso processo di derivazione a qualunque altra unità meccanica. E quel che si dice per le quantità geometriche e meccaniche si estende ovviamente a tutte le quantità fisiche per le quali si abbiano dalla loro definizione elementi sufficienti a stabilirne la dipendenza dalle tre quantità fondamentali suddette. Così ad es. per la *densità*, definita mediante il rapporto *massa* : *volume*, si trovano subito le dimensioni $[M]:[L^3]$, ossia $[L^{-3}M]$, e quale unità: la *densità di un corpo avente l'unità di massa nell' unità di volume*; per la *pressione*, definita mediante il rapporto *forza* : *superficie*, si trovano le dimensioni $[LMT^{-2}]:[L^2]$ ossia $[L^{-1}MT^{-2}]$ e quale unità: la *pressione che dà l' unità di forza per unità di superficie*; e così via via. E s' intende senz' altro come il processo stesso sarà estensibile a tutte le quantità la cui misura può in qualunque modo ricondursi a misure geometriche e meccaniche.

Le espressioni dimensionali di cui $[L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}]$ rappresenta il tipo, oltre al loro ufficio immediato di stabilire la dipendenza fra le unità derivate e le fondamentali, hanno anche quello di specificare la natura delle grandezze. A questo proposito va ricordato il carattere dell'*omogeneità*, proprio di tutte le relazioni della geometria, della meccanica e della fisica (poichè è evidente che non sono fra loro comparabili che quantità aventi dimensioni identiche), il quale fornisce spesso un mezzo utile di controllo. Le quantità che vengono definite mediante un rapporto di grandezze della medesima specie, come p. es. gli *angoli* (rapporti di archi di circolo al raggio), le *densità relative* (rapporti di due densità), ecc., hanno *dimensioni nulle*; cioè sono quantità puramente numeriche.

§ 3. **Sistema C. G. S. - Unità tecniche.** — Ciò che si è detto vale qualunque sieno le unità di lunghezza, di massa e di tempo, la cui scelta può variare secondo i paesi, il genere delle misure, ecc. Ma vi è ora un sistema universalmente accettato in seguito ad accordi internazionali, ed è quello che fu proposto dalla Associazione Britannica (1875) ed ha per base il *centimetro*, il *grammo* ed il *minuto secondo,* riattaccandosi così al sistema metrico decimale. Esso suole indicarsi colla sigla C. G. S., e le unità derivate in questo sistema si chiamano *unità assolute* C. G. S., o semplicemente *unità* C. G. S., senza avere denominazioni speciali, ad eccezione dell'unità di forza e dell'unità di lavoro, per cui si usano rispettivamente i nomi di *dina* e di *erg.* La *dina* è dunque la *forza capace di imprimere in un secondo alla massa di un grammo una velocità di un centimetro al secondo*; e l'*erg* è il *lavoro di una dina per un percorso di un centimetro.*

Accanto alle unità assolute si conserva poi l'uso di altre unità convenzionali, spesso più comode nella

pratica: il che non ha inconvenienti quando sia fissato il loro rapporto colle unità assolute per fare all' occorrenza le riduzioni.

Così p. es. per l' unità di forza si usa sovente il *peso* di un grammo o di un chilogrammo il cui rapporto colla *dina* è rappresentato da g o rispettivamente $10^3 g$, g essendo il valore della gravità, ossia l' accelerazione di un corpo che cade nel vuoto, espresso in unità assolute. Per l' unità di lavoro si usa corrispondentemente il *chilogrammetro* il cui rapporto coll' *erg* è rappresentato da $10^2 \times 10^3 g = 10^5 g$. Queste unità non sono perfettamente definite essendo, come si sa, g variabile da luogo a luogo; ma le variazioni sono abbastanza piccole da potersi trascurare, quando non si tratti di misure di grande precisione, e si usa adottare per g il valore fisso $9,81 . 10^2$. Così si ha

$$\text{Kg (peso)} = 9{,}81 . 10^5 \text{ dine}, \quad \text{Kgm} = 9{,}81 . 10^7 \text{ erg}.$$

Un' altra unità pratica di lavoro introdotta più recentemente dopo lo sviluppo delle applicazioni elettromeccaniche è il *joule*, che può definirsi

$$\text{joule} = 10^7 \text{ erg} = \frac{1}{9{,}81} \text{ Kgm}.$$

Alle unità di lavoro si collegano le unità di *potenza*, intendendo per *potenza* il rapporto del lavoro al tempo impiegato. Le dimensioni della potenza così definita sono $[L^2 M T^{-2}] : [T]$, ossia $[L^2 M T^{-3}]$, e l' unità C. G. S. è l' *erg per secondo*. Come unità pratiche, oltre il *chilogrammetro per secondo* $= 9{,}81 . 10^7$ *erg per secondo*, si hanno il *cavallo-vapore* = 75 *chilogrammetri per secondo*, il *watt* corrispondente a un *joule per secondo* ed il *chilowatt* $= 10^3$ *watt*. E fra *cavallo-vapore* e *watt* o *chilowatt* corre la relazione

$$\text{cav.} = 736 \text{ watt} = 0{,}736 \text{ chilowatt}.$$

II. **Vettori - Campi vettoriali.**

§ 4. **Scalari e vettori.** — Si chiamano *scalari* quelle quantità per le quali si ha da considerare solo la *specie* e la *grandezza*, e che risultano completamente determinate mediante l' assegnazione dell' unità e del numero che esprime il rapporto della quantità alla rispettiva unità. Tali sono p. es. *massa*, *volume*, *densità*, ecc. Si dà invece il nome di *vettori* alle quantità che hanno anche una *direzione*, come *velocità*, *accelerazione*, *forza*, ecc.

Ogni vettore si può rappresentare mediante un *segmento* la cui direzione sia quella del vettore e la cui lunghezza letta in iscala conveniente esprima la grandezza del vettore stesso, essendo sottintesa la corrispondenza fra la lunghezza assunta quale unità sul segmento e l' unità di misura della specie cui appartiene il vettore. Resta arbitraria la scelta dell' origine del segmento, riguardandosi come uguali segmenti aventi la stessa lunghezza e direzioni parallele, qualunque sieno le loro origini, cioè i punti da cui sono condotti. I vettori si sogliono indicare con caratteri grassi **A**, **B**..., e con le stesse lettere A, B,... in caratteri ordinarii si usa indicarne la grandezza assoluta che chiamasi spesso il *tensore*.

Ai vettori, come ai segmenti, si applica il principio di *somma geometrica*, di che si ha frequente esempio in meccanica trattando di forze, di velocità, ecc.: e quindi valgono per essi tutte le proposizioni intorno alla composizione e decomposizione, alle proiezioni, ecc.; tutte, insomma, le proposizioni relative ai segmenti.

Accade spesso di dover considerare quel che suole chiamarsi *prodotto scalare* di due diversi vettori **A**, **B**, per cui s' intende la quantità scalare

$$AB \cos(\mathbf{AB})$$

rappresentata dal prodotto dei due tensori nel coseno dell' angolo compreso fra le due direzioni, ossia dal prodotto del tensore di uno dei due vettori, qualunque esso sia, per la componente dell' altro secondo la direzione del primo. Noi l'indicheremo con la segnatura $|\mathbf{AB}|$.

Ciò che dà importanza a questa formazione e giustifica in qualche modo la denominazione di *prodotto,* si è che ad essa appartiene la *proprietà distributiva*, come si riconosce facilmente in base alla definizione stessa: talchè se p. es. $\mathbf{A}$ è somma geometrica o risultante di più vettori $\mathbf{A}'$, $\mathbf{A}''$...., $|\mathbf{AB}|$ si riduce alla somma

$$|\mathbf{A}'\mathbf{B}| + |\mathbf{A}'\mathbf{B}| + \dots.$$

e questo vale allo stesso modo per ambedue i fattori. Essa gode inoltre evidentemente anche della proprietà commutativa, cioè si ha $|\mathbf{AB}| = |\mathbf{BA}|$. Per due vettori aventi ugual direzione il prodotto scalare $|\mathbf{AB}|$ diviene uguale al prodotto AB dei tensori, mentre per due vettori fra loro ortogonali esso si riduce a zero.

§. 5. **Campi vettoriali.** — Spesso interviene che di una medesima quantità vettorale, come una forza, una velocità, ecc., si abbiano a considerare valori diversi per diversi punti dello spazio, di maniera che in tutta una regione la quantità stessa varii con continuità da punto a punto, sia in grandezza, sia in direzione. Si ha allora quel che si chiama in generale un *campo vettoriale*, cioè uno spazio a ciascun punto del quale compete una determinata condizione del vettore. Chiamasi poi *intensità del campo* la grandezza del vettore e *direzione del campo* la direzione del vettore stesso, le quali ambedue si suppongono variabili con legge continua. Nel caso particolare in cui intensità e direzione si mantengano costanti dappertutto, il campo dicesi *uniforme.*

Qualunque sia la legge della distribuzione e la natura del vettore, si può rappresentare questo in ogni

punto mediante un segmento con l'origine in quel punto e di grandezza e direzione corrispondenti a quelle del vettore. Essendo arbitraria la scala della rappresentazione, il segmento può supporsi piccolissimo ed assimilarsi ad uno spostamento elementare attribuito al punto stesso: e supponendo lo spazio occupato da un mezzo continuo non rigido e riferendo gli spostamenti ai punti materiali di questo mezzo, si ha un'immagine cinematica atta all'illustrazione dei caratteri del campo, e a cui suole informarsi la terminologia in uso pei campi vettoriali, ispirandosi più particolarmente al caso che il mezzo suddetto sia rappresentato da un fluido. Se si riguardano gli spostamenti come dovuti ad un moto contemporaneo di tutti i punti durante un tempuscolo, si può, anzichè agli spostamenti, riferirsi alle velocità che risultano dividendo quelli per il detto tempuscolo.

Si chiamano quindi *linee di flusso*, le linee le quali in ogni loro punto hanno per tangente la direzione del campo. Di tali linee per ogni punto p del campo ne passa una ed una sola. Se infatti da p si conduce la retta che dà la direzione del vettore in quel punto, e prendendo su questa retta un punto p' vicinissimo a p, si conduce da p' un'altra retta che dia la direzione in p', e su di essa si prende similmente in vicinanza di p' un punto p'' da cui si conduca la retta che dà la direzione del vettore in p'', e così di seguito, ne risulta una linea poligonale i cui lati pp', $p'p''$, $p''p'''$... danno rispettivamente la direzione del vettore in p, p', p'',... e che al limite si riduce ad una linea continua che è la linea di flusso passante per p.

Si chiamano poi *tubi di flusso* gli spazii tubulari limitati lateralmente da superficie che rappresentino il luogo geometrico delle linee di flusso passanti per i punti di una linea chiusa: tubi di sezione molto piccola diconsi *elementari*. In un campo uniforme le linee di flusso

sono rappresentate da rette parallele ed i tubi di flusso sono quindi rettilinei e di sezione costante.

In un tubo elementare, se in un punto del suo corso si considera una sezione retta, ***il prodotto dell'area di questa per l'intensità del campo*** (il quale per la piccolezza della sezione e per la supposta continuità può riguardarsi come uniforme in tutta l'estensione della sezione stessa) dà la misura del *flusso* lungo il tubo in corrispondenza della sezione considerata. E se invece della sezione retta si considera una sezione obliqua, lo stesso flusso verrà espresso dal prodotto dell'area di quest'ultima per la componente del campo secondo la direzione della normale alla medesima; e ciò qualunque sia la sua orientazione. Infatti designando con $\mathbf{A}$ il vettore, con ω l'area della sezione retta, con α quella di una qualunque sezione obliqua la cui orientazione s'intenda definita dalla direzione della sua normale n, con A, al solito, la grandezza di $\mathbf{A}$, ossia l'intensità del campo, con A_n infine la componente secondo la direzione di n, e notando che si ha

$$A_n = A \cos(n\mathbf{A}), \quad \omega = \alpha \cos(n\mathbf{A}),$$

risulta

$$A_n \alpha = A\omega.$$

E se si considera in generale un elemento superficiale α comunque tracciato nel campo, si ha nel prodotto $A_n \alpha$ della componente del campo normale all'elemento per l'area del medesimo l'espressione del *flusso attraverso l'elemento* α. Per una superficie qualsiasi si avrà similmente il flusso facendo la somma dei flussi che attraversano i singoli elementi. Immaginando la superficie divisa per modo in parti, che per ognuna di esse si abbia un flusso uguale a 1, e ad ogni parte facendo corrispondere un tubo, il numero dei tubi che per tal modo si ottiene sarà uguale al numero che rappresenta

il flusso, e potrà come quest'ultimo essere preso positivamente o negativamente, a seconda del verso attribuito alla normale, ed avere un valore numerico qualsiasi. Così deve intendersi la cosa quando, come spesso si suol fare, si parla di *numero di linee* in senso quantitativo e come sinonimo di flusso.

§ 6. **Campi solenoidali.** — Quando si tratta di una superficie chiusa che limiti una porzione del campo, vi è luogo a considerare il flusso *uscente* od *entrante* attraverso le diverse parti della medesima. Riferendosi alla direzione della normale *esterna*, il flusso uscente sarà *positivo* e il flusso entrante *negativo*. Così pure vi ha luogo a considerare il *flusso totale* attraverso la superficie, rappresentato dalla somma algebrica dei flussi relativi alle diverse parti o dalla differenza fra il numero di linee che escono attraverso la superficie dall'interno e di quelle che vi penetrano dal di fuori. Ora vi sono dei campi vettoriali pei quali, o in tutta la loro estensione o in qualche regione, il flusso totale *risulta sempre nullo* per qualunque superficie che racchiuda una qualsiasi porzione di spazio tutta appartenente al campo o a quella regione. Siffatti campi, che hanno grande importanza nell'elettromagnetismo, prendono il nome di campi *solenoidali.*

Prendendo per superficie chiusa quella di un tronco di tubo di flusso limitato da due sezioni quali si voglia e notando che per la superficie laterale del tubo il flusso è nullo dappertutto, la condizione precedente viene a significare che il flusso entrante per la prima sezione è uguale a quello uscente per la seconda, comunque esse sieno disposte, e quindi in generale che il flusso si mantiene costante attraverso ogni sezione. Perciò una regione solenoidale *è divisibile in tubi di flusso costante*, e reciprocamente: ed è appunto da questa proprietà che è venuto il nome di solenoidale (da σωλήν, tubo). In una

tal regione *non possono quindi aver principio nè fine linee di flusso*: onde queste o debbono essere rientranti od attraversare la regione entrando ed uscendo per la superficie che la limita.

L' esempio più ovvio di un campo solenoidale ci è offerto dallo spostamento dei punti di una massa fluida *incompressibile*, dove evidentemente ciò che entra in una data porzione dello spazio deve essere uguale a ciò che esce dalla medesima, e le linee e i tubi di flusso considerati in tutto il loro corso hanno carattere essenzialmente rientrante o circuitale. Ma vi ha un altro esempio che, meno evidente, è però di eguale importanza, e ci è fornito pure dal movimento di una massa fluida, qualora v' intervengano anche dei moti vorticosi o rotatorii. In tal caso se, invece di riferirci come sopra allo spostamento, si considera la *rotazione* delle particelle del fluido, si ha parimenti un campo vettoriale (poichè in ogni punto dello spazio occupato dalla massa fluida la rotazione ha una grandezza ed una direzione indicata dall' asse di rotazione): il quale, come insegna la cinematica dei fluidi, è anch' esso essenzialmente solenoidale, e ciò indipendentemente dall' essere o no il fluido incompressibile.

E così il moto dei fluidi ci presenta l' esempio di due tipi diversi di campo solenoidale, l' uno relativo agli spostamenti (supposta l' incompressibilità) e l' altro alle rotazioni, ai quali avremo da far richiamo in seguito.

§ 7. **Campi lamellari. - Potenziale.** — Se in un campo vettoriale s' immagina tracciata comunque una linea che s' intenda percorsa in un certo verso, e supponendola divisa in tratti elementari e riguardando ciascun tratto come un segmento elementare $\mathbf{s}$, si fa la somma di tutti i termini $|\mathbf{A}\,\mathbf{s}| = A_s s$, ciascuno dei quali rappresenta il prodotto scalare del valore di $\mathbf{A}$ nell' intorno di un elemento (potendo il campo ritenersi

uniforme in quel piccolo tratto) per il relativo segmento s, o della componente A_s secondo la direzione di s per la lunghezza s del segmento, ne risulta una quantità scalare la cui considerazione è di grande importanza. Ora vi è una classe di campi caratterizzati dalla proprietà che il valore di detta quantità *è sempre nullo per qualunque linea chiusa o rientrante* tutta contenuta nel campo. Siffatti campi prendono il nome di *lamellari*.

In un campo lamellare, data una linea chiusa qualsivoglia, se mediante due punti o, p si divide comunque il suo perimetro in due parti, la somma dei termini elementari $A_s s$ dovendo esser nulla per l' intero perimetro, sarà uguale e di segno contrario per le due parti percorse nel medesimo verso, e quindi uguale e dello stesso segno per le due parti percorse in verso opposto partendo p. es. da o e andando verso p. Per l' arbitrarietà della linea presa in considerazione, ne segue che in un campo lamellare la somma dei termini $A_s s$ computata per un qualunque cammino tracciato fra due punti quali si voglia, rimane sempre la stessa, vale a dire che risulta indipendente dal cammino e dipende solo dalla posizione dei punti estremi. Preso per o un determinato punto fisso, e supponendo che p possa assumere qualunque posizione nel campo, indichiamo con φ il valore preso con segno cangiato della somma predetta computata da o a p: sarà φ indipendente dalla via seguìta e dipenderà soltanto dalla posizione di p. Questa quantità φ chiamasi *potenziale* del campo. Indicando con φ' e φ'' rispettivamente i valori del potenziale corrispondenti a due posizioni p' e p'' del punto p, la differenza $\varphi' - \varphi''$ rappresenta il valore della somma dei termini $|As|$ andando da p' a p'': poichè essendo indipendente dal cammino si può calcolarla supponendo di andare da p' ad o e poi da o a p'', il che dà appunto $\varphi' - \varphi'$.

Considerando l'insieme dei punti pei quali φ ha un medesimo valore, si ha una *superficie equipotenziale*; e di queste se ne ha una per ogni valore speciale attribuito a φ: una famiglia quindi di superficie. Tali superficie, le quali non possono fra loro intersecarsi (altrimenti nei punti comuni φ dovrebbe avere allo stesso tempo valori diversi) vengono a dividere il campo in porzioni stratiformi, onde il nome di *lamellare*. Supponendo che il punto p si muova sopra una superficie equipotenziale di un tratto elementare $\mathbf{s}$, siccome φ si mantiene costante, il termine corrispondente $|\mathbf{As}|$ deve riuscir nullo, qualunque sia la direzione di $\mathbf{s}$ sulla superficie; vale a dire che $\mathbf{A}$ deve essere perpendicolare alla superficie. Onde si ha che *le linee di flusso sono normali alle superficie equipotenziali in ogni punto di queste.*

Così dunque mediante le superficie equipotenziali si può in qualunque punto avere la direzione del campo. Ma è facile vedere che si può altresì averne l'intensità: poichè se si divide la differenza dei valori di φ spettanti a due superficie vicinissime per la loro distanza normale nel punto voluto, il quoziente ci rappresenta precisamente l'intensità del campo in quel punto, come si vede subito osservando che il termine $|\mathbf{As}|$ corrispondente alla detta differenza si riduce al prodotto di A per la distanza normale delle due superficie. Si conclude che per mezzo delle superficie equipotenziali si ha la completa individuazione del vettore in un punto qualsivoglia, e che quindi *un campo lamellare è pienamente determinato per mezzo del suo potenziale* φ. Perciò quando si tratta di campi lamellari giova riferirsi generalmente al potenziale, che come quantità scalare si presta al calcolo meglio del vettore.

Una proprietà che va notata si è che nei campi di questo genere *non possono esistere linee di flusso chiuse* o rientranti. Infatti se si avesse una linea siffatta, percorrendone il circuito nel verso corrispondente a quello del

vettore **A**, si avrebbe una somma di termini |**A** s| tutti positivi (|**A** s| riducendosi nel caso presente ad As) e quindi φ dovrebbe decrescere costantemente, mentre d' altra parte ritornando al punto di partenza si dovrebbe ritrovare il valore iniziale: onde vi ha incompatibilità.

§ 8. **Campi solenoidali e lamellari a un tempo; campi composti.** — Un medesimo campo può in qualche regione essere al tempo stesso lamellare e solenoidale. In questo caso non potranno nella regione esistere linee di flusso chiuse nè aver principio o fine linee aperte: non potranno dunque aversi che linee di passaggio. Un campo siffatto ammette la doppia divisione in tubi di flusso costante ed in istrati mediante le superficie equipotenziali, onde risulta una divisione in celle di forma cilindrica costituite da tronchi di tubi aventi per basi le superficie equipotenziali. L'esempio più semplice di campi di questo genere si ha da un campo uniforme, il quale evidentemente è solenoidale e lamellare insieme. In questo caso i tubi di flusso sono rettilinei e le superficie equipotenziali sono piani paralleli.

Osserviamo da ultimo che i campi solenoidali e i campi lamellari possono considerarsi come i due tipi semplici o elementari dalla cui combinazione risulta ogni altro campo vettoriale. Poichè si dimostra che qualunque campo che non sia solenoidale o lamellare può sempre ridursi al sistema di un campo solenoidale e di un campo lamellare sovrapposti mediante somma geometrica.

III. **Energia: sue forme.**

§ 9. **Materia ed energia.** — I fenomeni elettrici che ci accingiamo a studiare obbediscono, come tutti gli altri fenomeni della natura, ad una legge generale cui si coordinano tutte le leggi e le manifestazioni particolari, e che serve di scorta per orientarsi in mezzo al loro svariato complesso. Questa legge, che è il cardine della fisica moderna, ha molta analogia con un' altra legge fondamentale, conosciuta già molto prima, quella cioè della *conservazione della materia.*

Come la materia non si crea nè si distrugge, ma si conserva attraverso tutte le combinazioni, trasformazioni, ecc., sì che la sua quantità in un dato spazio non può crescere o decrescere se non per quanto vi venga importato dal di fuori o ne venga esportato, così vi ha in tutti i processi fisici un' altra cosa che non può crearsi nè distruggersi, pur essendo suscettiva di molteplici trasformazioni, e la cui quantità in un dato sistema può solo essere accresciuta o diminuita per effetto di importazione o di esportazione.

Quest' altra cosa è ciò che si chiama *energia*, e la legge in discorso dicesi legge della *conservazione della energia.*

Materia ed energia si presentano quindi nell' universo come elementi sostanziali indistruttibili, le cui modificazioni, trasformazioni e trasmissioni costituiscono il mondo dei fenomeni chimici e fisici.

§ 10. **Energia meccanica.** — La prima nozione di energia, insieme colla nozione di lavoro che ad essa è essenzialmente associata, si trasse dai fenomeni meccanici i quali ci presentano le forme più semplici e i più

semplici esempî di trasformazione conservativa. Un corpo in movimento possiede, in virtù della velocità da cui è animato, la capacità o potenza di produrre certi effetti, come vincere resistenze, produrre deformazioni, e via dicendo (esempi: martello, proiettili, ecc.): e questa è appunto *energia*, la quale, per essere dovuta al movimento, prende il nome di energia di movimento o energia cinetica, e si assume come equivalente alla così detta forza viva (rappresentata dal semiprodotto $\frac{mv^2}{2}$ della massa del corpo per il quadrato della velocità, o dalla somma di tutti i semiprodotti analoghi quando si tratti di più corpi o parti di corpo aventi velocità diverse).

Per la relazione esistente fra *forza viva* e *lavoro meccanico,* ciò viene a dire che l'energia cinetica di un corpo o sistema in moto, si misura dalla quantità di lavoro meccanico che lo stesso corpo o sistema è capace di produrre in virtù del suo stato di moto.

Ma qui convien anzitutto ricordare con precisione che cosa s'intenda per lavoro meccanico.

Questo risulta dall'atto del movimento di corpi soggetti all'azione di forze: per un punto materiale che percorra un tratto rettilineo s essendo soggetto ad una forza f costante in grandezza e direzione, il lavoro è espresso dal *prodotto* $fs \cos(fs)$ *dell'intensità della forza per la componente del cammino percorso secondo la direzione della forza,* ossia dal prodotto scalare $|fs|$ della forza e del cammino considerati come vettori. La stessa espressione si applica anche al caso di una forza variabile e di un cammino curvilineo, qualora si consideri un tempuscolo brevissimo, durante il quale il tratto di cammino si può riguardare in ogni caso come rettilineo e la forza come costante in grandezza e direzione: allora per avere il lavoro durante un tempo qualsiasi, si ha da fare la somma dei lavori elementari corrispondenti ad una successione di tempuscoli in cui si considera

divisa la durata totale. Il lavoro risulta positivo o negativo secondo che l'angolo (fs) è acuto od ottuso: nel primo caso si chiama lavoro *della* forza, nel secondo caso, lavoro *contro* la forza.

Se la forza applicata al punto è la risultante di più forze agenti contemporaneamente sul punto stesso, si ha che *il lavoro della risultante è uguale alla somma algebrica dei lavori delle singole forze.* Questi ultimi possono essere alcuni positivi e alcuni negativi, e allora i termini corrispondenti si compensano in parte o in tutto, vale a dire che al lavoro di alcune forze fa riscontro il lavoro contro altre: il compenso sarà completo quando la risultante è nulla, ossia quando le forze *si fanno equilibrio.*

Dal caso di un punto si passa a quello di un sistema qualsiasi (sistema di punti, corpo o sistema di corpi) facendo semplicemente la somma algebrica dei lavori singoli.

La relazione fra lavoro e forza viva viene espressa da un teorema generale di meccanica il quale stabilisce: che *per qualunque sistema in movimento la variazione della forza viva totale del sistema per un dato tempo qualsiasi è uguale al lavoro complessivo (somma algebrica) fatto durante quel tempo da tutte le forze che agiscono sul sistema.* Di qui, specificando ed applicando all' energia cinetica, si ha, che *ogni aumento o diminuzione dell' energia cinetica del sistema ha per misura rispettivamente il lavoro positivo o negativo delle forze agenti sulle masse in moto*, cioè il lavoro *assorbito* o *estrinsecato* dal sistema. Così è stabilita nettamente la relazione fra energia cinetica e lavoro.

Ma la capacità o potenza di produrre lavoro meccanico, oltre che dalle *condizioni di moto*, può derivare anche dalle *condizioni di posizione*, come apparisce subito da esempi comunissimi (corpi levati in alto, corpi elastici in tensione per effetto di deformazione, ecc.): onde,

accanto all' energia cinetica, si è tratti a considerare anche un' *energia di posizione* o *energia potenziale* avente per misura il *lavoro meccanico disponibile* dipendentemente dalla posizione, configurazione, ecc. del sistema, cioè il lavoro fornito dalle forze del sistema nel passaggio eventuale di questo da quella qualunque posizione A che si considera ad una posizione fissa A_0 di riferimento.

Se le forze del sistema sono tali che il lavoro corrispondente al passaggio fra due posizioni A' e A'' quali si voglia non dipenda che dalle posizioni stesse e non da alcun' altra circostanza, e così in particolare sia indipendente dal modo con cui avviene il passaggio, dal tempo impiegato, dalle posizioni intermedie percorse, ecc., nel qual caso il detto lavoro, come è facile vedere, risulta uguale alla *differenza fra il lavoro disponibile in A' e quello disponibile in A''*, che in virtù della stessa condizione posta sono ambedue *perfettamente determinati*, dati che sieno A' ed A'', allora si può dire che tale lavoro rappresenta la *diminuzione dell' energia potenziale* del sistema nel passaggio da A' ad A''. D' altra parte il medesimo lavoro rappresenta, per quanto sopra, *l' aumento dell' energia cinetica* del sistema stesso. Se quindi si considera la somma dell' energia cinetica e dell' energia potenziale, che prende il nome di energia totale, si ha che *essa si mantiene costante*, poichè di quanto cresce l' una, di tanto decresce l' altra: e si può dire che nei varii cangiamenti le due energie non fanno che trasformarsi l' una nell' altra, ed il lavoro rappresenta la misura delle quantità che così si trasformano. Il moto del pendolo, le oscillazioni di corpi elastici, ci forniscono esempî comuni di tali trasformazioni.

Se consideriamo più generalmente un sistema che, oltre alle forze da cui dipende l' energia potenziale, che chiameremo *interne* e per le quali si *suppone soddisfatta la condizione predetta* (dipendenza del lavoro di pas-

saggio solo dalle posizioni iniziale e finale), sia soggetto ad altre forze *esterne* quali si voglia, avremo che, mentre l'*aumento* dell'energia cinetica corrisponde alla somma dei lavori delle forze interne e delle forze esterne prese insieme, la *diminuzione* dell'energia potenziale corrisponde invece al lavoro delle sole forze interne: onde la somma, ossia l'energia totale, non resta più costante, ma cresce o decresce di quantità uguali all'importo dei lavori positivi o negativi delle forze esterne. Essa varia pertanto in ragione di ciò che il sistema riceve dall'esterno in lavoro o di ciò che emette: vi ha dunque in esso conservazione dell'energia, ed il sistema dicesi conservativo.

Indicando genericamente con U l'energia totale, con U' e U'' i suoi valori per due *stati* S' e S'' (includendo nella parola *stato* tanto le condizioni di moto come quelle di posizione), e con L il lavoro delle forze esterne nel passaggio da S' a S'', avremo l'equazione dell'energia per un tal sistema, nella forma

$$U'' - U' = L.$$

Se gli scambii di lavoro esterno L si fanno con altri sistemi pure conservativi, allora di quanto cresce l'energia di un sistema, di altrettanto decresce l'energia degli altri; e l'energia del complesso si mantiene costante. Ed ecco il principio della conservazione dell'energia quale esso si presenta dapprima in meccanica. Ma perchè un sistema sia conservativo occorre che esso soddisfaccia alla condizione ridetta, in virtù della quale soltanto si può parlare dell'energia U come di quantità determinata, funzione *unicamente dello stato del sistema.*

Se non che, per l'intervento inevitabile degli *attriti* e delle *resistenze passive* in genere, il principio stesso, considerato sotto l'aspetto meccanico, non si verifica mai esattamente, non esistendo in natura dei sistemi perfettamente conservativi nel senso sopraindicato, onde esso

si ridurrebbe ad una proposizione astratta che suppone una condizione ideale cui ci si può avvicinare, ma che non è possibile raggiungere. Infatti l' azione delle resistenze passive importa sempre, dal punto di vista meccanico, una perdita di energia. Di ciò offre continui esempi l' osservazione: e infatti vediamo sempre dei corpi in moto perdere a grado a grado la loro velocità senza compenso apparente, e nelle macchine il lavoro motore essere sempre maggiore del lavoro utilizzato, ecc.; vediamo cioè che, mentre nei sistemi conservativi, come si è visto, il lavoro corrisponde sempre ad una trasformazione di energia, sicchè mentre da un lato è prodotto a spese di una certa energia, genera d' altro lato altra energia in quantità equivalente (come p. es. nei sistemi perfettamente elastici, dove l' energia potenziale del corpo deformato rappresenta l' equivalente dell'energia spesa nel lavoro di deformazione), ciò non accade più là dove sono delle resistenze passive, le quali sono di tal natura che assorbono sempre lavoro senza mai produrne, e al lavoro da esse assorbito non corrisponde apparentemente nessuna produzione di energia; onde il lavoro stesso appare perduto e perduta l' energia spesa per produrlo.

§ 11. **Energia termica.** — Ma ognuno sa che l'azione delle resistenze passive va sempre congiunta con uno svolgimento di calore; e l' avere potuto stabilire, come si è fatto, che il calore sviluppato rappresenta qui il compenso energetico del lavoro meccanico perduto, è stato un passo decisivo verso il riconoscimento del principio dell' energia quale si intende oggi. Infatti l' esperienza aveva dimostrato da un pezzo che non solo si può produrre calore mediante consumo di lavoro o di forza viva (per attrito, compressione, ecc.), ma che reciprocamente si può produrre lavoro per mezzo di calore (come si vede nelle macchine termiche); onde si era

tratti ad attribuire al calore il carattere di energia. D' altra parte l' inutilità dei tentativi fatti in ogni tempo per realizzare il così detto *moto perpetuo* (cioè una macchina o sistema capace di *creare* del lavoro) aveva indotto gradatamente il convincimento dell'impossibilità della cosa, facendo strada al concetto di energia come di una entità che non possa in natura nè crearsi nè distruggersi. Questo concetto fu espresso per la prima volta nel 1842 dal Mayer, il quale formulò nettamente il principio che tutti i fenomeni si riducano a trasformazioni o scambii dell' energia, la quale sarebbe suscettibile di prendere diverse forme, ma mai di essere creata o distrutta; ed applicandolo ai casi in cui vi ha produzione di calore e consumo di lavoro o viceversa, ne dedusse la legge dell' equivalenza del lavoro e del calore, in virtù della quale in tutti i casi suddetti fra le quantità di calore prodotto e di lavoro consumato o viceversa *deve esistere un rapporto costante*, il cui valore numerico dipenderà dalle unità di misura adottate per il calore e per il lavoro. La constatazione sperimentale fu poi fatta dal Joule, il quale per primo (1843), con una serie memorabile di ricerche, verificò la costanza del suddetto rapporto in condizioni svariate, e ne determinò il valore. Altre ricerche sperimentali in gran numero per parte di altri fisici seguirono dipoi, e da tutte è risultata la piena conferma della legge dell' equivalenza.

Se per unità di lavoro si prende il chilogrammetro e per unità di calore la caloria (grande, ossia relativa al chilogrammo), il valore del rapporto, che suole indicarsi colla lettera E, si aggira intorno a 425: vale a dire che una caloria equivale a 425 chilogrammetri.

Ciò posto, alla relazione già trovata per esprimere il principio della conservazione dell' energia in senso puramente meccanico, fa riscontro una relazione analoga per il principio stesso preso in significato più largo mettendo in conto anche il calore. Essa dice che, per qualunque

sistema materiale, ad ogni contributo esterno in forma di lavoro o di calore deve corrispondere l' aumento di una quantità, funzione solamente dello stato del sistema, la quale starà a rappresentare l'energia totale del sistema stesso nell' ordine dei fenomeni meccanici e termici. E mentre il principio, nel primitivo senso meccanico, rappresenta, come si disse, più che altro un' astrazione, poichè in natura per le perdite inevitabili di energia meccanica non si verifica mai esattamente, così esteso si deve ammettere sempre realizzato, ed esprime un fatto fisico generale.

La produzione di lavoro mediante calore, quale si ha dalle macchine termiche, avviene per l' intermezzo delle modificazioni che il calore determina nei corpi facendone variare il volume, lo stato di aggregazione, ecc. Queste modificazioni costituiscono in generale dei processi reversibili per mezzo dei quali è possibile quindi anche la trasformazione inversa, cioè la produzione di calore a spese di lavoro. Ma quest'ultima può avvenire anche in altra guisa, cioè per mezzo delle resistenze passive. Il lavoro consumato contro di queste si converte, come sappiamo, direttamente in calore; ma ciò che distingue essenzialmente questo processo dal precedente, si è che per esso si converte sempre lavoro in calore e giammai calore in lavoro, onde, mentre il primo processo, come si disse, è reversibile, il secondo non è tale.

Il complesso delle nuove relazioni, scaturite dal concetto che considera il calore come energia. ha dato luogo ad un nuovo ramo di scienza, la teoria meccanica del calore o termodinamica, molto importante e fecondo, che ha molteplici collegamenti con quasi tutti i rami della fisica e della chimica. La termodinamica riposa tutta su due principii, il primo dei quali è il suddetto principio dell' equivalenza. Il secondo principio afferma la tendenza generale che si rivela mediante l' esistenza di processi irreversibili (quale quello della

produzione di calore per effetto delle resistenze passive, di cui si è già fatto cenno, e quello del passaggio di calore da corpi più caldi a corpi più freddi, che è del pari irreversibile di sua natura), e determina il verso dell'andamento dei fenomeni; e di esso è una conseguenza il fatto che il calore tolto ad un corpo non può convertirsi integralmente in lavoro, occorrendo che, mentre una parte di esso si converte in lavoro, un'altra parte passi ad altri corpi a temperatura più bassa.

Senza addentrarci di più in ciò che concerne l'enunciato e la portata del secondo principio, diciamo che anch'esso, come il primo, è stato sanzionato dall'esperienza: e però la termodinamica riposa per intero su basi sperimentali, ed è quindi indipendente da ogni concetto speciale intorno alla natura del calore. Tuttavia, per l'interpretazione dei fenomeni, giova riferirsi al concetto generalmente accettato che il calore in quanto esso è sensibile, cioè si manifesta mediante la temperatura, consista nei moti invisibili delle ultime particelle dei corpi, corrispondendo quantitativamente alla energia interna o molecolare, ossia alla forza viva inerente a tali moti. Questa poi, come l'energia cinetica dei movimenti visibili che considera la meccanica, sarebbe suscettiva di convertirsi in energia potenziale producendo un lavoro interno di allontanamento delle molecole, disgregazione, ecc., che a noi si manifesta con variazioni del volume dei corpi, cangiamenti di stato di aggregazione, ecc., le quali modificazioni vanno poi anche congiunte con produzione di lavoro esterno. Così il calore, cessando in parte di esistere come tale, andrebbe speso in lavoro interno, con equivalente produzione di energia potenziale interna, ed in lavoro esterno; e inversamente sarebbe prodotto a spese di energia potenziale interna e di lavoro esterno. Così la spiegazione dei fenomeni in cui esso interviene si presenta chiara e spontanea.

§ 12. Energia chimica - Energia in generale. — Le combinazioni chimiche, e in particolare la combustione, rappresentano, come tutti sanno, il mezzo più comune ed importante per la produzione di calore. Il calore sviluppato in una reazione chimica, p. es. quando idrogeno e ossigeno mescolati insieme si combinano a formare dell' acqua, è dovuto ad un processo affine ai processi fisici qui sopra accennati, p. es. a quello cui si deve il calore ricavato dalla condensazione di un vapore che si riduce in liquido. Vi ha in ambi i casi dell' energia potenziale, dipendente rispettivamente dalle forze di affinità chimica e dalle azioni molecolari, che all' atto in cui gli atomi diversi si uniscono a formare le molecole composte, o le molecole si ravvicinano nella condensazione, si converte in energia cinetica molecolare, ossia in calore.

Del resto, il fenomeno chimico si accompagna quasi sempre con fenomeni appunto di carattere fisico, come cangiamenti di densità, di stato di aggregazione, ecc.; nè è possibile fare una distinzione netta fra i due ordini di fenomeni, nè assegnare le parti rispettive nella produzione di calore.

Generalmente, siccome nelle combinazioni chimiche la parte spettante all' azione chimica è il più delle volte di gran lunga prevalente, si parla solo di calore dovuto alla reazione chimica includendovi anche il resto.

Nelle decomposizioni si ha inversamente assorbimento di calore e produzione di energia potenziale.

Il calore svolto in una combinazione chimica, che chiamasi semplicemente *calore di combinazione* se riferito all' unità di peso, o *calore molecolare di combinazione* se riferito ad un equivalente, serve di misura all' *energia chimica*.

Nel caso di combustibili si parla nel medesimo senso del *potere calorifico* di un dato combustibile, intendendo di riferirsi alla combinazione del me-

desimo coll' ossigeno o preso dall' aria o fornito in altro modo.

L' energia chimica è dunque energia potenziale del genere dell' energia potenziale interna sunnominata; ed il lavoro chimico, positivo o negativo a seconda del verso della reazione, corrisponde a ciò che sopra si è chiamato lavoro interno.

Per tal modo i fenomeni meccanici e fisico-chimici sono dal punto di vista energetico ricondotti ad unità di concetto: all' energia meccanica propriamente detta, cinetica e potenziale, venendo ad aggiungersi l' energia meccanica interna, distinta anch' essa similmente in cinetica (calore) e potenziale (energia potenziale fisico-chimica).

L' estensione del principio dell' energia a tutto il complesso dei fenomeni della natura si presenta quindi come ovvia; mentre d' altra parte il suo pieno accordo con tutti i fatti osservati porta a considerarlo come un principio universale, che ha ora tutto il grado di certezza che può avere una legge sperimentale.

Giunti a questo punto, si può spogliarlo da ogni ipotesi figurativa lasciandone sussistere l' essenza, che consiste nel concetto dell' energia come di quantità pienamente determinata per ogni dato sistema materiale che si trovi in un dato stato (dipendente quindi *solamente dal detto stato* e variabile con esso), ed avente per misura l' equivalente meccanico delle azioni che il sistema produce all' esterno passando da quello stato ad un certo stato fisso di riferimento: il che si suole esprimere più brevemente definendo l' energia di un sistema come la capacità di produrre del lavoro in virtù del proprio stato. E potremo riassumerlo ripetendo in breve ed in senso universale la relazione già detta di sopra, cioè: che *la variazione dell' energia di un sistema nel passaggio da uno stato ad un altro è uguale al contributo esterno,* rappresentato dall' equivalente meccanico

di tutte le azioni subite dal sistema; che si traduce medesimamente nell' equazione

$$U'' - U' = L,$$

dove solamente l' energia U ed il contributo esterno L sono da intendersi in significato più largo.

§ 13. **Energia elettrica.** — I fenomeni elettrici mettono in giuoco una nuova forma di energia, l'energia elettrica; ed è precisamente ai caratteri ed alle attitudini di questa nuova forma di energia che si deve la grande importanza dell' elettricità ed il grande sviluppo delle sue applicazioni industriali. Perchè l' energia elettrica si distingue da altre forme per ciò che potrebbe chiamarsi una maggiore versatilità, la quale fa sì che, mentre essa può facilmente ottenersi a spese di ogni specie nota di energia, può con egual facilità servire a riprodurre tutte le altre forme: ed è inoltre superiore a tutte per l' agevolezza con cui si presta alla trasmissione a distanza ed alla distribuzione. Per questo essa è divenuta un mezzo universale di trasformazione, come avremo occasione di vedere nel corso del nostro studio.

CAPITOLO I

Richiami di elettrostatica

§ 14. **Sviluppo di elettricità mediante azioni meccaniche.** — Tutti sanno come certi corpi, quali l'ambra, le sostanze resinose in genere, il vetro, l'ebanite, possono mediante strofinamento, percussione, ecc. acquistare la proprietà di attrarre corpi leggeri. Se per es. si strofina con un panno di lana un bastone di vetro o di ebanite, e quindi si avvicina la parte strofinata ad una pallina di midollo di sambuco sospesa ad un filo sottile, si osserva che questa viene attratta e poscia, dopo avvenuto il contatto, subito respinta. Ciò dimostra che il vetro o l'ebanite hanno acquistato, mediante lo strofinamento, una qualità che prima non avevano: si dice allora che sono elettrizzati o anche che hanno ricevuto della elettricità.

Se si ripete lo stesso esperimento sopra due palline servendosi dello stesso bastone di vetro o di ebanite e poi dopo di averle elettrizzate si avvicinano l'una all'altra, esse si respingeranno; il che denota che ciascuna pallina ha acquistato, mediante il contatto col bastone elettrizzato, una proprietà che prima non aveva e che quindi ambedue le palline sono elettrizzate.

§ 15. **Due specie di elettricità.** — Se si elettrizza una pallina toccandola col bastone di vetro elettrizzato e l'altra con quello di ebanite, e dopo vengono avvicinate, si osserva che invece di respingersi, come nell'esperienza precedente, esse si attraggono. Da ciò si può arguire che differenti sono le qualità delle elettricità ricevute. Per distinguerle, si chiama elettricità vitrea o positiva la prima, resinosa o negativa la seconda. Di più l'esperienza dimostra che ogni altro corpo si comporta rispetto alle due palline o come il vetro o come l'ebanite, talchè le due denominazioni suddette bastano a caratterizzare lo stato elettrico che possono prendere i diversi corpi.

L'elettrizzazione positiva si suol designare col segno + e la negativa col segno —.

E dall'insieme delle esperienze si conclude che *vi sono due, e due sole, specie di elettricità*, che *corpi elettrizzati dello stesso nome si respingono* e che *corpi elettrizzati di nome contrario si attraggono.*

L'esperienza dimostra ancora che il panno di lana che serve ad elettrizzare per istrofinio il bastone di vetro o di ebanite si elettrizza resinosamente nel primo caso e vitreamente nel secondo caso, cioè sempre contrariamente al bastone. E in generale si trova che tutte le volte che vi ha elettrizzazione, si sviluppano contemporaneamente ambedue le elettricità.

§ 16. **Conduttori e coibenti.** — Se si ritenta l'esperienza con una verga di metallo tenuta a mano strofinandola similmente con un panno di lana, non si ottiene alcun indizio di elettricità; ma se la verga di metall è prima dell'esperimento innestata sopra un manico di ebanite o di vetro, allora collo strofinamento essa si elettrizza. Basta però toccarla con mano per fare sparire ogni segno di elettricità. Se poi, quando è elettrizzata, si esamina in tutte le sue parti, si osserva che essa

ha proprietà elettriche dappertutto e non solo dove fu strofinata, come succede per il vetro e per la resina. Di più si osserva che toccando con essa altri corpi metallici similmente montati su sostegni di ebanite o di vetro, la proprietà elettrica si diffonde subito su di essi per tutta la loro estensione, mentre s' indebolisce sulla verga primitiva; e questo tanto più quanto minori sono le sue dimensioni di fronte a quelle dei corpi suddetti. Ciò induce ad ammettere che nello strofinamento della verga di metallo non munita di manico di resina ma tenuta a mano, l'elettricità si sviluppa egualmente, ma che essa subito si disperde passando attraverso la mano ed il corpo dell' operatore e va a diffondersi nella terra.

Se infatti una piccola sfera elettrizzata si mette in contatto con un' altra di raggio molto maggiore, l' elettricità che la prima comunica alla seconda sarà molto maggiore di quella che rimane su di essa; e da ciò si comprende facilmente come nella esperienza precedente sparisca totalmente la traccia dell' elettricità comunicata alla terra, data la grandezza della terra a confronto dei corpi che si adoperano per le esperienze.

Dal sopra esposto si deduce che vi sono dei corpi, come i metalli, che lasciano una facile via all' elettricità, mentre altri, come le resine, ne impediscono più o meno il passaggio.

I primi si chiamano corpi *conduttori*, gli altri *isolanti* o *coibenti*.

Un conduttore non può conservarsi elettrizzato che a condizione di essere *isolato*, cioè circondato da corpi isolanti. L' aria essendo di questi, basta per i conduttori che sono circondati dall' aria che sia coibente il sostegno.

Mentre poi in un coibente l' elettrizzazione prodotta o comunicata in un punto resta quivi limitata, in un conduttore essa si diffonde dappertutto: di maniera che un conduttore elettricamente si presenta come un indi-

viduo solo, mentre un coibente rappresenta un insieme di parti elettricamente indipendenti.

§ 17. **Elettroscopii.** — Si chiama elettroscopio ogni apparato che possa servire a rivelare la presenza dell'elettricità. Il più semplice di tutti è il pendolino elettrico, al quale ci siamo riferiti nel descrivere le esperienze precedenti, consistente in una leggera pallina sospesa ad un filamento di seta (isolante). Due palline pendenti l'una accanto all'altra e sospese a filamenti di cotone (conduttori) riuniti fra loro in alto e portati da un sostegno isolante, costituiscono pure un elettroscopio in cui l'elettricità si rivela mediante la divergenza dei due pendolini dovuta alla mutua ripulsione delle palline. Sostituendo alle palline due foglie d'oro convenientemente attaccate ad un'asticella metallica retta da un sostegno isolante e sormontata da una sferetta metallica, mentre le foglie pendono l'una accanto all'altra in un ambiente chiuso con pareti in parte di cristallo, affinchè le foglie siano sottratte all'agitazione dell'aria pur restando visibili, si ha l'elettroscopio a foglie d'oro, molto più delicato e sensibile e di uso assai frequente.

§ 18. **Influenza elettrica.** — Se ad un corpo elettrizzato si appressa un conduttore isolato, si hanno anche in quest'ultimo segni di elettrizzazione, in modo che la parte di esso più vicina al corpo elettrizzato manifesta elettricità di nome contrario a quella del corpo, e la parte più lontana, elettricità dello stesso nome. Questa dicesi elettrizzazione per influenza.

Questo fatto si può benissimo verificare coll'elettroscopio a foglie d'oro, poichè toccando la sferetta di quest'ultimo con una pallina isolata portata previamente a contatto col conduttore una volta nella parte più lontana al corpo influenzante ed un'altra nella

parte più vicina, si osserva che in ambedue i casi le foglie divergono, ma che nel primo caso la divergenza si accresce portando all' elettroscopio la pallina stessa dopo il suo contatto col corpo influenzante, mentre nel secondo caso le foglie si richiudono. Un mezzo più comodo ancora è quello di spolverare il corpo influenzato con la così detta *polvere elettroscopica:* una miscela intima di minio e di zolfo finamente divisi, le cui particelle nell' agitazione si elettrizzano di nome contrario. Il minio diventa positivo e viene attratto dalla regione *negativa* la quale si copre di *rosso*, lo zolfo diventa negativo e si porta sulla regione *positiva* che si copre di *giallo.*

Se si allontana il conduttore dal corpo influenzante oppure si scarica quest' ultimo, scompaiono le due elettricità sopra il conduttore. Quindi l' elettricità per influenza cessa sempre quando cessa la causa che l' ha prodotta. Se il conduttore mentre è soggetto all' azione influenzante si pone in comunicazione colla terra, l' elettricità dello stesso nome si scarica nella terra, rimanendo sul conduttore la sola contraria nell' estremità vicina al corpo influenzante.

Questa carica scompare essa pure quando si scarica o si allontana il corpo influenzante, qualora il conduttore sia mantenuto in comunicazione colla terra.

Se però prima di allontanare o scaricare il corpo influenzante si isola il conduttore influenzato, l' elettricità contraria vi rimane e si ripartisce su tutto il conduttore in proporzioni dipendenti dalla sua forma. A questi fenomeni si dà anche il nome di induzione elettrostatica.

§ 19. **Concetto di quantità di elettricità.** — L'osservazione in fine del § 16 ci mostra che per avere condizioni più semplici e determinate conviene riferirsi ai conduttori. Supponiamo dunque di toccare con un con-

duttore elettrizzato un altro conduttore non elettrizzato: dopo saranno in generale elettrizzati ambedue. Ma vi è un caso speciale in cui il primo conduttore perde ogni traccia di elettrizzazione; ed è quando all' atto del contatto il primo conduttore si trova in uno spazio completamente circondato dal secondo. Questo deve essere perciò quel che si dice un *conduttore cavo* o un *involucro conduttore* da potersi riguardare come completamente chiuso. Praticamente occorrerà che vi sia un' apertura o qualche parte mobile per dare passaggio al primo conduttore; ma si può disporre le cose in guisa che i risultati non ne siano affetti sensibilmente, e ad ogni modo ciò non tocca l' essenza del ragionamento.

Indichiamo con O quest' involucro, con C il primo conduttore e con A un piccolo corpo elettrizzato in modo permanente situato all' esterno di O ad una distanza relativamente grande, cioè tale che rispetto ad essa sieno piccole non solo le dimensioni sue, ma anche quelle di O e di C. In queste condizioni si ha quanto segue:

1) Sia C elettrizzato dello stesso nome di A, ed O non sia elettrizzato: portando C nell' interno di O e stabilendo il contatto, O viene elettrizzato e C diselettrizzato. Tolto il contatto ed estraendo C, senza che tocchi più O, non si trova in C più traccia di elettricità; e resta l' elettrizzazione di O per la quale si ha una forza ripulsiva fra O ed A che supponiamo di poter misurare esattamente e che indicheremo con f_1. Noi diremo che C ha ceduto ad O tutta la *quantità di elettricità* che esso possedeva o tutta la sua *carica.*

2) Ritorniamo ad elettrizzare C allo stesso modo riproducendo la medesima carica e ripetiamo l' operazione; e così seguitiamo, in guisa che l'operazione stessa abbia luogo n volte. Ciascuna volta C si scarica completamente, e la forza ripulsiva fra O ed A passa da f_1 a $2f_1, \dots nf_1$. Noi possiamo dire che ora O ha una quantità di elettricità eguale ad n volte quella ricevuta nella

prima operazione, mentre la forza esercitata su A è divenuta in corrispondenza n volte più grande. Di qui scaturisce nettamente il concetto di quantità di elettricità come di una quantità misurabile mediante le forze che essa determina, senza che occorra indagarne la natura.

3) Rifacciamo le stesse esperienze sostituendo a C un altro conduttore C' che venga elettrizzato di nome contrario ad A, e sia f_1' la forza attrattiva osservata dopo la prima operazione ed $n'f_1'$ quella che si ha con n' operazioni. Poi ripetiamo le due serie di operazioni con C e con C' di seguito: troveremo una forza rappresentata in grandezza da $nf_1 - n'f_1'$, che sarà ripulsiva od attrattiva secondo che il segno di questa differenza è positivo o negativo. Questo ci porta naturalmente ad estendere il concetto di quantità di elettricità attribuendogli il *carattere algebrico*, di guisa che le quantità di elettricità di diverso nome vengano computate con segno diverso, il che giustifica le denominazioni di elettricità *positiva* ed elettricità *negativa*.

4) Se nell' esperienza del n.° 1) il conduttore C vien portato nell' interno di O senza che si faccia il contatto, la forza f_1 si manifesta allo stesso modo finchè C resta nell' interno. Di più, se dentro O si portano volta a volta diversi corpi elettrizzati (senza contatto) e si notano le forze che ne risultano sopra A, e poi si portano tutti insieme, si osserva in quest' ultimo caso una forza corrispondente alla somma algebrica di quelle prima osservate, ossia alla somma delle forze ripulsive meno quella delle forze attrattive. Qui è poi indifferente che i corpi introdotti in O sieno conduttori o coibenti. Ciò prova che l' azione esterna di una carica introdotta in O è la stessa, sia che la carica sia trasferita ad O, sia che resti nella cavità in qualunque parte, e che l' azione esterna di un sistema di cariche che si trovi dentro la cavità corrisponde semplicemente alla somma algebrica delle cariche stesse. Questo ci porge il

mezzo di misurare la quantità totale di elettricità (somma algebrica) che si trovi comunque distribuita in un sistema di corpi, bastando perciò portare tutto il sistema dentro l'involucro conduttore.

5) Se in un sistema di corpi conduttori o coibenti o parte conduttori e parte coibenti, che si trovino nell'interno dell'involucro, si fanno operazioni di qualsiasi specie, p. es. elettrizzandone alcuni collo stropicciarli gli uni cogli altri, stabilendo dei contatti, ecc., non ne viene perciò alcuna azione esterna o alcuna modificazione dell'azione preesistente. Ciò, in relazione con quanto precede, dimostra che con nessun processo si può fare variare la quantità totale di elettricità racchiusa nell'involucro.

Così si è condotti ad attribuire alle quantità di elettricità, algebricamente intese, il carattere di invariabilità. I diversi processi non fanno che mutarne la distribuzione; e la quantità totale che si trova in un dato spazio può variare solo per effetto di importazione o di esportazione. Si può dire quindi, in un certo senso, che l'elettricità non si crea e non si distrugge, come è della materia e dell'energia; ma convien tener presente che per l'elettricità si tratta di quantità in senso algebrico, il che limita la portata dell'analogia.

§ 20. **Unità di elettricità - Legge di Coulomb.** — Supponiamo due conduttori elettrizzati che si trovino in presenza l'uno dell'altro e le cui dimensioni sieno molto piccole rispetto alla loro distanza. Per il modo con cui è stato stabilito il concetto di quantità di elettricità, la forza esercitata fra i due conduttori sarà separatamente proporzionale alla quantità di elettricità che si trova su ciascuno di essi, e sarà una repulsione o un'attrazione secondo che le due cariche sono dello stesso segno o di segno contrario. Supponiamo inoltre che il mezzo interposto sia l'aria (la quale surroga praticamente

il mezzo normale ideale rappresentato dall'etere) e che la distanza fra i due conduttori, contata fra due punti assunti come centri e nei quali per la supposta piccolezza delle dimensioni si possono intendere concentrate le cariche, sia l'unità di distanza; e di più che le due cariche sieno uguali. In tali condizioni, data la grandezza di queste, la forza è pienamente determinata; e reciprocamente, assegnando la forza, risulta determinata la grandezza delle cariche. Ciò posto, si assume per unità di carica o di quantità di elettricità quella per la quale in queste condizioni la forza viene ad essere eguale all'unità di forza. Onde: *quantità di elettricità* = *1* viene ad essere *quella di un punto elettrizzato che trovandosi nell'aria all'unità di distanza* (1 cm.) *da un altro punto in eguali condizioni, lo respinge con una forza eguale all'unità di forza* (1 dina). *Punto elettrizzato* qui sta per corpo di dimensioni trascurabili rispetto alla distanza, e si ammette che l'azione resti la stessa sia il corpo conduttore o coibente. La stessa definizione si applica alle due specie di elettricità; e si trova poi che due punti +1 e —1 all'unità di distanza si attraggono similmente coll'unità di forza.

Stabilita l'unità di elettricità, le quantità di elettricità o cariche vengono rappresentate con numeri positivi o negativi secondo la specie dell'elettricità. Denotando con e, e' le cariche di due punti elettrizzati, la forza mutua, per quanto precede, sarà per una data distanza proporzionale al prodotto $e e'$. Essa varia poi col variare della distanza; e si è trovato sperimentalmente che *in un mezzo omogeneo* la legge di dipendenza è quella dell'*inversa del quadrato della distanza*, che qui prende il nome dal Coulomb che per primo ne fece la verifica sperimentale. Indicando con r la distanza, sarà dunque la forza f che si esercita fra i due punti elettrizzati proporzionale ad $\frac{ee'}{r^2}$; e nel caso che si tratti del mezzo

normale o dell' aria, dovendo per il modo con cui si è definita l'unità di elettricità aversi $f=1$ quando $e=e'=1$ ed $r=1$, la proporzionalità si riduce ad eguaglianza e si ha

$$f=\frac{ee'}{r^2}.$$

Per altri mezzi interverrà un coefficiente di proporzionalità dipendente dalla natura del mezzo, con che l' espressione generale della legge di Coulomb prenderà la forma

$$f=\frac{ee'}{kr^2}$$

k essendo ciò che si chiama la *costante dielettrica* del mezzo.

Per analogia colla legge di gravitazione, si parla talvolta di *masse elettriche* come sinonimo di quantità di elettricità.

§ 21. **Forza elettrica; campo elettrico - Teorema di Gauss.** — Nello spazio circostante ai corpi elettrizzati vi ha luogo a considerare la *forza elettrica*, per la quale s' intende la forza che in ciascun punto agirebbe sopra una carica $+1$ che fosse portata in quel punto (più propriamente la forza che agirebbe sopra una carica estremamente piccola, tanto da non produrre alterazione nel sistema, divisa per la carica stessa). La forza elettrica così definita è un vettore che ha in ciascun punto una determinata grandezza e una determinata direzione: onde si ha un *campo elettrico* al quale sono applicabili le considerazioni generali sui campi vettoriali fatte in principio (§ 5 e segg.). Non vi sarà che da specializzare i nomi: e così avremo qui da parlare di *linee di forza* (elettrica), *tubi di forza*, *flusso di forza*, ecc. Noi indicheremo in generale la forza elettrica con **F**.

Il caso più semplice sarà quello del campo dovuto ad un punto elettrizzato di carica e che sia tutt' intorno circondato dall' aria. Vi sarà simmetria radiale: le linee di forza saranno rappresentate da raggi divergenti dal punto ed i tubi di forza da coni aventi il vertice in esso. È facile vedere che il flusso si manterrà costante lungo ciascun tubo e quindi il campo sarà *solenoidale*.

Infatti indicando con ω l' angolo solido relativo ad uno di questi coni elementari, che suol chiamarsi anche *angolo visuale* e che ha per misura la porzione intercetta dal cono sopra una superficie sferica di raggio 1 col centro nel vertice, la sezione retta θ alla distanza r dal vertice sarà $\theta = r^2\omega$, e l' intensità F del campo, in base alla *legge di Coulomb*, sarà $\frac{e}{r^2}$: onde il prodotto $F\theta$ che rappresenta il flusso (§ 5) sarà eguale ad ωe, e quindi costante in tutto il corso del tubo.

Facendo la somma dei flussi per tutti i tubi o coni emananti dal punto elettrizzato, siccome la somma di tutti i valori di ω dà l' area della superficie sferica di raggio 1 espressa da 4π, ne risulterà il valore $4\pi e$. Perciò il flusso totale uscente da una superficie chiusa qualsivoglia che comprenda nell' interno il punto elettrizzato sarà uguale a $4\pi e$; mentre invece lo stesso flusso sarà nullo per qualunque superficie chiusa che non comprenda il punto stesso, perchè in questo caso ogni cono elementare incontra la superficie due volte (o un numero pari di volte), e alle due intersezioni corrispondono pel flusso due termini eguali e di diverso segno.

Per un sistema di punti elettrizzati si avrà un campo risultante dalla sovrapposizione dei campi spettanti ai singoli punti. Il flusso totale sarà nullo per ogni superficie chiusa che non comprenda nel suo interno nessun punto elettrizzato; e in generale per una superficie chiusa qualsivoglia, sarà uguale al prodotto di 4π per la somma algebrica delle cariche dei punti compresi

nell' interno, come risulta evidentemente da quanto precede. Questa proposizione, la quale valendo per un sistema qualsiasi di punti elettrizzati è applicabile a qualunque caso di elettrizzazione, costituisce un teorema generale che prende il nome di teorema di Gauss, e dice che:

In un campo elettrico qualsivoglia, in cui il mezzo sia l' aria, il flusso di forza uscente attraverso una qualunque superficie chiusa che s' immagini tracciata nel campo, è uguale al prodotto di 4π per il numero che rappresenta la somma algebrica delle quantità di elettricità contenute nello spazio racchiuso dalla superficie.

Il teorema stesso vale anche per un mezzo diverso dall' aria purchè dappertutto *omogeneo* ed *isotropo*, *omogeneo* significando che le condizioni sono uguali in tutti i punti ed *isotropo*, che sono eguali rispetto a tutte le direzioni (a differenza dei corpi a struttura *cristallina*). Solo il flusso di forza va moltiplicato per la costante dielettrica k relativa a quel mezzo (§ 20). Ciò risulta senz' altro ripetendo per il nuovo mezzo i ragionamenti fatti nel caso dell' aria tenuto conto del coefficiente k.

§ 22. **Spazio occupato dai conduttori.** — Dal fatto che un conduttore si scarica completamente toccando la parete interna di un involucro (§ 19) e dall' osservazione che il campo esterno, per un conduttore avente una data carica, è pienamente indipendente dalle cavità interne di qualunque forma, posizione ed estensione che possa avere il conduttore e dipende solo dalla sua superficie, restando lo stesso anche se il conduttore si riduce a quest' ultima, cioè ad un involucro sottilissimo che ad essa corrisponda, si deduce che l' elettricità, allo stato di equilibrio, *si porta tutta alla superficie dei conduttori* e non può esistere all' interno.

Vi ha poi un altro fatto capitale, dimostrato pure dall' esperienza, ed è che nell' interno della cavità di un conduttore, la quale non contenga corpi elettrizzati,

non vi ha mai traccia di forza elettrica, qualunque sia la carica posseduta dal conduttore e qualunque sieno le condizioni elettriche all'esterno. Onde si argomenta che nemmeno nei punti interni della massa di un conduttore vi può essere forza elettrica: poichè se la forza è nulla in una qualunque cavità, rimarrà nulla anche quando si supponga di riempirla di materia conduttrice; non essendovi ragione perchè si generi in seno a questa una forza dal momento che essa viene a trovarsi in uno spazio neutro e che non ne risulta alcun cangiamento nella distribuzione dell'elettricità sulla superficie esterna del conduttore.

Un' altra proprietà dei conduttori cavi si è: che qualora nell' interno della cavità si trovino dei corpi elettrizzati quali si voglia, sulla parete che limita la cavità stessa si accoglie una quantità di elettricità uguale e contraria alla somma algebrica delle cariche contenute nell'interno. Si è visto infatti (§ 19) che se tali cariche sono portate da corpi conduttori, questi si scaricano completamente pel contatto colla parete, senza che ciò porti alcuna modificazione nel campo esterno e nella distribuzione dell' elettricità sulla superficie del conduttore cavo: il che vuol dire che la carica ceduta dai conduttori interni riunendosi con quella che esisteva sulla parete si neutralizza.

§ 23. **Leggi fondamentali dell' elettrostatica.** — Le tre leggi seguenti possono riguardarsi come il riassunto dei fatti fondamentali dell' elettrostatica:

1.ª Le due elettricità si producono sempre simultaneamente e in quantità uguali.

2.ª Sui conduttori l' elettricità si porta sempre tutta alla superficie.

3.ª Non vi ha forza elettrica nell' interno degli spazî racchiusi dai conduttori (qualora non vi si trovino corpi elettrizzati) e nell' interno dei conduttori medesimi.

4.ª A queste può aggiungersi la *legge di Coulomb* (§ 20), che non è altro che la legge di NEWTON applicata all' elettricità, e secondo la quale si trattano le quantità di elettricità come masse positive e negative agenti a distanza. Essa può assumersi come data dall'esperienza, finchè si considerano le forze quali si manifestano nell' aria o in seno a un altro mezzo tutto omogeneo; ma essa, intesa così puramente e semplicemente, non si verifica più quando il mezzo comprende coibenti diversi. E d' altra parte il concetto di una pura azione a distanza e quindi di un mezzo inerte è di per sè poco ammissibile e non ispiega altri fatti che si osservano quando si esce dalle condizioni statiche; e quindi non potrebbe oggi venire accettato se non come un' astrazione e in via d' immagine. Perciò noi preferiamo sostituire qui al posto della *legge di Coulomb* un' altra legge che risponde più incondizionatamente all' esperienza, ed è rappresentata dal *teorema di Gauss* (§ 21) esteso come ora diremo.

§ 24. **Estensione del teorema di Gauss.** — Se in un campo elettrico si considera, insieme con la forza **F**, il vettore k**F** che ha la stessa direzione della forza e la cui grandezza è uguale a quella della forza moltiplicata per il valore del coefficiente k spettante al mezzo (che si suppone *isotropo*) nel punto che si considera, vettore cui si suol dare il nome di *induzione* dielettrica, il *teorema di Gauss* che abbiamo stabilito (§ 21) in base alla *legge di Coulomb* per l' aria ($k = 1$) o per altro mezzo omogeneo (k costante), si può enunciare dicendo: che *la quantità totale di elettricità* (somma algebrica) *contenuta nello spazio racchiuso da una qualunque superficie, che s' immagini tracciata nel campo, è uguale al flusso d' induzione uscente dalla superficie stessa diviso per* 4π.

Finchè si tratta di un mezzo omogeneo, cioè di k costante in tutto il campo, questo enunciato ci esprime una proposizione che è conseguenza della *legge di Cou-*

lomb, e da cui reciprocamente si può dedurre la legge stessa. Basta infatti applicarlo ad una superficie sferica di raggio r che racchiuda un solo punto elettrizzato di carica e situato nel centro, nel qual caso la forza sarà, per ragione di simmetria, costante in tutti i punti della superficie e diretta secondo il raggio, onde il flusso di forza si avrà moltiplicando per $4\pi r^2$, superficie della sfera, ed il flusso d' induzione diviso per 4π si otterrà moltiplicando per kr^2: uguagliando ad e e dividendo per kr^2, si ottiene la forza esercitata dal punto elettrizzato sopra una carica $+1$ alla distanza r, espressa da $\frac{e}{kr^2}$ conforme alla *legge di Coulomb*.

Ma vi ha questo: che l'enunciato stesso *esprime un fatto che si verifica anche quando k sia variabile e anche quando la superficie considerata corra in parte o in tutto attraverso corpi conduttori* (dove la forza **F** e con essa il flusso sono nulli). Quando k è variabile, cioè quando il campo comprende coibenti diversi e non omogenei, la *legge di Coulomb* non è più direttamente applicabile e quindi non è più applicabile la dimostrazione data. Si è bensì cercato di rientrare nel dominio della *legge di Coulomb* mediante l'aiuto di ipotesi speciali, riguardando i coibenti come aggregati di piccolissimi conduttori disseminati in un mezzo isolante, e questo per non abbandonare il concetto della pura azione a distanza che si voleva intendere implicito nella *legge di Coulomb*. Ma oggi quest' ordine di idee non appare più accettabile. E quindi, mettendo da parte il concetto dell' azione a distanza, convien meglio assumere come punto di partenza il fatto espresso dall'enunciato precedente, cercando di dargli un' interpretazione più conforme alle idee moderne, facendo intervenire l' azione del mezzo (§ 23). La *legge di Coulomb*, per il caso di un mezzo omogeneo, resta valida anch' essa come semplice espressione di un fatto. Ma l' enunciato in

discorso che è applicabile ad un campo qualsivoglia, esprime un fatto caratteristico più generale da aggiungersi, come già si disse, alle altre tre leggi riferite nel paragrafo precedente.

Per ispiegare questo complesso di fatti noi adotteremo le idee di FARADAY e di MAXWELL, riferendo il campo elettrico ad uno stato di tensione del mezzo, comparabile a quello prodotto dalla deformazione in un corpo elastico: idee che hanno assunto forma precisa mediante l' introduzione del concetto di *spostamento* dovuta al MAXWELL stesso.

§ 25. **Potenziale elettrico.** — Prima però dobbiamo stabilire direttamente il concetto di potenziale che è di capitale importanza nell' elettricità. Esso si suol far dipendere dalla suddetta *legge di Coulomb;* ma ciò non è punto necessario, bastando all' uopo il solo principio della conservazione dell' energia, in virtù del quale si deve ammettere che in condizioni statiche il lavoro della forza elettrica computato lungo un cammino chiuso o rientrante sia sempre nullo. Altrimenti si avrebbe la possibilità, percorrendo quel cammino in un verso o in un altro quante volte si vuole, di creare e distruggere del lavoro.

Ricordando ciò che fu detto al § 7, e notando che i termini $|\mathbf{A}s|$ colà considerati, posta ora per **A** la forza elettrica **F**, vengono appunto a corrispondere al lavoro, ne viene che il campo elettrico deve essere *lamellare* ed ammettere un potenziale. Se quindi, come si fece allora, preso un punto fisso di riferimento, si considera il lavoro corrispondente al passaggio da questo ad un qualunque punto del campo, si trova un valore dipendente solo dalla posizione di quest' ultimo punto, e tale valore è precisamente ciò che si chiama il *potenziale elettrico* del punto stesso. Se, come si suol fare, il punto di riferimento si suppone a distanza infinita, il potenziale viene

precisamente a rappresentare *il lavoro contro la forza elettrica, occorrente per trasportare una carica* + 1 *dall' infinito a quel punto del campo che si considera,* o viceversa, *il lavoro della forza elettrica nel trasporto della stessa carica da quel punto all' infinito.*

L' insieme dei punti aventi lo stesso potenziale costituisce una superficie *equipotenziale.* Le superficie equipotenziali sono traversate normalmente dalle linee di forza.

Ciò vale non solo pel campo elettrico, ma per qualunque campo di forza cui sia applicabile il principio suddetto. Nel caso della gravità le superficie equipotenziali, considerate per breve estensione, sono piani orizzontali e il potenziale corrisponde all' altezza: di qui il nome di *superficie di livello* usato per le superficie equipotenziali, di *livello elettrico* per potenziale elettrico, di *dislivello* per differenza di potenziale.

Il lavoro occorrente per passare da un punto del campo ad un altro è rappresentato dalla differenza dei valori del potenziale pei due punti.

Dove non c' è forza non essendoci lavoro per passare da un punto ad un altro, il potenziale si mantiene costante. Così accade nell' interno dei conduttori per la terza delle leggi surriferite; e quindi *il potenziale si mantiene costante in tutti i punti di un medesimo conduttore*, la cui superficie *è sempre una superficie di livello:* e questa è la condizione fondamentale dell' equilibrio elettrico sui conduttori. Conduttori collegati conduttivamente fra di loro, per esempio mediante un sottile filo metallico, formano un conduttore unico ed hanno lo stesso potenziale. Conduttori in comunicazione colla terra hanno lo stesso potenziale di questa, che si assume come termine di riferimento attribuendogli il valore zero. Onde il potenziale di un punto dello spazio o il potenziale di un conduttore si può anche definire come il lavoro occorrente per portare una carica + 1 dalla terra a quel dato punto o a quel conduttore.

Nel caso di un campo costituito per intero dall' aria o da altro mezzo dappertutto omogeneo, e in cui sia quindi direttamente applicabile la *legge di Coulomb* (§ 24), si può trovare facilmente l' espressione del valore del potenziale in un punto qualsivoglia del campo, quando si conosca la distribuzione delle cariche da cui il campo stesso dipende.

Partiamo dal caso più semplice: quello di un solo punto elettrizzato colla carica $+1$ circondato tutt' intorno dall' aria. Qui le linee di forza saranno rappresentate da rette divergenti dal punto, che indicheremo con O, occupato dalla carica, e le superficie equipotenziali saranno evidentemente superficie sferiche col centro comune in O. Considerando due qualunque di queste superficie, l' una di raggio r e l' altra di raggio $r' > r$, si potrà avere la differenza dei rispettivi valori del potenziale calcolando il lavoro L occorrente al trasporto di una carica $+1$ da un punto qualsivoglia della seconda ad un punto qualsivoglia della prima per una via qualsivoglia. Possiamo prendere i punti p e p' in cui uno stesso raggio uscente da O in una qualunque direzione incontra successivamente le due superficie e calcolare il lavoro lungo il cammino rettilineo $p'p$.

Dividiamo pp' in n parti $pp_1, p_1p_2, \ldots p_{n-1}p'$ con dei punti $p_1, p_2, \ldots p_{n-1}$ contati procedendo da p. Per ciascuna di queste parti il lavoro ad essa relativo sarà compreso fra i valori che si ottengono moltiplicando la lunghezza del tratto per la forza computata all' una o all' altra estremità: p. es. per il tratto pp_1 il lavoro sarà maggiore di $(r_1 - r)\frac{1}{r_1^2}$ ossia di $\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)\frac{r}{r_1}$, e sarà minore di $(r_1 - r)\frac{1}{r^2}$ ossia di $\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)\frac{r_1}{r}$ (dove r, r_1 sono le distanze di p, p_1 dal centro O, $r_1 - r$ è quindi la lunghezza del tratto, e $\frac{1}{r^2}$, $\frac{1}{r_1^2}$ sono i valori della forza in

p, p_1 giusta la legge di Coulomb). E se invece del rapporto $\frac{r_1}{r}$ relativo a quel tratto poniamo il massimo dei rapporti fra le distanze di due punti consecutivi, che indichiamo con α, e per $\frac{r}{r_1}$ poniamo $\frac{1}{\alpha}$, la doppia diseguaglianza sussisterà *a fortiori*. Avremo dunque una serie di diseguaglianze

$$\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)\alpha > L_{p_1 p} > \left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)\frac{1}{\alpha}$$
$$\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\alpha > L_{p_2 p_1} > \left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\frac{1}{\alpha}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\left(\frac{1}{r_{n-1}}-\frac{1}{r'}\right)\alpha > L_{p'p_{n-1}} > \left(\frac{1}{r_{n-1}}-\frac{1}{r'}\right)\frac{1}{\alpha}$$

dove $L_{p_1 p}$, $L_{p_2 p_1}$, ... $L_{p'p_{n-1}}$ indicano i lavori relativi ai tratti successivi pp_1, $p_1 p_2$, ... $p_{n-1}\, p'$ computati nel verso che va al centro O. Sommando tutte queste diseguaglianze risulta

$$\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)\alpha > L > \left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)\frac{1}{\alpha}$$

dove L è il lavoro relativo a tutto il cammino $p'p$. Se ora si suppone di far crescere il numero n rendendo tutti i tratti via via più piccoli, α andrà decrescendo e avvicinandosi ad 1 e $\frac{1}{\alpha}$ andrà corrispondentemente crescendo e avvicinandosi ad 1; e così i valori fra cui è compreso L tenderanno a divenire uguali fra loro ed uguali alla differenza $\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}$. Onde si conclude, andando al limite, che il lavoro L è rappresentato appunto da quella differenza, la quale esprime pertanto la differenza

di potenziale fra i punti p e p'. Siccome il termine $\frac{1}{r'}$ tende a zero col crescere di r', resta il termine $\frac{1}{r}$ ad esprimere il lavoro per il trasporto della carica $+1$ dall' infinito ad un qualunque punto p situato alla distanza r da O; e quindi, prendendo per termine di riferimento un punto all' infinito, il potenziale in p è dato da $\frac{1}{r}$. Se poi in O, invece di una carica $+1$ si suppone una carica e quale si voglia, lo stesso potenziale sarà rappresentato da $\frac{e}{r}$.

Dal caso di un punto si passa subito a quello di un numero qualsivoglia di punti elettrizzati comunque distribuiti. Il potenziale in un qualunque punto p del campo risulta allora dalla somma di tanti termini quanti sono i punti elettrizzati, dove ciascun termine corrisponde al potenziale relativo ad uno di questi punti considerato da solo ed è rappresentato dalla carica del punto divisa per la distanza di p dal medesimo. Si avrà dunque, chiamando φ il potenziale e denotando con Σ la sommatoria estesa a tutti i punti elettrizzati,

$$\varphi = \Sigma \frac{e}{r}.$$

La stessa espressione è poi applicabile al caso più generale di elettrizzazione comunque distribuita, potendosi sempre mediante un processo di divisione in parti elementari per ciascuna delle quali la carica s' intenda riunita in un punto assunto come centro, ricondurre questo caso a quello di un sistema di punti elettrizzati.

Per un mezzo diverso dall' aria, ma dappertutto omogeneo, l' espressione del potenziale φ diviene

$$\varphi = \frac{1}{k} \Sigma \frac{e}{r}$$

k essendo la costante dielettrica relativa a quel mezzo.

§ 26. **Spostamento elettrico.** — Il MAXWEL concepisce, in via d'immagine, i fenomeni elettrici come dovuti al dislocamento di un certo fluido incompressibile che riempie tutto lo spazio e che rimosso dalla sua condizione normale di equilibrio, corrispondente allo stato naturale, provoca nei coibenti o dielettrici delle forze antagoniste comparabili a reazioni elastiche, mentre invece può muoversi liberamente nei conduttori.

Ogni elettrizzazione corrisponde in questo concetto all' importazione (el. +) o esportazione (el. —) di quantità di fluido rappresentanti le cariche positive o negative, onde in virtù dell' incompressibilità dovendo in ogni porzione dello spazio la quantità totale di fluido rimanere invariata, vi è uno spostamento tutto all' intorno con produzione di uno stato di tensione, cui è dovuto il campo elettrico.

Nei conduttori non vi sono forze di questo genere; ma siccome ogni carica conferita a un conduttore produce un dislocamento verso il mezzo circostante, le forze si manifestano in quest' ultimo.

Per meglio rappresentarsi la cosa giova figurarsi tutto lo spazio diviso in piccoli scompartimenti o cellule ripiene del fluido, con pareti impermeabili ed elastiche nei coibenti o dielettrici e più o meno permeabili invece nei conduttori.

Ogni carica elettrica s' intende dovuta in origine ad uno spostamento *conduttivo,* prodotto da una causa qualsiasi, il quale, all' atto in cui avviene, determina nel mezzo dielettrico un corrispondente *spostamento reattivo* o *induttivo,* in modo che i due presi insieme costituiscono un sistema solenoidale o circuitale, come porta la condizione dell' incompressibilità (§ 6).

Ma dello spostamento conduttivo non resta poi traccia nell' interno dei conduttori e resta solo l' effetto delle cariche ricevute, che si traduce in uno spostamento reattivo sulla superficie esterna, effetto che, qualora sia

tolta la via di comunicazione, permane colle cariche stesse anche dopo cessata la causa che ha prodotto il trasporto.

Queste cariche poi accompagnano i conduttori in ogni loro eventuale movimento determinando una corrispondente variazione della distribuzione dello spostamento reattivo nel mezzo dielettrico. Così il campo elettrico e le forze che si esercitano fra i corpi elettrizzati si riportano allo stato di tensione elastica provocato dallo spostamento reattivo o induttivo e che si trasmette con esso da parte a parte; e s' intende che i diversi mezzi differiscano l' uno dall' altro per ciò che potrebbe chiamarsi il diverso grado della loro *elasticità elettrica.*

Il *potenziale elettrico* in questo concetto viene a corrispondere alla *pressione* del fluido.

Lo spostamento ha dovunque una grandezza ed una direzione, la grandezza venendo misurata dalla quantità di fluido passato attraverso l' unità di area disposta normalmente alla direzione stessa; e tanto la grandezza come la direzione sono in relazione colla grandezza e la direzione della forza nel campo.

Nei mezzi isotropi, ai quali limitiamo le nostre considerazioni, la direzione dello spostamento coincide necessariamente con quella della forza, e la sua grandezza si ammette essere semplicemente proporzionale a quella della forza, il rapporto essendo rappresentato da $\frac{k}{4\pi}$ (k costante dielettrica), riducendosi quindi a $\frac{1}{4\pi}$ nell' aria, in base alla definizione dell' unità di elettricità, e variando da mezzo a mezzo dipendentemente dal valore del coefficiente k, la cui inversa $\frac{1}{k}$ viene a rappresentare la misura di ciò che si è chiamato di sopra l' elasticità elettrica del mezzo.

Lo spostamento costituisce pertanto un campo vettoriale subordinato alla distribuzione delle cariche e

coordinato poi al campo di forza elettrica dipendentemente dalla natura del mezzo. Considerando lo spostamento conduttivo e lo spostamento reattivo o induttivo presi insieme, si ha un campo essenzialmente solenoidale in ogni parte, appartenente al primo dei due tipi indicati alla fine del § 6. Considerando invece il solo spostamento induttivo, si ha un campo che è solenoidale solo nelle parti dove non c'è elettricità, mentre nelle regioni elettrizzate hanno principio o fine le linee di flusso in misura corrispondente all' importo delle cariche rispettivamente positive o negative contenute nelle regioni stesse.

Si suol dare il nome di *induzione* elettrica o dielettrica al prodotto dello spostamento induttivo per 4π: onde l' induzione ha nei mezzi isotropi la stessa direzione della forza elettrica, ed ha colla medesima un rapporto di grandezza che è uguale a 1 per l' aria ed uguale in generale a k per un mezzo qualsiasi. Perciò k prende anche il nome di *potere induttore specifico.*

§ 27. **Spiegazione dei fatti fondamentali.** — Da quanto si è detto segue immediatamente che il flusso o il numero di linee d' induzione dielettrica uscenti da una qualunque superficie chiusa che limiti una porzione qualsivoglia dello spazio è uguale al prodotto di 4π per la somma algebrica delle cariche elettriche contenute in quella data porzione dello spazio: e ciò non è altro che il teorema di Gauss. In altri termini si può dire che al principio di ogni linea di induzione si trova una quantità $\frac{1}{4\pi}$ di elettricità positiva e alla fine della medesima linea si trova la stessa quantità di elettricità negativa.

Le altre tre leggi fondamentali riferite al § 23 risultano anch' esse come una conseguenza immediata di questo modo di concepire i fenomeni elettrici.

Così la prima legge si ha da ciò che la quantità di fluido aggiunta in qualche parte (el. +) deve mancare in altre parti (el. —); la seconda, da ciò che il dislocamento prodotto da una carica comunicata ad un conduttore si rende manifesto solo alla superficie esterna del conduttore mediante spostamento induttivo, come si è dichiarato poc' anzi; e la terza infine, da ciò che la pressione o il potenziale, che nello spazio occupato dai coibenti varia da punto a punto in relazione con le reazioni elastiche, deve invece, allo stato di equilibrio, mantenersi costante nei conduttori, poichè in questi non esistono tali reazioni.

Anche il fenomeno dell' elettrizzazione per influenza si spiega subito considerando la modificazione che secondo il nostro concetto deve produrre in un campo elettrico l' introduzione di un conduttore.

Se, per esempio, di fronte ad un conduttore avente una carica positiva e dal quale escono perciò tutt' intorno dei tubi di spostamento induttivo, si porta un altro conduttore allo stato naturale, il fluido contenuto in questo cederà sul davanti (el. —) e sarà sospinto nelle parti più lontane dove si sposterà verso l' esterno (el. +); e al tempo stesso si produrrà in esso una certa pressione, mentre la pressione o il potenziale verrà ad abbassarsi sul primo conduttore.

Se il conduttore influenzato invece di essere isolato è in comunicazione colla terra, il fluido cederà maggiormente sul davanti e sarà sospinto verso la terra, e si avrà un maggiore abbassamento della pressione o del potenziale sul primo conduttore, mentre sul secondo la pressione resta uguale a zero. Sopprimendo la comunicazione colla terra, rimane su questo una carica negativa la quale allora persiste anche allontanandolo dal primo conduttore. Per mezzo di tale allontanamento viene però a mutarsi la distribuzione dello spostamento induttivo che essa carica determina nel mezzo circo-

stante e si sviluppa una pressione negativa sul secondo conduttore.

§ 28. **Conduttore cavo.** — Allo stesso modo si possono spiegare tutti i fenomeni dell'elettrostatica. Così in particolare si rende ragione molto facilmente delle proprietà degli involucri conduttori o conduttori cavi (§§ 20, 22).

Supponendo dapprima che dentro la cavità non si trovino corpi elettrizzati, qualunque sia del resto la carica del conduttore e qualunque sieno le condizioni elettriche all'esterno di esso, si vede subito che la pressione o il potenziale, che deve essere costante in tutto il conduttore e quindi anche sulla superficie interna che limita la cavità, sarà costante anche in tutta la cavità, e quindi *non vi potrà essere forza elettrica nell'interno della cavità* nè spostamento dalla superficie verso quest'ultima o viceversa, il che è quanto dire che *non vi potrà essere elettricità sulla superficie interna del conduttore*. Onde un involucro conduttore rappresenta uno schermo perfetto sottraendo lo spazio interno ad ogni azione elettrica. Supponendo in secondo luogo che nello spazio interno si trovino dei corpi elettrizzati quali si voglia e tali che la somma algebrica delle loro cariche sia rappresentata da e, si vede subito come il dislocamento di fluido dovuto ad e propagandosi fino alla superficie interna dell'involucro importerà l'esistenza sopra quest'ultima di una carica eguale e contraria ad e, qualunque sieno le condizioni elettriche dell'involucro e dello spazio esterno.

Se l'involucro era previamente scarico e si suppone isolato, si dovrà avere sulla sua superficie esterna una quantità di elettricità uguale alla carica e e dello stesso nome.

Se poi la carica e si trova sopra un conduttore e si fa venire questo a contatto coll'interno del conduttore

cavo, la sua superficie riducendosi così ad una continuazione della parete interna, essa si scarica completamente, e tutta l' elettricità si porta alla superficie esterna del conduttore cavo.

§ 29. **Capacità elettrica.** — Chiamasi capacità elettrica di un conduttore il rapporto fra la carica ed il suo potenziale. In questa definizione s' intende che il conduttore sia lontano dalla presenza di altri conduttori, nel qual caso la sua capacità dipende solo dalla sua forma e dalle sue dimensioni, o che, se vi sono altri conduttori in presenza, questi sieno mantenuti in comunicazione colla terra, ossia al potenziale zero.

Si capisce senz' altro, dopo quanto si è detto, come la capacità di un conduttore, oltre che dalla sua forma, dalle sue dimensioni e dalle sue relazioni di posizione rispetto ad altri conduttori, se ve ne sono, debba dipendere anche dalla condizione del mezzo; e in particolare considerando il caso più semplice di un mezzo omogeneo in tutte le sue parti, si vede come essa debba risultare proporzionale alla costante dielettrica k. Onde il valore di questa può desumersi dal confronto delle capacità di un medesimo conduttore o sistema una volta circondato dal mezzo che si considera e una volta circondato dall' aria.

Per questa ragione la costante k si chiama anche *capacità specifica induttiva.* Qui sotto sono indicati i valori di essa per alcuni dielettrici:

Paraffina	2,4 — 3	Ebanite .	2,5 — 3,5
Solfo . .	3 — 4	Ceralacca	3 — 4
Cera. . .	1,9 — 2,5	Quarzo. .	4,5
Mica. . .	4 — 6	Vetro . .	5 — 8

In un conduttore sferico, considerato nell' aria e lontano dall' influenza di altri conduttori, la capacità si dimostra essere uguale al raggio.

Suppongasi infatti una sfera di raggio R avente una carica e: se si considera nello spazio esterno una superficie sferica concentrica di raggio r ($r > R$), sarà in tutti i punti della medesima per ragioni di simmetria la forza elettrica **F** costante in grandezza e diretta secondo il raggio, talchè il flusso sarà espresso da $4\pi r^2 F$ (prodotto della superficie della sfera per la grandezza costante F della forza). Applicando il teorema di Gauss si avrà quindi

$$4\pi r^2 F = 4\pi e, \text{ ossia } F = \frac{e}{r^2}$$

vale a dire che la forza nello spazio esterno sarà la stessa come se la carica e, invece di essere distribuita sulla superficie del conduttore sferico, si trovasse riunita nel centro. Ne segue (§ 25) che il potenziale nello spazio esterno sarà rappresentato da $\frac{e}{r}$; onde supponendo $r = R$ si ottiene il valore λ del potenziale sulla sfera espresso da

$$\lambda = \frac{e}{R}$$

e quindi il valore della capacità, dato da $\frac{e}{\lambda}$, risulta uguale a R. In un mezzo omogeneo diverso dall' aria essa sarà rappresentata in generale da kR.

Col mezzo di una sfera si può determinare la capacità di un altro conduttore qualsiasi, mettendo questo in comunicazione colla sfera, previamente carica, mediante un sottile filo conduttore e a distanza tale che l' influenza reciproca sia trascurabile.

Allora la carica si ripartirà fra i due in ragione delle rispettive capacità, onde essendo nota la capacità della sfera uguale al raggio, si può dalla misura delle cariche desumere la capacità dell' altro conduttore.

§ 30. **Densità elettrica.** — In un conduttore elettrizzato l'elettricità si distribuisce sulla superficie in modo dipendente dalla forma e dalle dimensioni del conduttore e dall'insieme delle circostanze che determinano le condizioni del campo. Introducendo il concetto di *densità elettrica*, definita mediante il rapporto della carica contenuta sopra un elemento di superficie, circostante al punto che si considera, all'area dell'elemento stesso, si può caratterizzare nel modo più generale la legge di distribuzione, osservando che la densità elettrica, per quanto precede, risulta uguale dappertutto alla grandezza dello spostamento nell'immediata vicinanza della superficie all'esterno del conduttore o alla grandezza dell'induzione divisa per 4π: talchè indicando con ε la densità e con F al solito la grandezza della forza elettrica, la quale nell'immediata vicinanza della superficie del conduttore, che sappiamo essere una superficie di livello (§ 25), è dappertutto diretta normalmente alla medesima, si ha in ogni punto

$$\varepsilon = \frac{kF}{4\pi}.$$

In una sfera circondata da un mezzo omogeneo indefinito e non influenzata dalla presenza di altri conduttori la carica si distribuisce uniformemente su tutta la superficie, e quindi la densità ε è costante dappertutto.

Confrontando sfere di diverso raggio si ha poi che a parità di potenziale la densità elettrica varia in ragione inversa del raggio. Infatti in una sfera di raggio R avente una carica e il potenziale λ è espresso da $\frac{e}{kR}$, e la densità ε è espressa da $\frac{e}{4\pi R^2}$: onde si ricava la relazione

$$\varepsilon = \frac{k\lambda}{4\pi R}.$$

Di qui si deduce che per conduttori d' altra forma la densità elettrica varia da parte a parte della loro superficie in ragione inversa del raggio della sfera osculatrice: cresce quindi col crescere della curvatura e diviene molto grande negli spigoli, sulle punte ecc.

§ 31. **Condensatori.** — La capacità di un conduttore viene accresciuta per la vicinanza di un altro conduttore, e questo effetto di cui, dopo quanto si è detto sull' elettrizzazione per influenza, s' intende subito la ragione, si accentua tanto maggiormente quanto più grande è la vicinanza e più grande l' estensione delle superficie che vengono a trovarsi di fronte. Con ciò si spiegano le funzioni dei *condensatori* che sono apparati formati da due *armature* consistenti in due conduttori che si fronteggiano con superficie parallele e vicine, separate da uno strato coibente di aria o di altro dielettrico. Un' armatura si trova portata ad un certo potenziale mentre l' altra è tenuta al potenziale zero. In tali condizioni lo spostamento si limita sensibilmente allo strato interposto fra le due armature, e il flusso uscente dall' una va quasi per intero a terminare sull'altra: talchè si hanno sulle due superficie opposte cariche di nome contrario e sensibilmente uguali, il cui rapporto al potenziale dell' una armatura se l' altra è tenuta a zero, o più in generale alla differenza dei valori del potenziale sulle due armature quando nessuna di esse è a zero, rappresenta la capacità del condensatore. La quale, come è facile intendere, varia in ragione diretta della *superficie condensante*, ossia dell' estensione delle due superficie prospicienti, e della costante dielettrica k relativa allo strato interposto. Essa varia inoltre in ragione inversa dello spessore dello strato medesimo, poichè per una data differenza di potenziale fra le due armature e quindi per un dato valore del lavoro relativo al passaggio dall' una all' altra, la forza nello

spazio interposto varia in ragione inversa della loro distanza, ossia dello spessore dello strato interposto; e lo stesso dicasi dell' induzione, da cui, come si è visto dianzi, dipende la densità elettrica.

Indicando con λ la differenza di potenziale sulle armature e con d lo spessore dello strato, la forza (sensibilmente costante) nello spazio interposto sarà espressa da $\frac{\lambda}{d}$ e quindi la densità su ciascuna delle due armature, prescindendo dal segno, da $\frac{k\lambda}{4\pi d}$: onde se S è la superficie condensante, la carica e del condensatore sarà

$$e = \frac{k\lambda S}{4\pi d}$$

e la capacità C sarà $C = \frac{e}{\lambda}$, ossia

$$C = \frac{kS}{4\pi d}.$$

Queste espressioni non sono che approssimative; ma sono applicabili con sufficiente esattezza in tutti quei casi, che son quelli che sogliono occorrere in pratica, in cui lo spessore d dello strato è molto piccolo in confronto all' estensione delle armature.

Come forme molto note di condensatori citeremo il *quadro di Franklin* e la *bottiglia di Leyda.*

Avendosi più condensatori (A_1B_1), $(A_2B_2) \ldots (A_nB_n)$ dove A e B stanno a designare genericamente le due armature, essi possono venire associati insieme, e ciò in due modi distinti:

1.° Si possono riunire insieme in un solo sistema tutte le armature A_1, $A_2, \ldots A_n$ e così pure in un altro sistema le B_1, $B_2, \ldots B_n$, portando poi i due sistemi a potenziali diversi. Si ha così la riunione *in parallelo* o *in quantità*; ed è evidente che in tal caso *la capacità*

del condensatore risultante è uguale alla somma delle capacità dei singoli condensatori.

2.° Si possono riunire B_1 con A_2, B_2 con $A_3, \ldots$ B_{n-1} con A_n e portare A_1 e B_n a potenziali diversi; e si ha allora la riunione ***in serie*** o ***in tensione.*** In questo caso la differenza terminale di potenziale si distribuisce fra i singoli condensatori in modo che, dette $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ le singole differenze e $C_1, C_2 \ldots C_n$ le rispettive capacità, si abbia

$$\lambda_1 C_1 = \lambda_2 C_2 = \ldots = \lambda_n C_n = e$$

dove e indica la grandezza delle cariche uguali e contrarie che si raccolgono su A_1 e B_n e che sono uguali a quelle richiamate per influenza sulle armature intermedie. Si ha quindi

$$\lambda_1 = \frac{e}{C_1}, \ \lambda_2 = \frac{e}{C_2}, \ldots \ \lambda_n = \frac{e}{C_n};$$

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots \lambda_n = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}\right) e$$

e poichè d' altra parte, detta C la capacità risultante, si ha $C = \frac{e}{\lambda}$, confrontando si ottiene

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

vale a dire, che in questo caso *la reciproca della capacità risultante è uguale alla somma delle reciproche delle singole capacità.*

§ 32. **Energia elettrostatica.** — L' energia di un sistema elettrizzato si può calcolare valutando il lavoro occorrente alla produzione dell'elettrizzazione del sistema

partendo dallo stato naturale e seguendo un processo qualsivoglia, giacchè il valore dell'energia dipende solo dallo stato attuale del sistema e non dal modo con cui vi si è pervenuti.

Per facilitare il calcolo possiamo quindi immaginare che partendo dallo stato naturale si sien fatte crescere tutte insieme di conserva e col medesimo rapporto le cariche che si trovano nelle diverse parti del sistema procedendo per gradi insensibili, vale a dire portando volta a volta dalla terra alle varie parti del sistema la medesima frazione piccolissima delle cariche finali che vi si trovano.

Così facendo, il potenziale varierà in tutti i punti del sistema simultaneamente e proporzionalmente al variare delle cariche partendo da zero per arrivare al valore finale che ha in ciascun punto. Il lavoro speso nel trasporto di ciascuna frazione di carica sarà rappresentato dal prodotto della relativa quantità di elettricità per il valore attuale del potenziale al luogo di arrivo; e il lavoro per il trasporto dell' intera carica risulterà dalla somma dei lavori elementari corrispondenti alle singole frazioni. Ora questa somma può calcolarsi semplicemente facendo il prodotto dell' intera carica per il *valore medio* del potenziale suddetto, valor medio che, per la legge uniforme con cui il potenziale stesso cresce proporzionalmente alla carica, si riduce alla *metà del valor finale.*

Il che potendo ripetersi per tutte le parti del sistema, ne segue che il valore cercato dell'energia elettrostatica verrà espresso dalla *semisomma dei prodotti di tutte le cariche esistenti nelle diverse parti del sistema per i rispettivi valori del potenziale.* Se le cariche si trovano solo sopra dei conduttori, l' espressione comprende tanti termini quanti sono i conduttori aventi una carica e non collegati alla terra: e si ha così che *l' energia di un*

sistema qualunque di conduttori elettrizzati è data dalla semisomma dei prodotti delle cariche per i rispettivi potenziali.

Se si considerano i tubi di spostamento induttivo facenti capo alle superficie dei conduttori e tali che per ciascuno di essi il flusso sia $= 1$, e al tempo stesso si considerano le superficie equipotenziali tracciate nel campo in modo che la differenza di potenziale fra due qualunque consecutive sia pure $= 1$, avremo per mezzo di queste superficie la divisione dei tubi in tronchi.

E così tutto il campo risulterà di tanti scompartimenti o cellette rappresentate da questi tronchi, ciascuna celletta avendo per base una superficie di flusso 1 e per altezza la distanza fra due superficie equipotenziali per cui la differenza di potenziale è uguale ad 1.

Ora si trova con un facile ragionamento che la suddetta espressione dell' energia moltiplicata per 2 risulta precisamente uguale al numero di cotali cellette, il quale si ottiene facendo il prodotto del numero (considerato algebricamente) dei tubi facenti capo a ciascun conduttore (carica del conduttore) per il numero dei tronchi che ogni tubo comprende virtualmente (valore del potenziale del conduttore) e poi sommando (algebricamente) tutti questi prodotti; talchè esso viene ad essere uguale alla somma dei prodotti delle cariche dei conduttori per i loro potenziali.

Ciò risponde al concetto che l' energia si trovi distribuita in tutto il campo in modo che per ogni tronco o celletta si abbia una quantità di energia uguale a $^1/_2$.

§ 33. **Energia per unità di volume.** — Dividendo la quantità suddetta di energia posseduta da ciascun tronco per il volume del tronco, si ottiene il valore dell' energia per unità di volume nello spazio occupato dal tronco.

Ora ogni tronco può considerarsi come un cilindro retto il cui volume vien dato dal prodotto della base per l' altezza. La base viene rappresentata dalla sezione retta di un tubo di flusso $=1$, talchè denotando con $\mathbf{D}$ lo spostamento, il prodotto della grandezza D di quest'ultimo per la sezione dovrà essere $=1$, e quindi la sezione sarà uguale a $1 : D$. L' altezza viene rappresentata dalla distanza di due superficie equipotenziali aventi una differenza di potenziale uguale a 1; onde il lavoro per passare dall' una all' altra, dato dal prodotto della grandezza F della forza elettrica per la distanza, dovrà essere $=1$, e quindi la distanza sarà uguale a $1 : F$.

Il volume del tronco sarà pertanto uguale a $1 : FD$, e quindi il valore dell' energia per unità di volume, rappresentato dal quoziente di $1/2$ per il volume del tronco, sarà espresso da

$$\frac{1}{2} FD$$

ossia dal semiprodotto della forza per lo spostamento. Ciò corrisponde perfettamente al concetto che l'energia elettrostatica distribuita nelle diverse parti del campo sia dovuta allo stato di tensione del mezzo e comparabile ad un' energia di deformazione elastica: poichè nel concetto elastico il lavoro di deformazione viene rappresentato appunto dal semiprodotto dei valori terminali della forza e dello spostamento, supposti di ugual direzione.

In virtù poi della relazione

$$\mathbf{D} = \frac{k}{4\pi} \mathbf{F}$$

l' espressione dell' energia per unità di volume può anche rappresentarsi con

$$\frac{1}{8\pi} k F^2$$

k denotando come per lo addietro la costante dielettrica o il potere induttore specifico del mezzo.

§ 34. **Energia di un condensatore carico.** — Indicando con e la carica, con λ il potenziale dell' una armatura mentre l' altra è al potenziale zero, o la differenza di potenziale delle due armature, l' energia del condensatore, per quanto precede, sarà espressa da

$$\frac{1}{2} e \lambda.$$

Siccome poi, chiamando C la capacità del condensatore, si ha fra e e λ la relazione $e = C \lambda$, la stessa espressione dell' energia può porsi sotto le altre due forme

$$\frac{1}{2} C \lambda^2 \qquad \frac{1}{2} \frac{e^2}{C}.$$

L' energia per unità di volume essendo data, come si è detto, da $\frac{1}{8\pi} k F^2$, e potendosi nel caso di un condensatore considerare la forza F come sensibilmente costante nello strato coibente che separa le armature e come nulla o trascurabile in tutto il resto dello spazio, ne segue che l'energia del condensatore è anche espressa dal prodotto di $\frac{1}{8\pi} k F^2$ per il volume dello strato suddetto.

§ 35. **Variazione dell' energia elettrostatica per effetto di movimento. - Macchine elettriche.** — Il valore dell' energia elettrostatica totale in un sistema di corpi elettrizzati dipende dalla loro posizione reciproca e quindi può variare in generale per effetto del movimento dei corpi stessi. Queste variazioni sono collegate colla produzione o col consumo di lavoro meccanico che, in grazia delle forze esercitate fra i detti corpi, hanno luogo nel movimento. Onde l' energia elettrostatica può per tal

via prodursi a spese di lavoro e reciprocamente. Ciò suppone però che esista già un'elettrizzazione iniziale, altrimenti non vi sarebbero forze, nè quindi vi potrebbe essere lavoro.

La produzione di cariche elettriche, per quanto si è detto, implica sempre un processo conduttivo, e questo anche quando l'elettrizzazione è ottenuta per istrofinamento di coibenti. La coibenza non è da riguardarsi come assoluta, e lo strofinìo mette in giuoco delle azioni capaci di dare origine ad uno spostamento conduttivo fra le parti che strisciano l'una sull'altra, cui poi in grazia del movimento tien dietro un trasporto che ci fornisce separate e distinte le cariche che si osservano. L'esistenza di siffatte azioni si manifesta mediante delle differenze di potenziale, che esse sono in grado di produrre, quali si osservano in generale ove vengono a contatto corpi di diversa specie o di condizioni diverse, e si collega con processi di varia natura per mezzo dei quali l'energia elettrostatica viene prodotta a spese di altre forme di energia.

Il trasporto delle cariche per effetto di movimento implica poi sempre una trasformazione di lavoro meccanico in energia elettrostatica o viceversa. Tenuto conto di ciò, e avuto riguardo alla parte rappresentata dalle azioni d'influenza, si spiegano le funzioni delle macchine elettriche, sia che si tratti delle macchine a strofinìo o delle macchine ad influenza. Le prime sono oramai poco in uso, ed hanno ceduto il posto alle seconde assai più comode ed efficaci, nelle quali è evitata in gran parte l'inutile dissipazione di energia in calore per causa degli attriti, che ha luogo nelle prime.

Nelle macchine elettriche, come in altri apparecchi, entra spesso in giuoco il così detto *potere delle punte.* Il quale consiste in ciò che un conduttore avente delle parti acuminate o collegato con delle punte, non può più riguardarsi come isolato, anche se lo sia per il resto. La densità elettrica viene, per le ragioni addotte altrove,

a prendere valori così grandi, che lo spostamento supera il limite compatibile colla resistenza elastica del mezzo, e l'elettricità sfugge dalle punte. Per questa ragione un conduttore munito di punte non può essere portato ad alto potenziale. E presentandogli di fronte alla punta un altro conduttore carico, esso per effetto dell'influenza perde per la punta l'elettricità di nome contrario e si carica quindi d'elettricità dello stesso nome, ecc.

§ 36. **Cenno sulle macchine ad influenza.** — Queste comprendono sempre un *sistema induttore* cui è dovuto il campo, ed un *sistema indotto* che lo utilizza; e si distinguono in macchine *ad addizione*, in cui il campo è fisso, ed in macchine a *moltiplicazione*, in cui il sistema indotto reagisce sul sistema induttore per accrescere la sua carica. Come esempio del primo tipo può servire l'elettroforo di Volta. Esso si compone di un disco di resina o di ebanite che viene da principio elettrizzato negativamente (sbattendolo con una pelliccia di gatto) e costituisce il sistema inducente, e di un disco conduttore (scudo) portato da un manico isolante, che si sovrappone al primo, mettendolo in quell'atto per un istante in comunicazione colla terra, e poi si solleva. Si ottiene così sopra di esso una carica positiva che si può utilizzare a piacere, per poi ricominciare l'operazione e ripeterla quante volte si vuole, perchè la carica negativa inducente, sul disco di resina o di ebanite, si conserva a lungo senza variazione sensibile. Vi ha qui una produzione di energia elettrostatica a spese del lavoro meccanico consumato corrispondente all'eccesso del lavoro occorrente per allontanare lo scudo già caricato per influenza su quello ricuperato all'atto dell'avvicinamento, perchè l'attrazione fra i due dischi è nel primo caso maggiore che nel secondo.

Come esempio del secondo tipo può servire il duplicatore del Belli e il ricaricatore (replenisher) di Thomson che ne è una derivazione. Questo consta di due

conduttori uguali A e B fissi ed isolati, costituenti il sistema induttore, e di due altri conduttori uguali P e Q pure isolati e montati simmetricamente sopra un asse di rotazione, che vengono a passare contemporaneamente davanti ai due primi, disposti anch' essi simmetricamente intorno all' asse, con vicenda alterna, di guisa che una volta P sia davanti ad A e Q davanti a B, e dopo un mezzo giro P sia davanti a B e Q davanti ad A. In questo passaggio essi toccano per un istante due molle a, b, comunicanti rispettivamente con A, B; e siccome in quella posizione (che chiameremo posizione 1) per la disposizione data al sistema essi vengono a trovarsi in gran parte circondati da A e B, cedono a questi quasi per intero la loro carica. Poi nell' istante successivo (posizione 2), quando sono ancora in presenza di A e B, essi toccano altre due molle p, q, per mezzo delle quali vengono messi in comunicazione fra loro. Ciò posto, se esiste per es. una piccola carica iniziale positiva su A, quando, nella posizione 2, P si trova di fronte ad A e Q di fronte a B, essendo P e Q in comunicazione fra di loro, per effetto d' influenza P prende una carica negativa e Q una carica positiva; nella successiva posizione 1, P cede la sua carica negativa a B e Q cede la sua positiva ad A rinforzando quella preesistente; immediatamente dopo, nella posizione 2, P e Q si ricaricano per influenza con segno contrario al precedente, e queste cariche nella successiva posizione 1 vanno ancora a rinforzare quelle di A e B; e così di seguito. Per tal modo la macchina si esalta per effetto della rotazione e fornisce sempre nuove quantità di elettricità ad A e B, le quali possono essere distratte ed utilizzate. In pratica esiste sempre fra A e B una minima differenza iniziale di stato elettrico prodotta da cause accidentali, talchè non è necessario nemmeno comunicare la prima carica e la macchina può ritenersi autoeccitatrice. E si vede senz' altro come anche qui la produzione di energia elet-

trostatica sia compensata dal lavoro consumato nella rotazione contro le forze che si esercitano fra i conduttori fissi A, B e i conduttori mobili P, Q nelle varie fasi del processo.

Basti questo a dare un' idea generale delle funzioni delle moderne macchine ad influenza, quali la macchina di Holtz, quella di Wimshurst, ecc., sulla cui descrizione non ci tratterremo.

§ 37. **Scarica elettrica.** — Si chiama scarica ogni processo per cui i corpi elettrizzati si riducono allo stato naturale. Più in generale questo nome si applica ad ogni cangiamento dello stato elettrico di un sistema, per cui il sistema stesso passa da un certo stato di equilibrio ad un altro stato; e, a seconda delle condizioni in cui avviene, la scarica si distingue in *conduttiva, convettiva*, *esplosiva.*

La scarica *conduttiva* avviene tutte le volte che conduttori a potenziale diverso si riuniscono fra di loro, p. es. mediante un filo metallico, dal che risulta un nuovo stato di equilibrio con un valore comune del potenziale per ambedue i conduttori. Come esempio di scarica *convettiva* si ha la scarica lenta che avviene per mezzo delle punte, in cui l' elettricità sfugge da queste trasportata da particelle materiali o gassose. La scarica *esplosiva* infine si manifesta allorquando l' elettricità vincendo la resistenza del mezzo coibente determina il fenomeno della scintilla, ecc.

In generale la scarica elettrica rappresenta un processo dinamico comparabile a quello che ci è offerto da un sistema elastico deformato in cui venga soppressa o modificata la causa deformatrice, ed è come quello ordinariamente di carattere oscillatorio. Si hanno quindi delle oscillazioni elettriche, le quali, come le oscillazioni di un sistema elastico, si estinguono gradatamente per due ragioni: in primo luogo per l' effetto delle resistenze

passive, che danno luogo a dissipazione di energia sotto forma di calore, e in secondo luogo per la trasmissione delle vibrazioni al mezzo circostante, in cui esse si propagano sotto forma di onde paragonabili alle onde luminose: onde si può parlare di radiazioni elettriche come analoghe alle radiazioni luminose.

§ 38. **Misura delle cariche elettriche e dei potenziali. - Elettrometri.** — In un conduttore, di cui sia nota la capacità, la carica è collegata al potenziale in modo che la misura dell' una si può far dipendere da quella dell' altro e reciprocamente. Questa misura si fa per mezzo di istrumenti detti *elettrometri*, i quali danno generalmente il valore del potenziale. L' elettroscopio a foglie d' oro di cui si è parlato per l' addietro può, sotto certe condizioni, adoperarsi come elettrometro. Più convenienti per quest' uso sono però gli elettrometri propriamente detti, il cui tipo più comune ci è dato dall' elettrometro di Thomson, nelle sue varie forme, del quale ci limitiamo qui ad accennare il principio.

Nella sua forma più semplice un tale apparecchio è costituito da un disco circolare metallico diviso con due tagli diametrali in quattro settori o quadranti riuniti insieme in due coppie formate dai settori opposti. Questa è la parte fissa dell' istrumento. La parte mobile (che suol chiamarsi *ago* qual che ne sia la forma) consiste in una laminetta tagliata in forma di 8, che sta sospesa mediante un filo sopra i settori in modo che il suo piano sia parallelo a quello del disco cui appartengono i settori e nella sua posizione di equilibrio naturale i suoi assi di simmetria coincidano coi tagli diametrali del disco.

Tutto l' apparecchio è ben isolato e riparato sotto una custodia con pareti di vetro munita di serrafili che permettono la comunicazione dall' esterno con l' ago e con le due coppie di settori. Il filo di sospensione del-

l' ago serve a far equilibrio colla sua forza di torsione, quando l' ago è deviato, alla forza elettrica che produce la deviazione.

Finchè le due coppie di settori sono ad un medesimo potenziale, è chiaro, per ragione di simmetria, che l' ago non sarà sollecitato da forza alcuna che tenda a farlo deviare, sia esso allo stesso potenziale dei quadranti o ad un potenziale diverso; ma se fra le due coppie di quadranti si stabilisce una differenza di potenziale, l' ago sarà sollecitato a muoversi verso la parte il cui potenziale più differisce dal proprio, e si produrrà una deviazione: e dalla misura dell' angolo si desume mediante la coppia di torsione la misura della forza che ha prodotto la deviazione. Nota che sia la dipendenza fra questa forza ed i valori che ha il potenziale nei settori e nell' ago, si può far servire l' apparecchio alla misura dei potenziali.

CAPITOLO II

Richiami di Magnetismo

---

§. 39. **Magneti.** — Chiamansi magneti o calamite certi corpi che hanno naturalmente, o hanno acquistata artificialmente, la proprietà di attrarre il ferro; di prendere, quando sono liberi di muoversi, una certa orientazione determinata, e di esercitare gli uni sugli altri certe azioni speciali consistenti in attrazioni e repulsioni che si manifestano fra le loro parti. L' hanno naturalmente certi minerali di ferro; possono acquistarla il ferro, l' acciaio, la ghisa, il cobalto, il nikel, il cromo, e quanti diconsi corpi *magnetici*.

Le ordinarie calamite artificiali sono di acciaio: le loro forme possono essere svariate; le più comuni sono a foggia di sbarre diritte, talvolta sottili e terminate a punta, o ripiegate a ferro di cavallo.

Le calamite non presentano in tutti i loro punti la proprietà di attrarre il ferro ugualmente intensa; ma questa si manifesta principalmente in due punti o due regioni più o meno estese, che prendono il nome di poli o rispettivamente di regioni polari, e sono separati fra loro da un intervallo in cui l' azione è in generale

più debole, e in cui vi ha poi una linea o zona detta linea neutra o zona neutra, dove l'azione è insensibile.

I poli o le regioni polari di una calamita si distinguono coi nomi *sud* e *nord*, e ciò in relazione con l'orientazione che assume la calamita stessa, se è libera di muoversi; la quale è tale che la retta che unisce i poli, detta asse della calamita o asse magnetico, si dispone all'incirca nel piano del meridiano del luogo per modo che un polo si volge al nord, ed è questo che dicesi *polo nord*, mentre l'altro si volge al sud e dicesi quindi *polo sud*.

L'azione della terra su una calamita è sempre soltanto direttrice, non avendo alcun effetto di traslazione: è quel che si dice una coppia.

Le azioni esercitate fra calamite consistono in attrazioni o repulsioni mutue che si manifestano fra i poli (o le regioni polari) a seconda della specie dei poli, cioè: *due poli dello stesso nome si respingono, mentre due poli di nome contrario si attraggono.*

Per calamite a foggia di sbarre lunghe e sottili, specialmente se terminate a punta (aghi magnetici) i poli si riducono a due punti posti alle estremità: in tal caso la forza con cui due poli si attraggono o si respingono varia in ragione inversa del quadrato della loro distanza. Vale cioè la stessa *legge di Coulomb* come per le forze che si esercitano fra due punti elettrizzati (§ 20).

§ 40. **Quantità di magnetismo: unità.** — La considerazione di queste forze offre il mezzo di definire e misurare l'intensità di un polo magnetico, o la quantità di magnetismo che esso possiede, senza che occorra fare alcuna ipotesi sulla natura del magnetismo.

Si comincia col definire l'*unità di polo magnetico* o di quantità di magnetismo, assumendo come polo uguale a 1 quello che posto in presenza di altro polo uguale

situato all' unità di distanza (1 cm.) lo respinge con una forza corrispondente all' unità di forza (1 *dina*).

Così le quantità di magnetismo o le *masse magnetiche*, come pure si suol dire, vengono, allo stesso modo delle quantità di elettricità o masse elettriche, rappresentate con numeri positivi o negativi a seconda della specie, convenendo di riguardare come *positivo* il magnetismo *nord* e come *negativo* il magnetismo *sud*.

Si trova poi che per due aghi magnetici le repulsioni fra i due poli nord e i due poli sud, a parità di distanza, sono uguali fra loro ed uguali alle attrazioni fra i poli di diverso nome: onde si conclude che ciascun ago ha i suoi due poli di uguale intensità, e che la grandezza delle forze esercitate fra poli di data intensità non dipende dal loro nome o segno il quale influisce solo sul verso.

Per calamite di altre forme, aventi regioni polari estese, si considerano le masse magnetiche come distribuite per tutta l' estensione delle regioni stesse.

§ 41. **Campo magnetico. - Campo terrestre.** — Si dà il nome di campo magnetico ad ogni spazio in cui si manifestano forze magnetiche, intendendo per forza magnetica la forza esercitata sopra un polo *nord* di intensità uguale a 1 collocato nel punto che si considera (più propriamente la forza esercitata sopra un polo d' intensità tanto piccola da non produrre per conto proprio alterazione sensibile nel campo, divisa per l' intensità stessa). Al campo magnetico sono applicabili le solite considerazioni, locuzioni, ecc.

L'esplorazione di un campo magnetico può farsi mediante un piccolo ago magnetico che si porti via via nelle diverse parti del campo, o mediante l' esperienza che fornisce il disegno dello spettro magnetico in un qualunque piano che rappresenti una sezione del campo. Questa esperienza si fa molto facilmente proiet-

tando della limatura di ferro sopra un foglio di cartone o una lastra di vetro: le particelle di ferro si dispongono secondo certe linee il cui insieme costituisce lo spettro suddetto. Così si possono rilevare a colpo d'occhio certi caratteri del campo magnetico che sono di molta importanza per l'intelligenza dei fenomeni magnetici.

La fig. 1 dà un'idea dell'andamento delle linee nel campo generato da una calamita rettilinea.

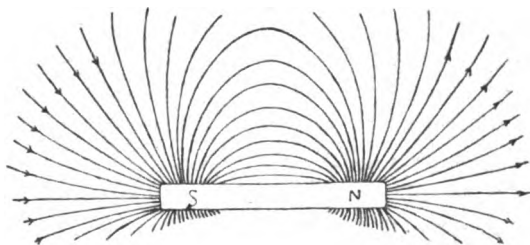



Fig. 1

Un ago magnetico che si trovi in un campo uniforme è soggetto all'azione di due forze uguali e contrarie applicate ai due poli, onde risulta una *coppia* che tende ad orientare l'ago in guisa che la linea che congiunge i poli si disponga nella direzione del campo, e il cui valore massimo corrisponde alla posizione in cui la linea dei poli è normale alla direzione del campo.

Anche nel caso di calamite di forma e dimensioni quali si voglia e aventi regioni polari comunque estese l'azione di un campo uniforme si riduce del pari ad una coppia. Riferendosi ad una supposta distribuzione di masse magnetiche *nord* e *sud* nelle diverse parti della calamita, il fatto s'interpreta così: le forze esercitate dal campo uniforme si riducono a due sistemi di forze parallele agenti rispettivamente sulle masse nord e sulle masse sud, e i *centri* dei due sistemi di forze vengono a corrispondere ai poli.

Ciascun sistema si riduce ad una risultante unica applicata al centro e di grandezza eguale al prodotto dell' intensità del campo per la quantità totale di magnetismo nord e rispettivamente di magnetismo sud: onde l' azione del campo sulla calamita si riduce a due forze parallele e di verso opposto applicate ai due poli definiti come sopra. Se il sistema si riduce ad una coppia e l' azione è puramente direttrice, vuol dire che le due forze sono eguali e che sono uguali quindi le quantità di magnetismo di nome contrario: ed è precisamente questo che accade.

Ciò si dimostra sperimentando sul *campo magnetico terrestre*. Infatti l' azione orientatrice che la terra esercita sulle calamite prova l' esistenza di un tal campo, che ove si tratti di spazii relativamente poco estesi si può riguardare come uniforme, qualora non vi sieno speciali cause perturbatrici, come p. es. delle masse di ferro in vicinanza. E siccome si riscontra sempre che tale azione è in realtà puramente direttrice, si conclude che in ogni caso *le quantità di magnetismo di nome contrario che si trovano distribuite nelle diverse parti di una calamita sono sempre uguali,* talchè la somma algebrica è in ogni caso uguale allo zero.

Il campo magnetico terrestre, che può, come si è detto, considerarsi come uniforme dentro certi limiti, varia però di direzione e d' intensità da un punto all'altro della terra e varia anche per un medesimo punto col tempo. La sua direzione si definisce mediante i valori della declinazione e della inclinazione, ossia dell' angolo che il *meridiano magnetico* (piano verticale che contiene la direzione della forza magnetica terrestre) fa col *meridiano geografico*, e dell' angolo che la direzione della forza magnetica fa coll' orizzonte. Quanto all' intensità si può definirla per mezzo del valore della sua *componente orizzontale*, da cui, conoscendo l' inclinazione, si deduce subito l' intensità totale.

§ 42. **Momento magnetico.** — Chiamasi *momento magnetico,* nel caso di un ago, il prodotto dell'intensità comune dei poli per la loro distanza. Il momento magnetico si considera generalmente come un vettore la cui grandezza è rappresentata dal prodotto suddetto e la cui direzione è quella dell' *asse magnetico,* col qual nome s' intende la retta che congiunge i due poli considerata nel verso che dal polo *sud* va al polo *nord.* Le stesse definizioni si possono estendere ad una calamita qualsivoglia qualora per poli s' intendano i due punti definiti come sopra e per intensità le quantità totali di magnetismo dell' una e dell' altra specie che si è detto essere uguali.

Per un ago magnetico di poli $+q$ e $-q$ alla distanza l che si trovi in un campo uniforme d' intensità H, la *coppia direttrice* è rappresentata dal prodotto della grandezza comune Hq della forza che agisce sull' uno o sull' altro polo per il *braccio* della coppia dato da $l\, sen\, \varphi$, φ essendo l' angolo che l' asse magnetico fa colla direzione del campo. Sarà dunque il momento della coppia direttrice espresso da $Hql\, sen\, \varphi$. Indicando con M il momento magnetico dell' ago, che è uguale al prodotto $q\,l$, l' espressione precedente diviene

$$H\,M\, sen\, \varphi.$$

Il suo valor massimo si ha quando l' ago è perpendicolare al campo, nel qual caso $sen\, \varphi = 1$, ed il valore della coppia diviene uguale al prodotto HM dell' intensità del campo per il momento magnetico. Anche ciò si estende al caso di una calamita qualsivoglia, definendone il momento come si è detto dianzi.

In base a ciò si può definire ancora il momento magnetico di una calamita per mezzo del momento della coppia che agisce su di essa in un campo uniforme, dicendo che *il momento magnetico è il rapporto del momento della coppia nella posizione del massimo all' intensità del campo.*

§ 43. **Determinazione simultanea del momento di una calamita e della componente orizzontale del magnetismo terrestre.** — Indichiamo brevemente il principio del metodo, dato da Gauss, per tale determinazione importante.

Chiamando H il valore della componente orizzontale ed M il momento di un magnete, si determinano H ed M a mezzo di due esperienze di cui l' una dà il prodotto HM e l' altra il rapporto $\frac{M}{H}$.

Per determinare HM si sospende il magnete in guisa che sia libero di muoversi in un piano orizzontale e scostandolo di un piccolo angolo dalla sua posizione di equilibrio, lo si lascia poi a sè: esso imprende una serie di oscillazioni di legge pendolare, la cui durata dipende con relazione semplice e nota dal momento d' inerzia del magnete e dal prodotto HM. Misurando tale durata e supponendo di aver prima determinato il momento d' inerzia, se ne deduce il valore di HM.

Per determinare $\frac{M}{H}$ si sottopone un piccolo ago calamitato all' azione combinata del campo terrestre e del

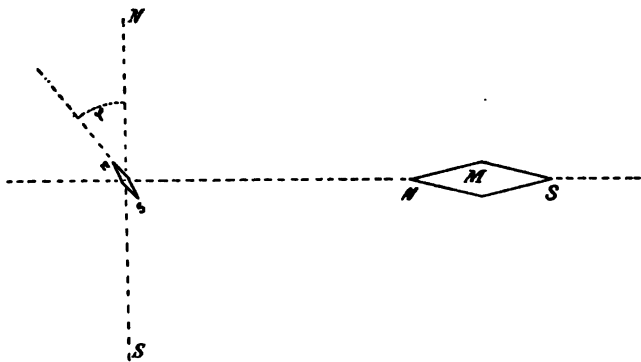



Fig. 2

magnete suddetto disponendo questo normalmente al meridiano magnetico e in guisa che l' ago si trovi sul prolungamento dell' asse magnetico del magnete stesso (fig. 2) e

ad una considerevole distanza, nel qual caso il campo del magnete si può, nella regione occupata dall' ago, riguardare anch' esso come sensibilmente uniforme al pari del campo terrestre.

In queste condizioni la posizione di equilibrio dell' ago viene a dipendere dal rapporto suddetto, e si ha una relazione semplicissima che permette di esprimere $\frac{M}{H}$ per mezzo della tangente dell' angolo φ di deviazione dell' ago dal meridiano magnetico e della distanza dell' ago stesso dal centro del magnete.

Trovati i valori di HM ed $\frac{M}{H}$, che indicheremo rispettivamente con u e v, si hanno senz' altro i valori di M e di H espressi da $\sqrt{uv}$ e $\sqrt{\frac{u}{v}}$.

Così il *momento magnetico* si presenta come un elemento suscettivo di determinazione sperimentale diretta, ed acquista con ciò il carattere di quantità fondamentale.

§ 41. **Polarizzazione magnetica. - Intensità di magnetizzazione.** — L' esperienza dimostra che se si spezza una calamita in due o più parti, ciascuna di queste parti viene a costituire di per sè una calamita completa coi suoi due poli: onde si è condotti a considerare una calamita come il complesso di una infinità di calamite elementari, ciascuna di esse avente due poli ed il rispettivo momento magnetico. Si ha così quel che si chiama uno stato di polarizzazione magnetica, che si definisce mediante il valore del momento riferito all' unità di volume, considerato tanto in grandezza come in direzione, il quale sta a rappresentare l' *intensità di polarizzazione magnetica*, o *intensità di magnetizzazione.*

Questo carattere polare inerente allo stato magnetico fa sì che non si possano avere poli liberi, cioè indipendenti e staccati dal resto, nè quindi avere isolate delle

quantità di *magnetismo libero.* Non vi sono dunque *cariche magnetiche* comparabili alle cariche elettriche; e la distribuzione di magnetismo libero alle estremità delle calamite non è che *apparente.*

La *magnetizzazione*, definita come si è detto per mezzo del *momento unitario*, è un vettore che ha in ciascun punto una grandezza e una direzione, le quali rappresentano le condizioni magnetiche nell' intorno del punto stesso variando in generale con continuità da punto a punto. E si potrà quindi, come per gli altri campi vettoriali, parlare di *componenti della magnetizzazione, di linee e tubi di magnetizzazione*, ecc. Noi indicheremo questo nuovo vettore con **m**.

Vediamo ora la relazione esistente fra questo vettore e la distribuzione apparente di magnetismo libero. Essa si può esprimere nella forma più generale dicendo: che *la quantità di magnetismo libero raccolta in una qualunque porzione di spazio o di superficie è uguale al flusso di magnetizzazione che penetra in quella porzione di spazio o fa capo a quella porzione di superficie.*

Si consideri infatti un tubo elementare di magnetizzazione, e si prenda lungo il suo corso un tronco di sezione retta θ e di lunghezza s: sarà θs il suo volume, $m\theta s$ il suo momento che possiamo riguardare come risultante dal prodotto della lunghezza s per la quantità $m\theta$ di magnetismo *nord* e *sud* raccolto sulle faccie terminali ($+m\theta$ sulla faccia anteriore secondo il verso di **m**, e $-m\theta$ sulla posteriore); onde la quantità $m\theta$ che rappresenta il flusso, rappresenta anche la quantità di magnetismo positivo portato in avanti (e di negativo all' indietro) lungo il corso del tubo. E ciò dà ragione del precedente enunciato. Il quale poi si può tradurre in quest' altro più figurativo: che *alla fine di ogni linea di magnetizzazione* (tubo unitario di flusso) *si trova l' unità di magnetismo positivo, ed al principio l' unità di magnetismo negativo.*

E così, data che sia la legge con cui sono distribuiti i momenti **m**, si può conoscere in ogni caso la distribuzione del magnetismo libero.

§ 45. Magnetizzazione indotta. - Calamite temporarie. - Magnetismo residuo. - Reazione della magnetizzazione indotta sul campo. — Se si porta l'estremità di una verga di ferro dolce a contatto della limatura di ferro, essa non ha alcuna azione sulla limatura; ma se l'altra estremità si pone in contatto con una calamita, si vede che subito attrae la limatura, ossia è diventata essa pure una calamita. Però, appena si stacca la calamita dalla verga di ferro dolce, subito questa perde la qualità magnetica e non le resta più azione sulla limatura. Si ha così messo in evidenza il fenomeno della magnetizzazione *indotta*, il quale più generalmente si produce ogni qual volta un corpo magnetico come il ferro, l'acciaio, il nikel, ecc. venga comunque a trovarsi in un campo magnetico.

Quanto alla legge con cui si svolge la magnetizzazione indotta, si ammette che essa sia proporzionale in grandezza alla forza magnetica che la produce ed abbia la stessa direzione di questa (supponendo che si tratti di corpi isotropi), talchè denotando con **H** la forza magnetica, il vettore che rappresenta la magnetizzazione indotta sia dato da $\varkappa \mathbf{H}$, $\varkappa$ essendo un coefficiente detto di *suscettività*.

Quando si tratta di ferro dolce, cessata la causa, sparisce, almeno in gran parte, la magnetizzazione indotta; e il magnetismo dicesi *temporario*. Nell'acciaio invece la magnetizzazione indotta si manifesta più lentamente e in minor grado, ma persiste in molta parte anche dopo che sia sottratta all'azione inducente, ossia la verga di acciaio è divenuta essa pure una vera calamita.

La magnetizzazione residua, a parità di altre circostanze, è tanto maggiore quanto più dura è la qualità

dell' acciaio. Quindi si può stabilire una scala che comincia dal ferro perfettamente dolce (che non ritiene alcun residuo apprezzabile di magnetismo) e va fino all' acciaio indurito, che si converte in calamita permanente. È appunto con tal mezzo che si producono artificialmente le calamite, la cui bontà dipende principalmente dalla qualità dell' acciaio e dalla tempera.

La magnetizzazione indotta reagisce sul campo modificandolo variamente a seconda delle condizioni, ma sempre nel senso di servire alla propagazione delle linee di forza. Così per es. si osserva che un pezzo di ferro posto in un campo determina un' affluenza di linee che appaiono convergere verso di esso, mentre dalla parte opposta ne esce un fascio che rappresenta come la continuazione. Sembra in somma che il ferro e in generale le sostanze fortemente magnetiche favoriscano lo svolgimento delle linee di forza, agevolandone in certo modo il corso coll' offrire ad esse una via più facile attraverso la propria massa.

Così il campo viene ad essere rinforzato di fronte agli spazii occupati dalle masse di ferro verso cui convergono e d' onde divergono, dalla parte opposta, le linee di forza; mentre poi lo stesso campo risulta indebolito nelle regioni di fianco da cui le linee vengono distratte. Quest' ultimo effetto si accentua specialmente dove vi siano degli spazii che vengano a trovarsi più o meno completamente circondati dalle masse di ferro, le quali rispetto ad essi fanno l' ufficio di *schermo magnetico*, proteggendoli in gran parte dalle forze magnetiche mediante la distrazione delle linee che senza di quelle vi penetrerebbero. Perciò in una cavità limitata da pareti di ferro dolce il campo risulta praticamente nullo. Di questa proprietà si trae partito per la protezione di certi apparecchi di misura e per altre applicazioni.

§ 46. **Circuito magnetico.** — Guardando all' andamento delle linee e dei tubi di forza nel campo magne-

tico, si è condotti ovviamente al concetto di circuito magnetico, in quanto che linee e tubi o filetti presentano l'apparenza di un qualche cosa che uscendo dalle calamite finisce per rientrarvi continuandosi e chiudendosi nell'interno.

È questo concetto che noi prendiamo a fondamento dell'interpretazione dei fenomeni magnetici, riguardando ogni filetto come un circuito chiuso o rientrante, che sia parte di un sistema essenzialmente solenoidale (§ 6). Se non che invece di riferirci come in elettrostatica all'immagine dello spostamento di un fluido incompressibile, tenuto conto della natura delle manifestazioni magnetiche che rivelano in vario modo un carattere *rotatorio* (valga ad esempio la rotazione del piano di polarizzazione di un raggio di luce che in un campo magnetico sia diretto secondo le linee di forza), ci riferiremo all' altro tipo di campo solenoidale menzionato al § 6, cioè al tipo *rotativo*, la cui immagine ci è pure offerta dal moto di un fluido.

Chiameremo *polarizzazione assoluta* lo stato del mezzo rappresentabile mediante un vettore solenoidale di tipo rotativo, **P**, cui attribuiamo i fenomeni magnetici, ammettendo che **P** sia collegato alla forza magnetica **H** come lo spostamento elettrico alla forza elettrica: che cioè la polarizzazione supponga una forza che la produca, o la abbia prodotta, e reciprocamente non vi possa essere forza senza polarizzazione, e che i due vettori siano ugualmente diretti (per mezzi isotropi) e di grandezza proporzionale, con un rapporto dipendente dalle condizioni del mezzo.

Rappresentiamo questo rapporto con $\frac{\mu}{4\pi}$ dove μ che prende il nome di *coefficiente di permeabilità*, o semplicemente di *permeabilità*, è uguale ad 1 per il mezzo normale (etere, aria), molto vicino ad 1 per le sostanze dette non magnetiche e molto maggiore invece per le sostanze magnetiche, come il ferro, ecc.

P differisce dalla magnetizzazione **m** in quanto questa rappresenta l'effetto apparente corrispondente alla *differenza* fra la polarizzazione assoluta della sostanza che si considera e quella che a parità di forza compete al mezzo normale, onde si ha

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{H}}{4\pi} + \mathbf{m}.$$

Lo stesso **P** poi si compone in generale di due parti, cioè la polarizzazione *reattiva* o *induttiva*, in relazione col valore attuale della forza magnetica, e la polarizzazione *fissa* o *rimanente*, che indicheremo con $\mathbf{m}_0$ e può esistere solo nelle sostanze magnetiche: e per questo riguardo si ha

$$\mathbf{P} = \frac{\mu \mathbf{H}}{4\pi} + \mathbf{m}_0.$$

D'altra parte **m** risulta da $\mathbf{m}_0$ e dalla magnetizzazione indotta $\varkappa\mathbf{H}$, e quindi

$$\mathbf{m} = \varkappa \mathbf{H} + \mathbf{m}_0.$$

Queste equazioni, trattandosi di vettori, vanno intese in senso geometrico. Confrontando il valore di $\mathbf{P} - \mathbf{m}$ che si ha sottraendo la terza dalla seconda con quello che si ha dalla prima, risulta fra i coefficienti μ e $\varkappa$ l'equazione di dipendenza $\mu = 1 + 4\pi\varkappa$.

§ 47. **Induzione reattiva e magnetizzazione fissa.** — Per dare alle relazioni la forma più in uso introduciamo al posto di **P** il vettore che si ottiene moltiplicando per 4π, che indicheremo con **G** e chiameremo *induzione magnetica totale:* dalle due prime equazioni risulta per **G** la doppia espressione

$$\mathbf{G} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{m}$$
$$\mathbf{G} = \mu \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{m}_0.$$

L'ultima ci dice che l'*induzione totale* si compone in generale di due parti, di cui una, $\mu \mathbf{H}$, che si usa spesso

indicare con **B**, corrispondente al valore attuale della forza, può chiamarsi *induzione reattiva*, e l'altra, $4\pi \mathbf{m}_0$, può chiamarsi *induzione fissa* o *rimanente*.

La parola *induzione* si suole adoperare in molti sensi diversi; il che, per quanto sia deplorevole, è sanzionato dall'uso; noi cerchiamo cogli aggettivi *totale*, *reattiva*, *rimanente*, di mantenere le necessarie distinzioni. Sopra tutto convien badare a distinguere **G** da **B** o μ**H**, che spesso si sogliono confondere e che coincidono solo dove non esiste magnetizzazione fissa.

Nella parte di campo costituita dall'aria o dalle sostanze non magnetiche, **G** e **B** coincidono sensibilmente con **H**, talchè linee di forza, tubi di forza, flusso di forza magnetica si confondono con linee d'induzione, ecc.

La distinzione delle due parti della polarizzazione o dell'induzione totale è analoga alla distinzione fra spostamento reattivo e spostamento conduttivo che abbiamo fatta in elettrostatica. Se non che mentre per le prime parti o parti reattive vi è corrispondenza completa nei due casi, per le seconde parti si trova una differenza sostanziale in ciò: che lo spostamento conduttivo nel caso dell'elettricità rappresenta un'azione passeggera che si traduce nella produzione delle cariche, mentre la polarizzazione rimanente nel caso del magnetismo persiste come tale, onde non vi sono vere cariche ma vi ha solo distribuzione apparente. Il suo corrispondente nel caso dell'elettricità si avrebbe in una deformazione permanente dei dielettrici. In altre parole, non vi ha *conduzione magnetica*, non vi ha nulla, cioè, nel magnetismo che corrisponda ai *conduttori* di elettricità. Questa differenza caratteristica imprime una diversa fisonomia ai due ordini di fenomeni: e tutta la parte dell'elettrostatica relativa ai conduttori non ha riscontro nel caso del magnetismo.

Ma la relazione generale fra l'induzione reattiva e la distribuzione delle masse espressa dal teorema di Gauss generalizzato (§ 25) sussiste allo stesso modo pel

magnetismo, dove naturalmente si tratta di distribuzione apparente. Infatti per il carattere solenoidale spettante a **G**, dovendo esser nullo il flusso d'induzione totale attraverso qualunque superficie chiusa, ne segue che il flusso d'induzione reattiva uscente deve essere uguale e contrario al flusso dell'induzione fissa, ossia uguale al prodotto di 4π per il numero di linee di magnetizzazione fissa $\mathbf{m}_0$ entranti; e quindi, per la relazione esistente in generale fra il vettore **m** ed il magnetismo libero (§ 44), deve essere uguale al prodotto di 4π per la quantità di magnetismo fisso contenuto nello spazio racchiuso dalla superficie considerata. Naturalmente, affinchè tale quantità risulti diversa da zero occorre che la superficie attraversi lo spazio occupato dalla calamita o dalle calamite per modo che una parte rimanga fuori, perchè se dentro si hanno soltanto calamite intere, il magnetismo libero sarà in complesso necessariamente nullo.

§ 48. **Energia; lavoro di magnetizzazione.** — Il semiprodotto della polarizzazione reattiva per la forza, come in elettrostatica quello dello spostamento reattivo per la forza (§ 33), dovrebbe darci l'energia per unità di volume, che sarebbe dunque espressa da

$$\frac{1}{8\pi} BH \quad \text{ovvero} \quad \frac{1}{8\pi} \mu H^2 .$$

Se non che ciò suppone la costanza di μ, il che rende illusoria l'espressione nei casi di pratica importanza ove si tratta di ferro o di acciaio, in cui la condizione, come ora diremo, non è soddisfatta; ed inoltre per causa del magnetismo residuo non si può precisare qual parte dell'energia sia realmente disponibile.

Di maggior uso è l'espressione del lavoro di magnetizzazione relativo ad una piccola variazione h della grandezza della forza magnetica che determina una corrispondente variazione di B. Se s'indica con b questa

ultima variazione ($b = \mu h$), potendosi per la piccolezza dell' intervallo riguardare come costanti i valori di H e di μ (pei quali si possono prendere i valori medii dell' intervallo), l' espressione in discorso sarà

$$\frac{1}{4\pi} H b \quad \text{ovvero} \quad \frac{1}{4\pi} \mu H h .$$

E per mezzo di questa, sommando i lavori elementari per una successione di piccole variazioni cui può sempre ricondursi qualunque cangiamento di H, si può calcolare il lavoro di magnetizzazione in ogni caso.

§ 49. **Corpi paramagnetici e diamagnetici; corpi a grande magnetizzazione.** — La distinzione usuale dei corpi in magnetici e non magnetici non risponde esattamente alle vere condizioni. In realtà tutte le sostanze sono magnetiche, nel senso che tutte risentono l' azione del campo magnetico in un certo grado definito dal valore delle *permeabilità*. Se non che per la grande maggioranza dei corpi questo valore essendo molto vicino all' unità, tanto che per le applicazioni pratiche si possono ritenere nei rispetti magnetici equivalenti all' aria, si suole chiamarli non magnetici. Ma quando si tratti di osservazioni delicate interviene la distinzione; e allora si dividono i corpi suddetti in corpi *paramagnetici* e corpi *diamagnetici*, chiamando paramagnetici quelli in cui μ è un poco maggiore di 1 e diamagnetici quelli in cui è un poco minore. I primi si comportano, quanto al modo, come il ferro, ma con manifestazioni molto deboli; i secondi invece, di cui il rappresentante più comune è il *bismuto*, si comportano in modo opposto, sempre però debolmente. Così p. es. una sbarra di bismuto portata in un forte campo magnetico si magnetizza, ma presenta i poli invertiti: vale a dire che il polo sud si porta in avanti, nel senso indicato dalle linee di forza, e il polo nord all' indietro. Per tutti questi corpi poi il valore di μ si mantiene costante e ben determinato, e non vi ha magnetismo fisso.

Ben diverse sono le condizioni nel caso del ferro, dell' acciaio, del nikel, ecc., di quelle sostanze insomma cui nell' uso comune si riserva il nome di magnetiche, e che per distinguerle dalle precedenti possiamo chiamare *a grande magnetizzazione.* Per queste la permeabilità può assumere valori grandissimi (fin oltre 2000 per certe qualità di ferro), che però non sono ben definiti e costanti, ma, specialmente per il ferro, la ghisa e l'acciaio, variano dipendentemente dalla grandezza di H e da altre condizioni in guisa complicata e difficilmente assegnabile. Vale a dire che l' induzione non cresce proporzionalmente alla forza magnetica, ma varia con una legge complessa di cui si può avere un' idea dalla fig. 3, la

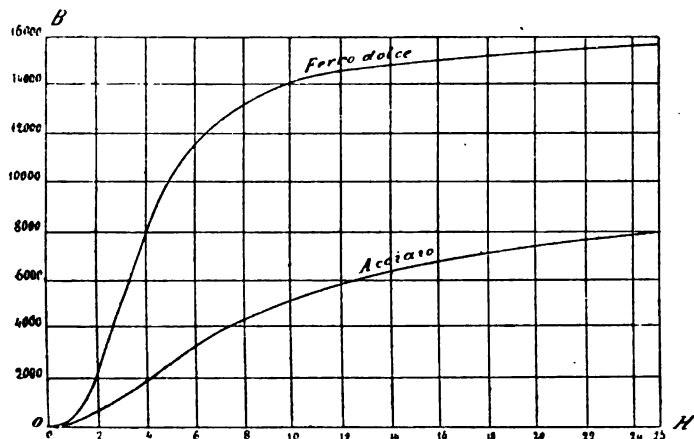



Fig. 3

quale mostra le *curve d' induzione* per il ferro dolce e per l' acciaio ottenute rappresentando sopra una retta orizzontale OH i valori della forza magnetica e sopra delle perpendicolari elevate nei diversi punti della OH i valori corrispondenti dell' induzione B in iscala ridotta ad $^1/_{1000}$.

Si vede che B cresce dapprima piuttosto lentamente, poi accelera, e il rapporto $\mu = \frac{B}{H}$ raggiunge un massimo,

che per il ferro corrisponde all'incirca ad $H = 4 (B = 8000, \mu = 2000)$, indi torna a rallentare e così seguita poi indefinitamente. Per valori considerevoli di H, oltre i limiti della figura, il valore di μ si avvicina all'unità. Siamo allora al così detto limite di *saturazione*: la magnetizzazione ha raggiunto il massimo che la sostanza può prendere, e non cresce più comunque si faccia crescere la forza H.

Ogni qualità di ferro, acciaio, ecc. ha la sua curva speciale, che ne rispecchia le proprietà magnetiche. Ed anche in una stessa sostanza possono queste variare moltissimo a seconda delle condizioni fisiche e chimiche. Per esempio la presenza di piccole quantità di *manganese* basta ad alterare profondamente le qualità magnetiche del ferro, di guisa che il ferro manganesifero alla proporzione del 12 per 100 si può già considerare praticamente come non magnetico. Nell' acciaio l' associazione del *tungsteno* coopera efficacemente colla tempera per favorire l' attitudine alla magnetizzazione permanente. Il trattamento meccanico, la lavorazione, ecc. hanno pure influenza notevole. Ad esempio il ferro dolce assoggettato a sforzi che producano deformazioni permanenti viene ad acquistare pressapoco i caratteri dell' acciaio. Grandissima infine è l' influenza della temperatura: talchè per uno stesso pezzo di ferro a temperature diverse si hanno curve che presentano differenze spiccate. In generale l' aumento di temperatura porta un indebolimento delle proprietà magnetiche; e per temperature superiori a 785° il ferro cessa al tutto di essere magnetico.

§ 50. **Isteresi.** — In realtà poi il fenomeno è anche più complesso. Soprattutto esso si complica per il fatto dell' *isteresi*, il quale consiste in ciò: che se si osservano i valori di B corrispondenti dapprima a valori crescenti di H fino a un certo punto, e poi a valori decrescenti a partire dal massimo valore raggiunto fino allo zero, si

trova che la seconda serie di valori di B dà per una stessa H numeri costantemente superiori a quelli della prima serie. Di maniera che facendone la rappresentazione grafica come sopra, si ottengono due curve distinte, di cui la seconda (H decrescente) corre superiormente alla prima (H crescente), come si vede nella fig. 4, la quale ci rappresenta l'andamento del fenomeno per il ferro dolce e per l'acciaio.

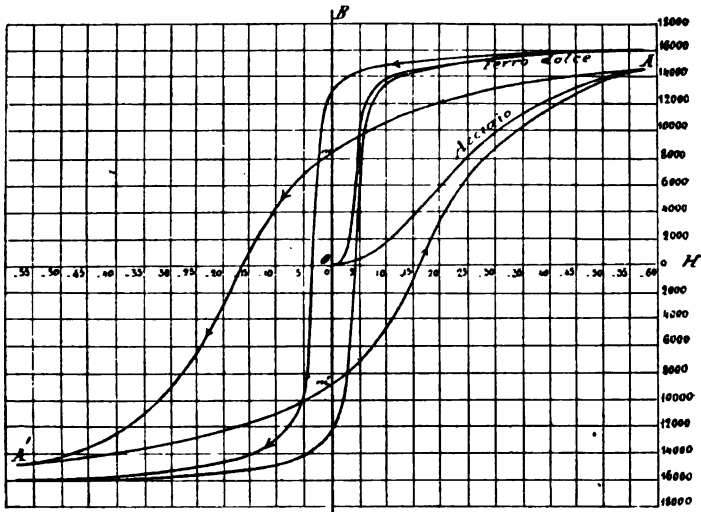



Fig. 4

Supponendo di prendere un pezzo di ferro o di acciaio che non abbia mai subita la magnetizzazione o che sia stato spogliato d'ogni traccia di magnetizzazione precedente mediante arroventamento, la curva OA (acciaio) parte dall'origine O. La curva di ritorno Om passa sopra ad OA e per $H = 0$ presenta un valore di B diverso da zero e dato dal tratto Om che corrisponde al magnetismo residuo. Facendo crescere H per valori negativi si ottiene un altro ramo mA' diverso da quello simmetrico ad OA che si sarebbe avuto incominciando l'operazione a questo punto. Se ora

si torna indietro, per $H = O$ si trova per B un altro valore Om' diverso da zero e negativo; e poi seguitando per valori positivi crescenti, si raggiunge di nuovo il punto A. Ripetendo l' operazione non si passa mai più per il punto O, e si ha una curva chiusa $AmA'm'A$ che rappresenta il così detto *ciclo d' isteresi.* In questo processo vi ha un consumo di energia che si traduce in produzione di calore: e partendo dall' espressione del lavoro di magnetizzazione data al § 48, si trova facilmente che tal perdita di energia è proporzionale all' area racchiusa dalla curva suddetta. Confrontando sulla figura le curve relative all' acciaio e al ferro dolce si rileva chiaramente il diverso comportamento, e si vede che la perdita di energia è per l' acciaio assai maggiore che per il ferro dolce.

CAPITOLO III

Correnti permanenti

§ 51. **Successione di scariche.** — Se s' immaginano due conduttori carichi a diverso potenziale, p. es. le due armature opposte di un condensatore, che a un dato istante si pongano in comunicazione mediante un filo conduttore, ha luogo un rapido cangiamento mediante il quale in un tempo inapprezzabile si stabilisce un nuovo stato di equilibrio pareggiandosi il potenziale.

È il fenomeno di scarica, di cui si è detto poc' anzi (§ 37), comparabile a quello di un corpo elastico che dopo messo in tensione venga lasciato libero e ritorni allo stato di equilibrio. Per far ciò il corpo elastico compie generalmente prima una serie di oscillazioni di ampiezza via via decrescente per effetto dello smorzamento dovuto alle resistenze, con che una parte della energia di deformazione si dissipa in forma di calore, mentre un' altra parte viene diffusa coi moti vibratorii comunicati al mezzo elastico circostante e che si propagano per onde. Similmente la scarica elettrica si concepisce come un cangiamento dello spostamento elettrico che si effettua in genere mediante una serie di oscillazioni smorzate via via per effetto di resistenza; onde una parte

dell'energia elettrostatica viene dissipata convertendosi in calore, ed una parte si diffonde nel mezzo dielettrico in forma di onde elettromagnetiche (quali sono p. es. quelle con cui si ottiene la trasmissione dei segnali nel telegrafo Marconi). Il risultato finale si riduce ad uno spostamento conduttivo lungo il filo, che ha per effetto di pareggiare la pressione o il potenziale sui due conduttori mediante il trasporto di una carica dal conduttore a potenziale più alto a quello a potenziale più basso, con corrispondente diminuzione dell' energia elettrostatica del sistema.

Se ora si immagina che in virtù di una causa qualsiasi si riproduca incessantemente la primitiva differenza di potenziale, si passerà ad avere una successione di scariche; e se si suppone inoltre che la riproduzione avvenga contemporaneamente all' atto della scarica e in maniera continua reintegrando per una via conduttiva (diversa da quella del filo di scarica) le cariche sui conduttori, in modo che la differenza di potenziale si mantenga costante, il fenomeno verrà a perdere il carattere intermittente ed oscillatorio per assumere un carattere stazionario restando però sempre di natura essenzialmente dinamica.

§ 52. **Corrente elettrica.** — Si arriva così al concetto di ciò che chiamasi una corrente elettrica permanente e che si concepisce come uno spostamento progressivo e continuo, ossia come un movimento continuo di elettricità positiva lungo un circuito conduttore (costituito, nell'immagine di cui ci siamo serviti, dal filo di scarica e dalla via per la quale avviene la reintegrazione delle cariche). Ma questa rappresentazione che ci facciamo di una corrente elettrica non implica in realtà nessuna presunzione sulla sua intima natura. E in sostanza noi possiamo dire solamente che la corrente elettrica consiste in un processo dinamico speciale avente il carattere di

stazionarietà, e che vuol essere definito mediante le azioni caratteristiche che l' accompagnano.

Fra queste azioni, di cui diremo partitamente in seguito, due, che non mancano mai, sono il *riscaldamento del circuito* e la produzione di un *campo magnetico* intorno ad esso, onde appare come oltre il circuito sia impegnato nel fenomeno anche l' ambiente esterno.

§ 53. **Forza elettromotrice.** — L' osservazione ha dimostrato l' esistenza di sistemi atti a stabilire e mantenere delle differenze di potenziale nelle condizioni dichiarate di sopra.

Si chiama forza elettromotrice e si suol indicare colla sigla *f. e. m.* la causa cui è dovuta la differenza di potenziale: denominazione sanzionata dall' uso, sebbene sia improprio il nome di *forza,* poichè trattandosi di differenza di potenziale si ha invece a considerare un lavoro.

La detta differenza di potenziale si assume poi come misura della *f. e. m.*; e qui vuol essere notato che nella nozione di forza elettromotrice entra in considerazione la *differenza* e non il valore assoluto del potenziale.

La scoperta e lo studio dei caratteri delle *f. e. m* si deve primamente al Volta, il quale dimostrò il fatto fondamentale, confermato poi da numerose ricerche posteriori: che mettendo a contatto due metalli differenti, e in generale due corpi di diversa natura, si desta e si mantiene fra essi una differenza di potenziale dipendente dalla natura dei corpi medesimi. Questa differenza di potenziale è indipendente dall' estensione della superficie di contatto e da ogni altra circostanza all' infuori della natura dei corpi, del loro stato fisico e dello stato della superficie di contatto. Ove si succedano di seguito più sedi di forza elettromotrice, le relative differenze di potenziale sussistono l' una indipendentemente dalle altre, e quindi si sovrappongono.

Se le due parti separate dalla sede della *f. e. m.* non hanno fra di loro altra comunicazione conduttrice che attraverso di essa, il potenziale è costante dappertutto in ciascuna parte, e vi è equilibrio *statico;* in caso contrario si forma un circuito e si ha il processo *dinamico* che costituisce la corrente elettrica.

Se si succedono più sedi di *f. e. m.*, la differenza terminale di potenziale che si manifesta a circuito aperto è, per quanto precede, semplicemente uguale alla somma algebrica delle singole differenze relative alle singole *f. e. m.* E si vede poi che rispetto al circuito esterno è indifferente quale sia la sede di queste.

§ 54. **Legge delle tensioni del Volta. - Conduttori di e I II classe. - Pile voltaiche.** — La differenza di potenziale fra gli estremi di una catena di metalli è, a temperatura uniforme, uguale a quella relativa al contatto diretto dei due metalli estremi. Questa legge vien detta *legge delle tensioni del Volta,* la parola tensione stando a significare differenza di potenziale. In virtù di essa, la differenza di potenziale di due metalli non viene affetta dall' inserzione di altri metalli fra essi. Ne segue pure che *in un circuito costituito di soli metalli e a temperatura uniforme non può aversi corrente.*

Oltre ai metalli, anche le leghe, alcuni ossidi e solfuri metallici e qualche metalloide, come le varietà conduttrici del carbone, il tellurio, ecc., obbediscono alla predetta legge. Il Volta chiamò conduttori di 1.ª classe i conduttori che vi soddisfano, e conduttori di 2.ª classe gli altri conduttori, a cui appartengono i liquidi conduttori.

Una catena mista, cioè comprendente conduttori delle due classi, è atta in generale a produrre corrente e costituisce una pila voltaica. Ordinariamente la pila è composta di parti tutte uguali fra loro, chiamate elementi o coppie, formate ciascuna di due differenti con-

duttori di 1.ª classe, i quali nella pila del Volta propriamente detta sono rappresentati dai due metalli rame e zinco, separati da un conduttore di 2.ª classe, quale p. es. un liquido conduttore in cui essi si trovino immersi. Si chiamano poli della pila gli estremi della catena fra i quali, a circuito aperto, si manifesta una differenza di potenziale corrispondente alla somma algebrica di tutte le *f. e. m.* esistenti nella catena: polo positivo chiamasi quello a potenziale più alto e polo negativo l'altro. Chiudendo il circuito, cioè stabilendo una comunicazione conduttiva fra i poli, si ha la corrente elettrica, la cui direzione si assume esser quella che va dal polo positivo al negativo nella parte interpolare del circuito, quella cioè secondo cui si concepisce che si muova l'elettricità positiva.

§ 55. **Variazione del potenziale lungo il circuito di una corrente.** — Alle due manifestazioni caratteristiche di una corrente elettrica, di cui fu fatto cenno di sopra, cioè lo svolgimento del calore nel circuito e la produzione di un campo magnetico all'intorno di esso, se ne deve aggiungere un'altra che pure non manca mai, ed è la variazione continua del potenziale che si riscontra lungo il circuito. Prendendo a scandagliare mediante un elettrometro i valori del potenziale nei vari punti della parte interpolare del circuito di una pila, si trova che essi vanno sempre decrescendo a partire dal polo positivo fino al polo negativo: e questo decremento o, come si dice, questa caduta di potenziale obbedisce alle seguenti leggi:

Lungo un filo omogeneo e di sezione costante il decremento è uniforme, talchè per due punti equidistanti, presi comunque lungo il filo, la differenza di potenziale si mantiene costante, e per due punti qualunque la differenza di potenziale è proporzionale alla lunghezza del tratto fra essi compreso.

Il decremento dipende dalla sezione del filo essendo a parità di altre circostanze in ragione inversa della sezione.

Dipende inoltre dalla natura del metallo di cui è formato il filo e dalle sue condizioni fisiche.

Denotando con l la lunghezza, con s la sezione del tratto di filo che si considera e con h un coefficiente numerico dipendente dalla natura del filo, si possono riassumere queste leggi dicendo che il decremento suddetto è, per un dato circuito, proporzionale al valore dell'espressione $h\frac{l}{s}$, mentre poi esso è indipendente dalla posizione del tratto di filo nel circuito.

§ 56. **Concetto di resistenza.** — Secondo la rappresentazione che noi ci facciamo di una corrente elettrica, il decremento del potenziale o della pressione lungo il circuito deve essere in relazione con la resistenza offerta allo spostamento conduttivo nelle varie parti del circuito, comparabile ad una specie di attrito; onde la suddetta espressione $h\frac{l}{s}$ può assumersi come misura di ciò che si chiama *la resistenza totale* del tratto di filo che si considera, mentre il coefficiente h, che rappresenta la resistenza riferita all'unità di lunghezza e all'unità di sezione, misura la resistenza specifica della sostanza di cui è formato il filo.

La resistenza di qualunque conduttore, anche non filiforme, sia esso metallico o di qualunque altra sostanza, può in questo concetto venir confrontata con la resistenza di un certo filo normale preso come termine di riferimento ed esprimersi mediante una certa lunghezza di quest'ultimo. Si ha così quel che si dice la lunghezza ridotta, che è sinonimo di resistenza.

§ 57. **Intensità della corrente.** — Si ha dall'osservazione che gli effetti di una corrente non variano da

punto a punto del circuito, vale a dire che uno stesso conduttore, intercalato in qualunque parte del circuito, presenta identicamente gli stessi fenomeni. Questo si esprime dicendo che la corrente ha in tutti i punti del circuito la stessa intensità, e ben si accorda colla nostra rappresentazione di uno spostamento continuo progressivo, ossia di un flusso di elettricità che si conserva costante lungo tutto il circuito. Abbiamo così il concetto di intensità di una corrente, che mentre si fonda direttamente sulla misura di determinati effetti della corrente, p. es. del campo magnetico cui essa dà luogo, si può definire, riferendosi all'idea del flusso, per mezzo della quantità di elettricità fluente. In questo senso si dice che *l'intensità di una corrente è rappresentata dalla quantità di elettricità che passa attraverso una sezione qualunque del circuito nell'unità di tempo.*

L'intensità di una corrente dipenderà anzitutto evidentemente dalla *f. e. m.* esistente nel circuito. Ma si intende altresì come essa dovrà in qualche modo dipendere dalle condizioni del circuito e propriamente da ciò che di sopra si è chiamata la resistenza delle diverse parti del circuito. E d'altra parte l'osservazione dimostra direttamente che l'inserzione di ogni nuovo conduttore in un circuito voltaico indebolisce la corrente. Anzi di qui si può trarre il mezzo per istabilire per altra via il concetto quantitativo di resistenza, chiamando *resistenze uguali* quelle di due conduttori che inseriti successivamente nel medesimo circuito si equivalgono, cioè riducono la corrente alla stessa intensità.

Quindi, ammettendo che per diverse lunghezze di un medesimo identico filo metallico le resistenze sieno proporzionali alle rispettive lunghezze, e scelto come termine comune di confronto un certo filo normale, si possono esprimere come sopra le resistenze degli altri conduttori per mezzo delle loro lunghezze ridotte, cioè delle lunghezze di tratti di filo normale aventi

ugual resistenza. Si arriva così allo stesso risultato ottenuto per l'altra via, che cioè la resistenza di un conduttore di lunghezza l e di sezione s si può rappresentare mediante l'espressione $h\frac{l}{s}$.

§ 58. **Legge di Ohm.** — Dalle cose dette si rilevano i tre elementi quantitativi da considerarsi in un circuito voltaico, che sono:

1.° Forza elettromotrice totale, rappresentata dalla differenza di potenziale misurata coll'elettrometro ai poli del circuito aperto.

2.° Intensità della corrente, la cui misura si desume dai suoi effetti, p. es. dall'osservazione del campo magnetico, e si definisce per la quantità di elettricità fluente nell'unità di tempo.

3.° Resistenza totale del circuito, che è la somma delle resistenze di tutte le sue parti (comprese le parti interne della pila), che si misurano al modo che si è detto.

Questi tre elementi sono collegati da una relazione fondamentale, che porta il nome di legge di Ohm, ed è stata stabilita direttamente coll'esperienza. Essa dice che *l'intensità di una corrente è direttamente proporzionale alla forza elettromotrice totale e inversamente proporzionale alla resistenza totale del circuito.*

Denotando con E, I, R ordinatamente le tre quantità nominate, si ha dunque che I è proporzionale al rapporto $\frac{E}{R}$, e scegliendo convenientemente le unità di misura per le dette quantità, si può far sì che il coefficente di proporzionalità sia $=1$; con che l'espressione della legge di Ohm diviene

$$I = \frac{E}{R} \quad \text{ovvero} \quad RI = E.$$

§. 59. Estensione della legge di Ohm. — Forza contro-elettromotrice prodotta dalla resistenza. — La legge di Ohm si collega con la legge che regola la caduta del potenziale lungo il circuito della corrente e di cui si è già parlato in precedenza (§ 55).

Presi due punti qualunque a e b del circuito e denotando con V_a e V_b i rispettivi valori del potenziale e con r_{ab} la resistenza del tratto fra essi compreso, il rapporto della caduta di potenziale lungo ab ad r_{ab} ha, per quanto si disse, sempre lo stesso valore comunque si prendano i punti a e b. Se fra questi punti non vi è alcuna sede di *f. e. m.*, la caduta di potenziale lungo ab è rappresentata dalla differenza terminale $V_a - V_b$ dei valori del potenziale; se invece fra a e b esiste una sede di *f. e. m.*, che indicheremo con E_{ab}, la caduta sarà data dalla somma delle differenze $V_a - V_{s'}$ e $V_{s''} - V_b$ dove $V_{s'}$ e $V_{s''}$ significano i valori del potenziale nell' immediata vicinanza della superficie ove ha sede la *f. e. m.*, prima e dopo di essa; onde, notando che $V_{s''} - V_{s'} = E_{ab}$, la caduta sarà rappresentata da $V_a - V_b + E_{ab}$. Ciò vale evidentemente anche pel caso in cui lungo ab s' incontrino più sedi di *f. e. m.*, posto che E_{ab} significhi allora la loro somma algebrica. Ne segue che il rapporto $\frac{V_a - V_b + E_{ab}}{r_{ab}}$ ha sempre lo stesso valore per una qualunque parte ab del circuito (intendendo che se lungo ab non s' incontra alcuna sede di *f. e. m.*, si prenda $E_{ab} = o$); ed ora è facile vedere che questo valore corrisponde precisamente all' intensità I della corrente. Poichè se si prende in considerazione l' intero circuito, la caduta del potenziale lungo il medesimo, in base al ragionamento precedente, risulterà uguale alla *f. e. m.* totale E, onde il predetto rapporto si ridurrà a quello della *f. e. m.* totale alla resistenza totale del circuito, ossia ad $\frac{E}{R}$, che per la legge di Ohm è uguale ad I.

Onde si vede che la stessa legge di Ohm è applicabile sia all' intero circuito sia ad una qualunque parte di esso, e viene a significare che *lungo il circuito di una corrente vi ha sempre caduta di potenziale commisurata alla intensità della corrente e alla resistenza del tratto che si considera, in guisa che il rapporto della caduta di potenziale lungo il tratto alla resistenza del medesimo rappresenti l' intensità della corrente, ossia che la caduta stessa corrisponda al prodotto della resistenza del tratto per la intensità, come è espresso dalla relazione generale*

$$V_a - V_b + E_{ab} = r_{ab} I.$$

L' azione della resistenza si riguarda come comparabile ad una specie di attrito in virtù del quale il passaggio della corrente dà luogo ad una reazione antagonista che si contrappone all' azione della *f. e. m.* e determina la caduta del potenziale. Siffatta reazione costituisce quindi ciò che si chiama una forza contro-elettromotrice, il cui valore ha per misura lo stesso prodotto della resistenza per l' intensità, che rappresenta la caduta di potenziale.

§ 60. **Unità pratiche di resistenza, di f. e. m., di intensità e di quantità di elettricità.** — Diamo qui i nomi e la definizione provvisoria di queste quattro unità, che fan parte del sistema di unità pratiche universalmente adottato per l' elettrotecnica, riserbandoci a trattare più innanzi a parte la quistione delle unità in generale.

Unità di resistenza - Ohm. — Essa corrisponde alla resistenza di una colonna di mercurio di 1 mm.^{2} di sezione ed alta 1063 mm. a 0° C. Equivale prossimamente alla resistenza di un filo di rame di 1 mm. di diametro lungo 40 m.

Unità di f. e. m. - Volta. — Corrisponde ad una differenza di potenziale uguale a $^1/_{300}$ dell' unità elettrostatica. Equivale prossimamente alla *f. e. m.* di una

coppia Daniell ($= 1,06$ *volta*) che differisce dalla primitiva coppia di Volta in quanto che invece di avere come quella un solo liquido (acqua acidulata), lo zinco ed il rame sono immersi rispettivamente in una soluzione di acido solforico ed in una soluzione satura di solfato di rame, i due liquidi essendo separati da un setto poroso, con che si consegue una maggiore costanza.

Unità di intensità - Ampère. — Intensità della corrente prodotta da una *f. e. m.* di 1 *volta* in un circuito avente la resistenza di 1 *ohm.*

Unità di quantità di elettricità - Coulomb. — Quantità di elettricità fluente in 1 secondo con una corrente dell'intensità di 1 *ampère.*

§ 61. **Pile composte da più elementi. — Varii modi di aggruppamento.** — Ogni elemento o coppia sarà caratterizzato dalla sua *f. e. m.* e dalla sua resistenza interna, che si chiamano le costanti della coppia.

Quando si hanno più coppie si possono ideare diversi modi di aggruppamento delle medesime, che si riducono ai tre seguenti:

1.° In parallelo o in quantità;

2.° In serie o in tensione;

3.° In unione mista, che risulta dalla combinazione dei due sistemi precedenti.

Unione in parallelo. — Si uniscono insieme da una parte tutti i poli positivi e da un'altra tutti i negativi; e i due sistemi si collegano ai capi del filo interpolare. L'intensità della corrente risultante da questo accoppiamento sarà sempre data dalla formula generale

$$I = \frac{E}{R}$$

dove, nell'ipotesi di elementi tutti uguali, E si riduce alla *f. e. m.* *e* di una singola coppia, mentre R sarà uguale a

$$\frac{r}{n} + R_e$$

R_e denotando la resistenza esterna del circuito, r la resistenza interna di ciascuna coppia ed n il numero delle coppie (e quindi $\frac{r}{n}$ la resistenza interna del sistema delle n coppie riunite in una superficie n volte maggiore). Si avrà dunque

$$I = \frac{e}{\frac{r}{n} + R_e}.$$

Il limite massimo che si può raggiungere pel valore di I col crescere di n è evidentemente $\frac{e}{R_e}$. Questa disposizione giova quando R_e è piccolo di fronte a r.

Unione in serie. — Consiste nell'unire il polo positivo di una coppia col negativo della seguente. In questo caso le resistenze interne delle coppie si sommano, ma si sommano del pari le loro *f. e. m.*, e nella formola generale

$$I = \frac{E}{R}$$

si avrà $E = ne$, $R = nr + R_e$, e quindi

$$I = \frac{ne}{nr + R_e};$$

dividendo per n si avrà

$$I = \frac{e}{r + \frac{R_e}{n}}.$$

Qui il limite massimo è rappresentato da $\frac{e}{r}$, e questo modo di aggruppamento è utile quando r è piccolo di fronte a R_e.

Unione mista. — Associando i due modi di aggruppamento per un numero n di elementi uguale a $n'n''$, in guisa che sieno riuniti in serie n' gruppi, ciascuno

dei quali consti di n'' elementi riuniti in quantità, nella formola generale sarà da porre evidentemente

$$E = n'e, \quad R = n' \frac{r}{n''} + R_e$$

e quindi

$$I = \frac{n'e}{n' \frac{r}{n''} + R_e} = \frac{e}{\frac{r}{n''} + \frac{R_e}{n'}}.$$

Non esiste più in questo caso un limite superiore per I e si può, facendo crescere convenientemente n' e n'', raggiungere qualunque valore.

Quando il numero totale degli elementi sia prefisso e si tratti di trovare il modo di aggruppamento che per una data resistenza R_e permetta di avere la maggiore intensità I, si ha la regola, che risulta da una facile discussione delle formule: *che la disposizione più conveniente è quella per la quale la resistenza interna totale della pila si avvicina di più al valore della resistenza esterna* R_e.

§ 62. **Lavoro dipendente dalla corrente. — Effetto Joule.** — La differenza $V_a - V_b$ di potenziale relativa ad un tratto qualunque ab di circuito rappresenta per definizione il lavoro corrispondente al passaggio da a a b dell'unità di elettricità. E poichè d'altra parte la intensità I rappresenta la quantità di elettricità che passa nell'unità di tempo, ne viene che il lavoro elettrico dipendente dal passaggio della corrente, computato per l'unità di tempo nel tratto ab, sarà espresso da

$$(V_a - V_b)\, I.$$

Sostituendo a $V_a - V_b$ il valore equivalente $r_{ab}\, I$, nell'ipotesi che nel tratto ab non vi sia alcuna sede di *f. e. m.*, lo stesso lavoro viene ad essere rappresentato da

$$(r_{ab}\, I)\, I = r_{ab}\, I^2.$$

Secondo il concetto suesposto (§ 59) il prodotto $(r_{ab} I) I$ rappresenta anche il lavoro consumato contro la reazione di attrito: onde si deve intendere che il lavoro elettrico vada speso contro l'attrito dovuto alla resistenza.

Il calore svolto dalla corrente si presenta come l'effetto corrispondente a questo lavoro: esso va considerato come calore di attrito; e in virtù del principio dell'energia esso deve essere equivalente al lavoro consumato, e quindi, espresso in unità dinamiche (prendendo per unità di calore la quantità equivalente alla unità di lavoro), deve risultare eguale al lavoro suddetto. Per unità di lavoro si prende qui il *joule* corrispondente a 1 *volta* $\times$ 1 *coulomb:* e si passa dalle calorie (di grammo) ai joule moltiplicando per 4,19, che è il numero di joule cui equivale 1 caloria.

La conclusione precedente trova la sua conferma nella legge stabilita direttamente coll'esperienza da Joule e che porta il suo nome, la quale dice appunto: che *il calore svolto dalla corrente nell'unità di tempo in una porzione qualunque del circuito è proporzionale alla resistenza del tratto considerato e al quadrato dell'intensità della corrente.*

E più precisamente, denotando con q_{ab} la quantità di calore sviluppata in 1 secondo in un tratto $a\,b$ del circuito espressa in *joule*, si ha

$$q_{ab} = r_{ab}\, I^2$$

dove r_{ab} è espresso in *ohm* ed I in *ampère:* e per quanto precede la stessa q_{ab} è pure rappresentata da $(V_a - V_b)\, I$, dove $V_a - V_b$ è espresso in *volta*, o più in generale da $(V_a - V_b + E_{ab})\, I$ qualora in $a\,b$ risieda una *f. e. m.* E_{ab}.

La stessa legge è applicabile all'intero circuito pel quale indicando con Q la quantità totale di calore sviluppata in 1 secondo si ha

$$Q = R I^2 = E I.$$

§ 63. **Correnti derivate.** — Se in un circuito chiuso si uniscono due punti *a, b* con un altro filo, si ha in questo una corrente che chiamasi corrente derivata e i due punti *a*, *b* si chiamano punti di derivazione.

Dopo stabilita la derivazione si hanno fra *a* e *b* due fili riuniti, come si dice, in parallelo, ciascuno dei quali è percorso da una corrente, che può considerarsi come una parte della corrente totale che percorre il resto del circuito.

Denotando con r_1 e r_2 le resistenze dei due fili e con I_1 e I_2 le rispettive intensità di corrente, si avrà (§ 59):

$$I_1 = \frac{V_a - V_b}{r_1},$$

$$I_2 = \frac{V_a - V_b}{r_2},$$

da cui sommando e notando che la somma $I_1 + I_2$ deve essere uguale all' intensità I della corrente totale, si ottiene:

$$I = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)(V_a - V_b).$$

Il sistema dei due fili in parallelo può anche riguardarsi come un conduttore unico di cui si può calcolare facilmente la resistenza che indicheremo con ρ. Dovendo essere infatti in questo concetto:

$$I = \frac{V_a - V_b}{\rho},$$

si ha senz' altro dal confronto colla precedente:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}, \text{ da cui } \rho = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Convenendo di chiamare conducibilità l'inversa della resistenza, la prima di queste equazioni ci dice che la

conducibilità del sistema dei due fili in parallelo è uguale alla somma delle conducibilità dei singoli fili. Questa proposizione si estende facilmente a un sistema di un numero qualunque di fili uniti in parallelo, per il quale si ha similmente che la conducibilità del sistema è uguale alla somma delle conducibilità dei singoli rami.

L'aggiunta del nuovo filo o dei nuovi fili modifica le condizioni primitive del circuito, onde vengono a variare l'intensità totale I e la differenza $V_a - V_b$ di potenziale. Per le quali prima si ha:

$$I = \frac{E}{R' + r_1}, \quad V_a - V_b = r_1 I = \frac{r_1}{R' + r_1} E$$

e dopo

$$I = \frac{E}{R' + \rho}, \quad V_a - V_b = \rho I = \frac{\rho_1}{R' + \rho} E$$

dove E rappresenta la *f. e. m.* esistente nel circuito, r_1 la resistenza del tratto primitivo di circuito compreso fra a e b, R' la resistenza del resto del circuito e ρ la resistenza del sistema di fili in parallelo che vengono a trovarsi dopo fra a e b. Dividendo il valore di $V_a - V_b$ dato dall'ultima equazione per la resistenza di ciascuno di questi fili, si ottiene la corrente che passa nel medesimo.

§ 64. **Equazioni di Kirchhoff.** — Quello che abbiamo considerato rappresenta il caso più semplice possibile di diramazione. Ma s'intende come in un sistema qualsiasi di conduttori filiformi comunque collegati, sotto l'azione di date *f. e. m.* si avrà in ogni caso una certa distribuzione di correnti, di cui dobbiamo cercare le leggi.

Chiameremo *nodi* i punti in cui concorrono più fili, *rami* le porzioni di filo comprese fra due nodi. Prendendo a considerare un ramo qualunque compreso fra i nodi a e b, indichiamo con V_a, V_b i valori del potenziale in a e in b, con r_{ab} la resistenza del ramo e

con I_{ab} l' intensità della corrente che lo percorre. Se lungo $a\,b$ non esiste alcuna *f. e. m.*, si avrà per quanto fu osservato al § 59:

$$r_{ab}\,I_{ab} = V_a - V_b.$$

mentre se lungo $a\,b$ esiste una *f. e. m.* E_{ab}, si avrà:

$$r_{ab}\,I_{ab} = V_a - V_b + E_{ab}\;;$$

la quale poi comprende come caso particolare la precedente per $E_{ab} = 0$. Avremo così tante equazioni come questa quanti sono i rami.

A queste si aggiungono altre equazioni relative ai nodi, che si ottengono semplicemente scrivendo che *la somma algebrica delle intensità di tutte le correnti che affluiscono ad un qualunque nodo è uguale a zero* (altrimenti vi sarebbe un accumulamento di elettricità).

Al sistema suddetto di equazioni relative ai rami se ne può sostituire un altro dove non compariscono più i valori dei potenziali nei nodi, e che si deduce mediante la considerazione dei circuiti parziali chiusi che si possono ottenere con diverse combinazioni di rami. Scrivendo per uno qualunque di questi circuiti le equazioni relative ai singoli rami che lo costituiscono e poi sommandole tutte membro a membro e notando che la somma di tutte le differenze di potenziale si annulla, poichè si parte da un nodo per ritornare infine al medesimo nodo, risulta che *in una qualunque combinazione di rami, formanti un circuito chiuso, la somma algebrica dei prodotti delle resistenze per le intensità è uguale alla somma algebrica delle f. e. m. esistenti nel circuito.*

A questi due sistemi di equazioni che possono rappresentarsi brevemente con

$$\Sigma I = 0, \quad \Sigma r I = \Sigma E$$

dove la prima fornisce il tipo delle equazioni relative ai nodi (la sommatoria Σ riferendosi alle correnti che concorrono a ciascun nodo) e la seconda il tipo delle equazioni relative ai suddetti circuiti parziali (Σ riferendosi ai varii rami che compongono un circuito) si dà il nome di equazioni di KIRCHHOFF. Per mezzo di esse si possono risolvere tutti i problemi relativi alla distribuzione delle correnti nelle reti di conduttori.

Ritornando al caso di diramazione semplice considerato nel § precedente, osserviamo che se ai punti *a* e *b* si appoggiano le estremità di un filo conduttore lungo e sottile, in modo che la resistenza del filo sia grandissima di fronte a quella del primitivo tratto *a b*, da quanto si è sopra esposto subito si vede che il regime del circuito non viene sensibilmente modificato, mentre nel filo aggiunto viene derivata una corrente di piccolissima intensità, tale però che sarà misurabile con apparecchi convenienti, e che essendo proporzionale alla differenza $V_a - V_b$ potrà servire a valutare quest' ultima.

Su questo fatto si fondano gli strumenti che nell' industria servono per misurare la differenza di potenziale e portano il nome di voltometri.

Se invece la resistenza del ramo derivato fra *a* e *b* sarà più piccola ed eguale rispettivamente a $\frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}$ ....., allora la corrente che percorrerà il ramo primitivo *ab* sarà ridotta rispettivamente a $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ .... della corrente totale. Onde si ha il mezzo di misurare delle correnti di grande intensità mediante la misura di una determinata frazione delle medesime. A questa diramazione si suol dare il nome inglese di ***shunt***.

§ 65. **Azioni elettrolitiche.** — Se i due fili che fanno capo ai due poli di una pila si immergono in un liquido chimicamente composto (onde si hanno ad esclu-

dere il mercurio ed i metalli fusi), o il liquido si comporta come un coibente, vale a dire che la corrente non passa (come nell' olio, nell' alcool, nell' etere, ecc.), oppure la corrente passa determinando la decomposizione del liquido stesso.

A questo fatto fondamentale si dà il nome di elettrolisi. Il corpo che si decompone dicesi elettrolito, i fili o conduttori immersi nell' elettrolito pei quali la corrente entra nel medesimo o ne esce chiamansi genericamente elettrodi, il primo di essi (quello pel quale la corrente entra e che è in comunicazione col polo positivo dell' elettromotore) dicesi elettrodo positivo o anodo, l' altro dicesi elettrodo negativo o catodo.

Ogni conduttore di seconda classe è un elettrolito.

L' acqua si potrebbe ritenere come corpo coibente, quando si potesse ottenere perfettamente pura.

Se si eseguisce l' esperimento immergendo gli elettrodi in acqua acidulata con acido solforico, si verifica che l' acqua, o meglio l' acido solforico, si decompone e si ha sviluppo di idrogeno sull' elettrodo negativo mentre si raccoglie ossigeno sull' elettrodo positivo.

Il caso più semplice è quello dei composti binarii formati di un metalloide e di un metallo (compreso l' idrogeno che funge da metallo), come le soluzioni di acido cloridrico, bromidrico ecc. ed i cloruri, bromuri, ioduri metallici in soluzione o fusi: il metallo (o l' idrogene) si porta sempre al catodo ed il metalloide all'anodo. I composti ternarii metallici (intendendo come sopra che l' idrogene si consideri come un metallo), cioè i sali ossigenati, gli ossacidi ed i sali alcalini si decompongono nel *metallo* (o idrogene) che si porta sul catodo e nel *resto*, cioè nel radicale non metallico che si porta sull' anodo. Si ha dunque in generale:

1.° Che i prodotti di decomposizione appaiono soltanto sugli elettrodi. Essi poi sono nelle proporzioni occorrenti a costituire il composto.

2.° Che all'elettrodo negativo si porta sempre il metallo o l'idrogene, ai quali perciò si dà il nome di *elementi elettropositivi*, andando essi nel verso della corrente, ossia dell'elettricità positiva; e all'elettrodo positivo si porta il metalloide o il radicale non metallico, che diconsi *elementi elettronegativi*.

Per ispiegare il trasporto degli elementi sugli elettrodi, mentre nel seno dell'elettrolito non apparisce alcun cambiamento, si ricorse all'ipotesi del Grotthus, secondo la quale accadrebbero in seno al liquido dei fenomeni di decomposizione e ricomposizione, propagantisi successivamente da molecola a molecola fino alle molecole che sono a contatto cogli elettrodi, dove solo si raccolgono gli elementi separati. Questa ipotesi è poi stata modificata ammettendo che gli elettroliti si trovino già in istato di dissociazione parziale, indipendentemente dalla corrente, cioè in una specie di equilibrio dinamico, in cui per effetto di moti interni vi sarebbero continuamente delle molecole composte che si dissociano, mentre altre si ricostituiscono per l'incontro degli elementi dissociati. In queste condizioni il passaggio della corrente avrebbe un'*azione orientatrice* rispetto ai moti degli elementi, indirizzando gli uni verso l'elettrodo positivo e gli altri verso il negativo.

§ 66. **Leggi dell'elettrolisi.** — Le leggi quantitative dell'elettrolisi sono le seguenti:

1.° L'azione elettrolitica della corrente è la stessa in tutto il circuito e la quantità di elettrolito decomposto è proporzionale all'intensità della corrente.

2.° Se nel circuito di una stessa corrente si inseriscono due o più elettroliti di varia specie, le quantità decomposte dei singoli elettroliti stanno fra di loro come i rispettivi equivalenti chimici; e in ciascuno di essi per ogni equivalente di idrogeno o di metallo ottenuto sul catodo, si ha sempre un equivalente del metalloide o

del radicale non metallico sull'anodo. Per evitare l'incertezza derivante dall'esistenza di metalli di valenza variabile (rame, ferro, ecc.), giova poi nell'applicazione della legge riferirsi all'elemento elettronegativo.

Le due leggi anzidette possono raccogliersi in un solo enunciato dicendo: che *il passaggio della stessa quantità di elettricità decompone sempre lo stesso numero di equivalenti*, cioè, *lo stesso numero di molecole*, di qualsivoglia composto. È come se i due elementi in cui si scinde ciascuna molecola composta andassero congiunti con una carica determinata, positiva per l'idrogeno o il metallo, negativa per l'elemento elettronegativo, ma di grandezza fissa ed uguale per tutti.

La corrente consisterebbe nel trasporto di queste cariche elementari insieme cogli elementi, e ciò costituirebbe il processo di conduzione elettrolitica, che potrebbe chiamarsi più propriamente *convezione elettrolitica*.

§ 67. **Equivalente elettrochimico. - Voltametro. - Azioni secondarie.** — Indicando con η il numero degli equivalenti di un elettrolito decomposti al passaggio dell'unità di elettricità (coulomb) sarà dunque η un numero uguale *per tutti gli elettroliti*. Questa costante prende il nome di equivalente elettrochimico ed è rappresentata dal numero di grammi di idrogeno raccolti nel voltametro ad acqua.

Esso è uguale a 10,384 millesimi di milligrammo (0,000010384 grammi). La reciproca $\frac{1}{\eta}$ rappresenta la quantità di elettricità per un equivalente ed è uguale a 96300 coulomb.

Chiamasi *voltametro* in generale ogni apparecchio di decomposizione elettrolitica dal quale si possa avere la misura della quantità di elettricità passata e quindi, tenendo conto del tempo, la misura dell'intensità della corrente, dalla misura delle quantità di elettrolito decomposte.

Molto comune è il *voltametro ad acqua* con elettrodi di platino, nel quale la quantità di elettricità si desume dal volume dei gas raccolti: così pure si fa uso spesso del *voltametro a nitrato di argento*, in cui la misura si desume dal peso dell' argento depositato sul catodo, che corrisponde a 1,118 mgr. per coulomb.

Però giova notare che l' azione elettrolitica pura non si osserva sempre, perchè essa viene spesso modificata da azioni secondarie dipendenti da reazioni esercitate dai prodotti primi di decomposizione sulla sostanza degli elettrodi o sullo stesso elettrolito o infine sul solvente. Per es. nell' elettrolisi del solfato di rame fra elettrodi di platino si dovrebbe avere il rame sull' elettrodo negativo, e sul positivo si dovrebbe avere SO_4: invece non si ha che dell' ossigeno per la reazione di SO_4 sull' acqua che dà luogo alla produzione di acido solforico (H_2SO_4) sviluppando ossigeno. Ciò si applica anche al caso ordinario dell'acqua acidulata con acido solforico, dove il vero elettrolito è quest' ultimo e lo sviluppo di ossigeno sull'anodo è dovuta similmente alla reazione di SO_4 sull'acqua.

Se poi nel caso del solfato di rame gli elettrodi anzi che di platino sono essi stessi di rame, si osserva che mentre il catodo cresce di peso per il rame che si deposita su di esso, l' anodo diminuisce di peso per la reazione di SO_4, in virtù della quale il rame dell' elettrodo si scioglie riproducendo solfato di rame. In tal caso il risultato finale si riduce al trasporto di rame dall' anodo al catodo. Così, per dare un altro esempio, nell' elettrolisi dei sali di potassio o di sodio non si raccoglie al catodo il potassio o il sodio, i quali decompongono l' acqua sostituendosi all' idrogeno, ma si raccoglie idrogeno.

Ora ciò che importa notare si è che tutte queste azioni secondarie vanno messe in conto anch' esse quando si tratti di valutare le quantità di energia che entrano in giuoco, delle quali prenderemo adesso ad occuparci.

§ 68. **Lavoro chimico.** — La decomposizione elettrolitica (fenomeno primario) corrisponde in generale ad una produzione di energia chimica o ad un lavoro chimico negativo (lavoro contro le forze di affinità chimica) che ha per misura la quantità di calore che si otterrebbe dalla combinazione diretta degli elementi separati, notando che sotto la denominazione di *lavoro chimico* si intende comprendervi anche la parte eventualmente spettante a cangiamenti d'ordine fisico che accompagnino il fenomeno.

Se indichiamo con γ il calore che rappresenta la misura del lavoro chimico per un equivalente, espressa in unità meccaniche, sarà $\eta\gamma$ la quantità di energia prodotta al passaggio dell' unità di elettricità, cioè dell' unità di corrente per l' unità di tempo; e per una corrente di intensità I si avrà nell' unità di tempo una produzione di energia rappresentata da $\eta\gamma I$.

Ma γ, per quanto si è detto, va computato tenendo conto di tutte le azioni tanto primarie che secondarie collegate col passaggio della corrente, e con ciò esso può essere positivo o negativo: negativo dove vi ha lavoro chimico negativo, ossia produzione di energia chimica, come nel voltametro ad acqua; positivo dove vi ha consumo di energia chimica, come nelle pile in cui, accanto al fenomeno elettrolitico primario, intervengono azioni secondarie predominanti, come la soluzione dello zinco nell' acido solforico, che determinano in complesso un lavoro chimico positivo.

Ora si osserva che dovunque esiste un processo elettrolitico cui corrisponda un lavoro chimico risultante positivo o negativo, ivi esiste pure una *f. e. m.* cospirante colla direzione della corrente o, rispettivamente, contraria ad essa.

E così alle *f. e. m.* delle coppie voltaiche fanno riscontro le *f. e. m.* che si sviluppano in senso opposto alla corrente nei voltametri.

In virtù del principio dell' energia, il lavoro elettrico per parte di cotali *f. e. m.* deve corrispondere all' importo del lavoro chimico.

Denotando con E le *f. e. m.* e con I l' intensità della corrente, il lavòro di esse *f. e. m.* sarà rappresentato per l' unità di tempo da EI: e questo dovrà dunque risultare uguale all' espressione del lavoro chimico data, come di sopra si è detto, da $\eta \gamma I$. Di qui, confrontando le due espressioni e dividendo entrambe per I, si ottiene la relazione:

$$E = \eta \gamma,$$

che collega E con γ, e permette di calcolare la *f. e. m.* corrispondente ad un dato processo chimico, quando si conosca la misura termica γ del medesimo. La difficoltà per l' applicazione della formola al calcolo esatto delle *f. e. m.* dipende dalla difficoltà di assegnare il valore di γ, il quale è affetto da tutte le circostanze che intervengono nel processo (quindi p. es. anche dalle azioni termoelettriche di cui si farà cenno fra poco) e non può desumersi che approssimativamente dai dati termochimici.

Quando si hanno nel medesimo circuito più sedi di azioni elettrolitiche, sia positive che negative, l' equazione precedente si applica a ciascuna in particolare come all' insieme.

Al consumo di energia che ha luogo negli elementi positivi fa riscontro in parte la produzione di energia negli elementi negativi. Se la corrente è determinata dall' azione chimica, prevarranno naturalmente i termini positivi: la *f. e. m.* risultante sarà la differenza fra la somma dei termini positivi, corrispondenti agli elementi in cui vi ha lavoro chimico positivo ossia consumo di energia, e la somma dei negativi corrispondenti a quelli dove vi ha produzione.

Il lavoro elettrico risultante, che sarà pure la differenza fra i lavori positivi e i lavori negativi, corri-

sponderà all' eccesso dell' energia consumata su quella prodotta; e questo lavoro, come sappiamo, è quello che va speso contro la resistenza convertendosi in calore mediante l' effetto Joule.

§ 69. **Pile idroelettriche. - Polarizzazione.** — Le pile idroelettriche (così chiamate per distinguerle dalle pile termoelettriche di cui si dirà fra poco) derivano tutte con più o meno modificazioni dalla pila di Volta, costituita da elettrodi di zinco e di rame immersi in una soluzione di acido solforico. All' elettrodo di rame si può sostituirne uno di carbone senza che venga sostanzialmente mutata l' azione chimica. La quale consiste nello sciogliersi dello zinco nell' acido con formazione di solfato di zinco e liberazione dell' idrogeno sull' altro elettrodo di rame o di carbone.

L' azione non procede a circuito aperto con dello zinco chimicamente puro, ed è quindi subordinata al passaggio della corrente; ma collo zinco ordinario del commercio, contenente altre sostanze eterogenee, si stabiliscono anche a circuito aperto delle coppie locali interne con circolazione di corrente e conseguente azione chimica, il che porta un inutile consumo di materiale. Sarebbe difficile in pratica potersi servire dello zinco chimicamente puro, ma vi si può supplire con dello *zinco amalgamato*, avendo l' esperienza dimostrato che quest' ultimo non è intaccato dagli acidi diluiti se non quando il circuito è chiuso, come se si trattasse di zinco puro.

Ma più grave inconveniente della pila di Volta si è il rapido indebolimento della corrente per effetto principalmente della *polarizzazione* dovuta al depositarsi dell' idrogene sul rame o sul carbone, onde ha origine una *f. e. m.* contraria.

La sostituzione chimica dello zinco all' idrogene dell' acido solforico importa uno sviluppo di calore di

circa 19000 calorie. Ora si trova che mentre nei primi istanti la corrente è superiore a quella corrispondente al valore della *f. e. m.* calcolata in base a questo numero colla formola data di sopra, essa presto scende al di sotto fino a ridursi debolissima. Ciò si deve in primo luogo alla *f. e. m.* antagonista derivante dal deposito dell'idrogeno che essendo allo stato nascente si trova in particolari condizioni di attività, ed in secondo luogo all'aumento di resistenza interna che è un altro effetto dello stesso deposito.

Se a ciò si aggiunge che dopo un certo tempo, in seguito alla formazione di solfato di zinco, lo zinco metallico incomincia per elettrolisi a depositarsi sul rame o sul carbone, si vede come la pila di Volta in tali condizioni sia poco utilizzabile. Perciò si è cercato di togliere od attenuare tali inconvenienti, soprattutto quello dovuto alla polarizzazione, con varie disposizioni e modificazioni; e a questo riguardo le pile si possono dividere in tre classi, cioè: 1) pile ad un solo liquido senza depolarizzante; 2) pile ad un liquido con depolarizzante; 3) pile a due liquidi.

La prima classe comprende tutte quelle varietà della pila di Volta che presentano modificazioni di maggiore o minore rilievo le quali però non toccano la sostanza del processo chimico, cercando solo di attenuare l'effetto della polarizzazione mediante l'aumento della superficie efficace dell'elettrodo su cui si depone l'idrogeno (sia ottenuto direttamente coll'aumentarne le dimensioni, sia rivestendolo di rame o platino allo stato pulverulento), o mediante l'agitazione del liquido, determinante una corrente di aria che sfiori l'elettrodo, nel qual caso si fa intervenire in certa maniera come depolarizzante l'ossigeno dell'aria chiamandolo a combinazione coll'idrogeno allo stato nascente. Ma l'efficacia di queste disposizioni è naturalmente assai limitata, talchè le pile di questa classe, dette pile *incostanti*, sono oggi poco in uso.

§ 70. **Principali tipi di pile costanti.** — Queste appartengono alle ultime due classi summenzionate. Procedendo per ordine incominceremo dalle pile ad un solo liquido, le quali si possono suddividere in due gruppi secondo che il depolarizzante, che serve ad eliminare in via chimica l' idrogene, è solido o liquido.

Come tipo delle pile *ad un liquido con depolarizzante solido* può prendersi quella di Leclanché costituita da zinco immerso in una soluzione di cloruro ammonico, con l' altro elettrodo formato di carbone circondato da biossido di manganese e grafite di storta triturati, il tutto contenuto entro un vaso poroso. Il cloruro ammonico si converte in cloruro di zinco con formazione di ammoniaca più idrogene. Ma questo invece di svolgersi si combina coll' ossigeno sottratto al biossido di manganese il quale rappresenta qui il depolarizzante.

La *f. e. m.* di un elemento Leclanché è di 1, 4 *volta,* la resistenza interna è piuttosto grande per causa del vaso poroso e dell' impasto di carbone e biossido. Occorre quindi che il diaframma sia ben poroso ed il biossido ben diviso. L' azione depolarizzante di quest' ultimo è compresa entro certi limiti, talchè per avere una corrente costante per qualche tempo conviene accontentarsi di una moderata intensità. Questa pila si presta assai bene in quei casi in cui basta una corrente non molto intensa e ad intervalli (campanelli elettrici, telefoni, ecc.); pei quali essa e le sue congeneri riescono molto comode ed economiche potendo durare a lungo e non richiedendo alcuna manutenzione. Fra gli elementi congeneri si possono annoverare i così detti elementi secchi in cui invece di liquido libero si ha una massa porosa impregnata, e che sono molto comodi per il trasporto. Per impedire che si asciughino per evaporazione sono rivestiti di qualche mastice impermeabile lasciando solo una piccola apertura per lo sfogo dei prodotti gassosi.

Per le *pile ad un liquido con depolarizzante liquido* può servire di tipo la pila a bicromato di potassa o pila Grenet, che consta di zinco e carbone immersi in un liquido preparato mescolando 1 parte di bicromato potassico con 2 parti di acido solforico e 12 parti di acqua. Questo serve al tempo stesso da liquido eccitatore e da depolarizzante a causa dell' acido cromico, formatosi per la reazione dell' acido solforico sul bicromato, il quale serve a fissare l'idrogene riducendosi a sesquiossido di cromo con produzione di acqua; e ciò determina anche una *f. e. m.* cospirante che eleva la *f. e. m.* totale della coppia a circa 2 *volta*. Siccome poi inoltre la resistenza interna, per la buona conducibilità del liquido, è generalmente piccola (in relazione con la distanza e l'estensione degli elettrodi), così questa pila è atta a produrre in principio una corrente di grande intensità. Essa è però soggetta ad esaurirsi presto in causa dell' impoverimento del liquido a contatto con la superficie di carbone, se non si provvede a rinnovarlo mediante agitazione o circolazione.

Veniamo ora alle *pile a due liquidi*, di cui uno serve da eccitatore e l' altro da depolarizzante. Queste meritano a preferenza delle precedenti il nome di *pile costanti*, ed hanno per rappresentanti tipici la pila di Daniell e la pila di Bunsen.

L' elemento Daniell è in ordine alla costanza il più perfetto. In esso gli elettrodi sono di zinco e di rame, immersi rispettivamente in acido solforico diluito ed in una soluzione satura di solfato di rame, essendo i due liquidi separati da un setto poroso. Qui l' idrogene invece di depositarsi direttamente sul rame riduce il solfato di rame ad acido solforico, mentre il rame reso libero si deposita sull' elettrodo di rame che perciò non si polarizza e non fa che ingrossarsi. Se si ha cura di mantenere costantemente satura la soluzione di solfato di rame (il che si fa tenendo immersi nel liquido dei

cristalli di questo sale), la pila ha una grande stabilità. Essa ha però una resistenza interna piuttosto forte relativamente alle dimensioni, per la mediocre conducibilità della soluzione di solfato di rame, ed una *f. e. m.* di poco superiore a 1 *volta*, la quale si presenta qui come la differenza di due *f. e. m.* corrispondenti a due processi inversi, cioè la formazione di solfato di zinco e la decomposizione di solfato di rame. È quindi poco atta alla produzione di correnti intense, a meno che non si faccia uso di molte coppie per elevare la *f. e. m.* e si provveda con disposizioni speciali a ridurre la resistenza interna. Così per es. il Thomson ha dato all' elettrodo positivo (piombo rivestito di rame) la forma di truogolo in cui è sostenuta per mezzo di materie isolanti una specie di griglia di zinco che costituisce l' elettrodo negativo, ed ha soppresso il vaso poroso, restando separati i due liquidi solo in virtù del peso specifico diverso. Surrogando nella pila Daniell l'acido solforico diluito con una soluzione satura di solfato di zinco, la *f. e. m.* risulta poco diversa, ma il suo valore (1,07 *volta*) si mantiene più costante, per modo che può usarsi come campione pratico di *f. e. m.*

L' elemento Bunsen ha gli elettrodi di zinco e di carbone, l' uno immerso in acido solforico diluito e l' altro in acido nitrico fumante. L' azione depolarizzante di quest' ultimo è dovuta alla sua tendenza a cedere parte del suo ossigeno il quale si combina coll' idrogene elettrolitico, mentre si formano dei prodotti nitrosi di un grado inferiore di ossidazione. Questa azione importa poi uno sviluppo di *f. e. m.* cospirante colla principale, onde risulta per la coppia una *f. e m.* elevata (1,9 a 2 *volta*); mentre d' altro lato per la buona conducibilità di ambedue i liquidi si ha una piccola resistenza interna: onde la pila Bunsen è atta alla produzione di correnti intense con sufficiente costanza. È però dispendiosa ed incomoda occorrendo montarla e smontarla volta per

volta e rinnovare spesso l'acido nitrico, senza parlare del grave inconveniente della produzione di vapori nitrosi molesti e nocivi. Perciò, oggi che si hanno altri mezzi più comodi e convenienti per produrre correnti intense, essa ha perduto molto della sua importanza pratica.

§ 71. **Pile secondarie: accumulatori.** — Se in un voltametro ad acqua, dopo che è stato attraversato dalla corrente di una pila, si esclude quest'ultima e si chiude il voltametro sopra sè stesso, si ottiene una *corrente secondaria* dovuta alla *f. e. m.* sviluppata nel voltametro, in opposizione alla corrente primitiva, e mantenuta dall'energia chimica dei gas condensati sugli elettrodi di platino. Ciò dura finchè vi sono gas da ricombinare proseguendo anche a spese dei gas raccolti nelle campane, purchè sieno in contatto col platino. Il voltametro ad acqua con elettrodi di platino costituisce dunque una *pila secondaria*. Lo stesso vale in massima per ogni altro voltametro.

Sostituendo alle lamine di platino delle lamine di piombo, l'azione rimane sostanzialmente la stessa; solo che l'ossigeno invece di svilupparsi in forma gassosa si fissa sul piombo formando perossido di piombo. Fu il Plantè che pensò per il primo a costituire in questo modo delle pile secondarie di grande efficacia, cui si è dato il nome di *accumulatori*.

L'accumulatore primitivo di Plantè consta di due lamine di piombo separate da striscie di caucciù e rotolate l'una sull'altra in modo da formare un cilindro che s'immerge in una soluzione di acido solforico. Si hanno così due elettrodi a superficie parallele di grande estensione e vicinissime. Facendo passare la corrente, la lamina positiva si ricopre di biossido di piombo: invertendo la corrente, cambia l'elettrodo su cui avviene il deposito, e il deposito precedente si riduce dando del piombo di struttura cristallina. Ripetendo e prolungando

convenientemente questa inversione, si giunge ad avere l' elemento *formato,* cioè atto a ricevere una *carica* considerevole, vale a dire una considerevole provvigione di energia chimica capace di riprodurre lavoro elettrico colla chiusura dell' elemento in circuito proprio. Virtualmente si ha così come un deposito di elettricità *accumulata,* cioè che può eventualmente esser messa in giro dalla corrente mantenuta a spese dell' energia chimica generata.

La quantità massima di elettricità che un accumulatore può in certo modo immagazzinare per restituirla poi come corrente di scarica, ne rappresenta la *capacità.*

Ad aumentare la capacità ed abbreviare al tempo stesso il processo di formazione, si ricorre dietro l'esempio del Faure all' espediente di ricoprire le lastre di piombo di uno strato di *sostanze attive* consistenti in una pasta formata di ossidi di piombo: è questa allora che viene ridotta dalla corrente lasciando al piombo metallico l' ufficio di sostegno e di reoforo.

L' impiego degli accumulatori ha preso un grande sviluppo in grazia degli utili servigi che possono rendere in molte circostanze. Servono p. es. in tutti quei casi in cui si ha disponibile una corrente che per qualsiasi ragione non si presti bene all' ufficio richiesto. A seconda della grandezza della *f. e. m.* del generatore primario si dispongono per la carica gli accumulatori in quantità o in tensione o in maniera mista per gruppi, mentre quando si tratta di adoperarli alla loro volta nella scarica si accoppiano in modo corrispondente all' uso che se ne vuol fare. Essi servono ancora a regolare la dispensa dell' energia in ordine di tempo potendo venir caricati quando è disponibile la corrente primaria e scaricati a seconda del bisogno.

§ 72. Correnti termoelettriche. - Fenomeno di Peltier. — In una catena chiusa di diversi metalli,

ove la temperatura sia dappertutto la stessa, non può, come già si disse, aversi corrente alcuna per effetto delle *f. e. m.* di contatto, in quanto che, giusta la legge delle tensioni del Volta, la loro somma algebrica, considerata per l' intero circuito, è nulla. Altrimenti accade però qualora intervengano delle differenze di temperatura.

Considerando il caso di due soli metalli *a* e *b*, a forma di fili o di spranghe, saldati insieme per ambedue le estremità, si osserva che portando le due saldature a diversa temperatura, si sviluppa nel circuito una *f. e. m.* che determina una corrente alla quale si dà il nome di corrente termoelettrica; e i due metalli in tali condizioni costituiscono una coppia termoelettrica.

Il metallo verso cui si dirige la corrente attraverso la saldatura calda si dice termoelettrico *positivo* rispetto all' altro. Per fare una *pila termoelettrica* si riuniscono diverse coppie saldando una successione di spranghe *a* e *b* alternate e disposte a zig-zag, in modo che presentino le saldature di ordine pari tutte da una parte e quelle di ordine dispari dall' altra. Stabilendo una differenza di temperatura fra le saldature dei due ordini, le *f. e. m.* date dalle varie coppie bimetalliche si sommano come in una pila voltaica formata di elementi riuniti in serie. Di questo genere è la pila termoelettrica del Melloni. In essa le saldature dei due ordini si trovano l' una accanto all' altra sopra due piani, che costituiscono le due facce della pila.

Le correnti termoelettriche vanno considerate in relazione col fenomeno detto di Peltier, il quale consiste in ciò: che facendo passare una corrente elettrica attraverso la giuntura di due metalli, si osserva un riscaldamento od un raffreddamento della giuntura, a seconda del verso in cui si fa passare la corrente. Fra questo fatto e lo sviluppo di *f. e. m.* cui sono dovute le correnti termoelettriche si ha questa legge di dipendenza:

che il verso della corrente che nel fenomeno di Peltier produce riscaldamento è contrario a quello della corrente termoelettrica che si originerebbe scaldando direttamente la stessa giuntura; o in altre parole: che il processo di riscaldamento o raffreddamento, determinato dal passaggio di una corrente, *è sempre tale che tende a produrre una corrente termoelettrica in senso opposto.*

In grazia di questa correlazione, vi è in una pila termoelettrica, per parte della corrente, un processo di raffreddamento delle saldature calde e di riscaldamento delle saldature fredde: talchè, per mantenere la differenza delle temperature, occorre fornire calore alle prime, sottrarne alle seconde.

Si deve ammettere che le quantità di calore fornite alle prime e sottratte alle seconde, che chiameremo ordinatamente Q_1 e Q_0, *espresse in unità meccaniche* e riferite all'unità di tempo, rappresentino l'equivalente del lavoro delle *f. e. m.* che hanno sede rispettivamente nelle saldature suddette: onde, indicando tali *f. e. m.* con E_1 ed E_0 e con I l'intensità della corrente, si avrà

$$Q_1 = E_1 I, \; Q_0 = E_0 I,$$

da cui si ricava

$$Q_1 - Q_0 = (E_1 - E_0) I,$$

ovvero

$$Q_1 - Q_0 = EI,$$

denotando con E la differenza $E_1 - E_0$, che rappresenta la *f. e. m.* risultante cui è dovuta la corrente.

Il prodotto EI, che è necessariamente positivo, rappresenta il lavoro elettrico risultante, che appare così compensato dalla differenza $Q_1 - Q_0$ fra il calore assorbito alle saldature calde e quello emesso alle saldature fredde. Così una pila termoelettrica rappresenta un organo che ha per funzione la produzione di lavoro

elettrico a spese di calore. Supponendo le saldature calde messe in relazione con una sorgente di calore a temperatura costante t_1 e le saldature fredde sottoposte all'azione di un refrigerante di temperatura costante t_0, il processo acquista carattere permanente e si ha per ogni unità di tempo un lavoro EI fatto a spese del calore consumato $Q_1 - Q_0$.

Quest' ultimo però non rappresenta che una piccola frazione del calore assorbito Q_1, perchè una gran parte di Q_1 passa per conducibilità dalle saldature calde alle fredde.

Perciò le pile termoelettriche, considerate come mezzo di produrre lavoro, non hanno che un piccolo rendimento, utilizzando solo una piccola parte del calore assorbito. Esse hanno quindi più che altro importanza scientifica, venendo usate come mezzo squisito di ricerca per rivelare, mediante la corrente sviluppata, delle differenze minime di temperature; e non hanno grande importanza industriale. E però noi non ci tratteniamo più a lungo su di esse, bastandoci di aver messo in rilievo il fatto fondamentale della produzione della corrente a spese di calore.

§ 73. **Funzioni energetiche delle *f. e. m.*** — Questo fatto si coordina anch' esso ad una legge generale, di cui abbiamo vista già un' altra applicazione nei fenomeni elettrolitici e che consiste in ciò: che dovunque nel circuito di una corrente elettrica esiste un processo, collegato col passaggio della corrente stessa, che implichi un consumo (assorbimento) o una produzione di energia esterna, ivi esiste pure una *f. e. m.* E, cospirante colla direzione della corrente o rispettivamente contraria ad essa, il cui lavoro EI ha per misura le quantità di energia assorbite o rispettivamente prodotte nell' unità di tempo; e reciprocamente ogni sede di *f. e. m.* diretta

o inversa è pur sede di un assorbimento o di una produzione di energia esterna, avente per misura EI.

Questa legge è tutt' affatto generale: ed in essa resta incluso anche l' effetto di Joule, mettendo in conto di *f. e. m.* contraria alla corrente la reazione dovuta alla resistenza, che determina la caduta del potenziale lungo il circuito e che è data in grandezza dal prodotto $r_{ab} I$ dell' intensità della corrente per la resistenza del tratto ab di circuito che si considera, conformemente a quanto si è visto per l' addietro (§§ 59, 61).

CAPITOLO IV

Elettromagnetismo

§ 74. **Campo magnetico delle correnti.** — Abbiamo già detto che fra i fenomeni caratteristici di una corrente vi ha la produzione di un campo magnetico nello spazio esterno al circuito, che si rivela col così detto fatto di Oersted, cioè coll' azione esercitata dalla corrente sull' ago magnetico. Questa è tale che tende a disporre l' ago magnetico normalmente alla direzione della corrente nel verso definito dalla *regola di* Ampère, la quale dice che il polo *nord* si porta alla *sinistra della corrente personificata*, ossia alla sinistra di un osservatore che, adagiato lungo il filo coi piedi dalla parte per cui entra la corrente, volga la faccia all' ago. Su tale fatto si fonda il metodo più comune di riconoscere l' esistenza e la di-

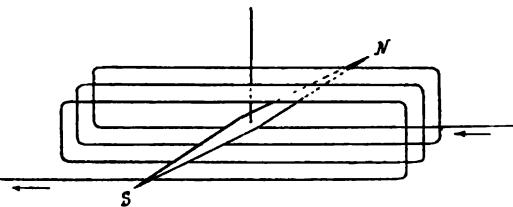



Fig. 5

rezione delle correnti e misurarne l' intensità a mezzo di galvanometri, apparecchi il cui principio è indicato dalla fig. 5, dove si vede come si ottenga una *moltipli-*

cazione di effetto facendo che il filo percorso dalla corrente giri più volte intorno all' ago.

Per calcolare il campo suddetto si ha la legge elementare di Biot e Savart secondo cui la forza esercitata da un tratto elementare rettilineo l di circuito, percorso da una corrente d' intensità I, sopra un polo magnetico di intensità q situato alla distanza r da l, è espressa in grandezza da

$$A \frac{I l q}{r^2} \operatorname{sen}(lr);$$

vale a dire che è proporzionale all' intensità della corrente, alla lunghezza del tratto, all' intensità del polo, inversamente proporzionale al quadrato della distanza, ed è inoltre proporzionale al seno dell' angolo che la direzione di l fa colla congiungente r che va da l al polo: A essendo un coefficiente di proporzionalità (costante elettromagnetica) che dipende dalle unità di misura ma è indipendente dalla permeabilità del mezzo che si suppone omogeneo. — Quanto alla direzione, essa non è, come per le altre forze da noi considerate fin qui, quella della congiungente r, ma è quella della normale al piano determinato da l e da r col verso corrispondente alla suddetta *regola di Ampère.*

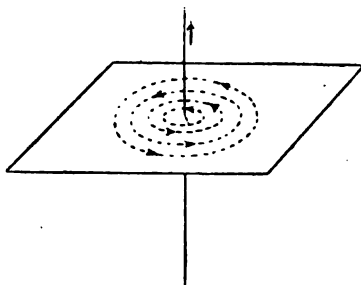
Mediante questa legge si desume l' azione esercitata sul polo da tutto un circuito come risultante delle azioni esercitate dai singoli elementi in cui esso può immaginarsi diviso. Supponendo poi l' intensità del polo uguale a 1, la forza agente su di esso ci definisce in grandezza e direzione il campo magnetico generato dalla corrente.

Questo campo magnetico, al pari di un campo magnetico prodotto da un magnete, si può studiare acconciamente col solito metodo degli spettri magnetici, il quale ci fa conoscere la disposizione del campo mediante l' andamento delle linee di forza.

Se si osserva lo spettro prodotto da una corrente nello spazio circostante ad un tratto rettilineo del circuito, si vedono le linee magnetiche dello spettro prendere la forma di tanti circoli il cui centro è situato sull' asse del filo e il cui piano è ad esso normale.

L' esperienza viene fatta facendo passare la corrente per un filo verticale che attraversa il centro di un disco di carta disposto orizzontalmente (fig. 6).

Fig. 6

Lasciando cadere della limatura di ferro sul disco di carta, essa si dispone in tanti filetti circolari concentrici; il che fa vedere che il campo generato da una corrente rettilinea è a forma di vortice avente per asse la linea di corrente.

Se si ripete l' esperienza con un circuito in forma di anello circolare verticale, attraversante il disco di carta nelle due estremità di un diametro, le linee di forza indicate dallo spettro in questo caso saranno per ciascuna parte di filo simili alla precedente esperienza, solo che i circoli si schiacceranno addossandosi l' uno sull'altro nel passaggio attraverso l' interno dell' anello (fig. 7).

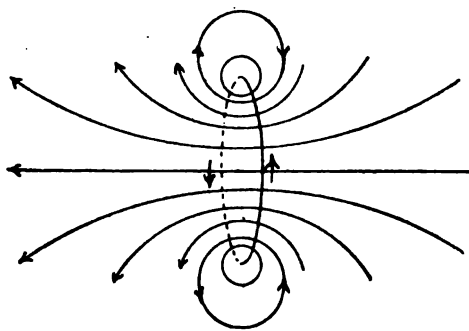



Fig. 7

Nel caso di un circuito formato di più giri disposti a forma di elica cilindrica, le linee di forza prendono

l'andamento indicato dalla fig. 8, dove si vede che nell'interno dell'elica esse corrono sensibilmente parallele.

La struttura vorticoidale è caratteristica del campo generato dalle correnti, nel quale le linee di forza, pur variando di forma a seconda delle circostanze, conservano sempre il carattere di linee chiuse *concatenate col circuito della corrente*, il cui verso viene ancora indicato dalla regola di Ampère, in quanto che la forza è sempre diretta verso la sinistra della corrente personificata.

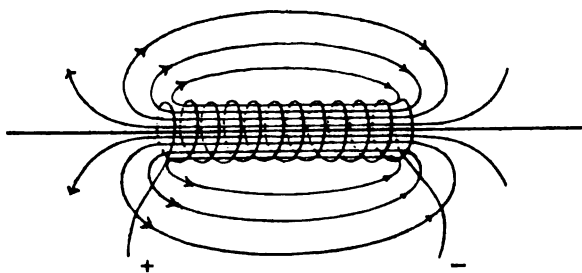



Fig. 8

In relazione con tale struttura sta la proprietà fondamentale del campo medesimo, consistente in ciò: che *il lavoro della forza magnetica* (forza esercitata sopra un polo + 1 computata in base alla predetta legge di Biot e Savart) *per qualunque cammino chiuso concatenato colla corrente, ha un valore costante rappresentato da* $4\pi AI$.

Esso risulta positivo o negativo dipendentemente dal verso secondo cui il cammino è percorso, il verso positivo essendo ancora quello indicato dalla regola di Ampère. Se il cammino gira più volte in un senso o in un altro intorno al circuito, il valore suddetto va moltiplicato per la differenza fra il numero di giri nel verso positivo e quello dei giri nel verso negativo.

Se il cammino abbraccia diverse correnti o diversi giri della medesima corrente, il lavoro sarà rappresentato dall'insieme dei termini corrispondenti alle diverse correnti o ai diversi giri della medesima corrente.

§ 75. **Misura elettromagnetica delle correnti. — Esperienza del Rowland.** — Dal campo magnetico di una corrente si può desumere l' intensità della medesima, e si ha così il fondamento per la misura elettromagnetica delle correnti. — Riferendosi al lavoro per un cammino chiuso concatenato colla corrente, di cui si è detto dianzi, resta anche eliminata l' influenza di un' eventuale inomogeneità del mezzo, ossia di una diversa permeabilità delle sue parti, la quale, mentre può modificare la forza magnetica nei varii punti alterando la distribuzione del campo, non porta in complesso alcuna variazione nel detto lavoro, compensandosi gli effetti lungo una qualunque linea chiusa: onde esso non dipende che dall' intensità della corrente; e nella sua espressione $4\pi AI$, supponendo l' unità di polo magnetico definita come al § 40, la costante A non dipende che dall' unità di misura della corrente.

Posto ciò, si definisce l' unità elettromagnetica di corrente come *la corrente per cui il detto lavoro risulta uguale a* 4π, e per cui quindi A si riduce ad 1. Essa poi serve di base al sistema elettromagnetico di unità assolute per le quantità elettriche, del quale si dirà partitamente più avanti. Qui aggiungeremo solo che l' unità pratica, cioè l' *ampère*, corrisponde a un decimo dell' unità così definita, e quindi quando la corrente è espressa in *ampère*, la costante A si riduce a $\frac{1}{10}$.

La produzione di un campo magnetico non si osserva solo nel caso delle correnti permanenti o delle correnti passeggere corrispondenti alle diverse forme di scarica elettrica (§ 37), ma si osserva anche quando si tratta di trasporto di elettricità prodotto per via meccanica mediante il movimento di corpi su cui si trovino delle cariche elettriche: il che è in armonia colla rappresentazione che ci facciamo della corrente riferendola ad un moto dell' elettricità lungo il circuito.

Suppongasi un conduttore a forma di anello circolare carico uniformemente di elettricità positiva, p. es. in guisa che per ogni centimetro della sua circonferenza si abbia un' unità elettrostatica *c. g. s.* (§ 20). Facendo ruotare l' anello con moto uniforme intorno ad un asse normale al piano dell' anello e passante per il centro, per modo che i punti della circonferenza si muovano con una velocità v, avremo nello spazio occupato dall' anello una corrente di trasporto per la quale attraverso una qualunque sezione fissa che s' immagini in detto spazio verrà a passare nell'unità di tempo una quantità di elettricità corrispondente a v unità elettrostatiche, onde v rappresenterà l' intensità di tale corrente in misura elettrostatica. Per eliminare il dubbio circa il reale trasporto dell' elettricità con la velocità v, l' anello è formato da sostanza coibente con rivestitura metallica, e quest' ultima è interrotta in varii punti con dei tagli fatti secondo dei piani radiali. Ora in tali condizioni si osserva appunto la produzione di un campo magnetico identico a quello che si avrebbe se si trattasse di una corrente d' uguale intensità che circolasse nell' anello supposto fisso. Ciò venne constatato per la prima volta da Rowland (1876) e poi ripetutamente confermato da altri sperimentatori. L' azione su l' ago magnetico è conforme alla regola di Ampère, e s' inverte tanto se si cangia il senso della rotazione quanto se si cangia il segno della carica, in accordo col concetto che nella suddetta rappresentazione della corrente il moto dell' elettricità positiva in un verso sia equivalente a quello dell' elettricità negativa nel verso opposto.

Si è poi trovato che la velocità v che nell' esperienza suddetta occorrerebbe perchè la corrente di trasporto equivalesse all' unità elettromagnetica di corrente definita dianzi, sarebbe rappresentata da 3.10^{10} cm. = 300,000 km., cioè dallo stesso numero che rappresenta la velocità di propagazione della luce: e questo è uno dei dati fondamentali che hanno servito per istabilire l' analogia fra i fenomeni elettromagnetici e i fenomeni luminosi. Questo

numero ci esprime il rapporto fra l'unità elettromagnetica e l'unità elettrostatica di corrente e quindi anche fra l'unità elettromagnetica e l'unità elettrostatica di quantità di elettricità: vale a dire che l'unità elettromagnetica di elettricità contiene 3.10^{10} unità elettrostatiche, ed 1 *coulomb*, corrispondente a un decimo di quella, ne contiene 3.10^9 ossia tre miliardi. Il valore della costante A quando l'intensità I sia espressa in unità elettrostatiche corrisponde all'inversa del numero che rappresenta la velocità predetta, ossia a $1 : 3.10^{10}$.

§ 76. **Forze elettromagnetiche e magnetoelettriche.** — Si chiamano forze elettromagnetiche quelle che, per quanto si è esposto intorno al fatto di *Oersted* e al campo generato dalle correnti, sono esercitate dalle correnti sulle calamite, e magnetoelettriche quelle che reciprocamente sono esercitate dalle calamite sulle correnti.

Le forze che sollecitano le diverse parti di un circuito C percorso da corrente, che si trovi nel campo di una calamita e in generale in un campo magnetico indipendente dal campo proprio della corrente, si possono ricondurre a leggi molto semplici facendo intervenire la considerazione delle linee del circuito magnetico (§ 46) relativo al campo suddetto.

Se dapprima si considera la forza esercitata sopra un piccolo tratto rettilineo l del circuito C, si ha dalla esperienza che la detta forza risulta perpendicolare al piano determinato dalla direzione di l e dalla direzione delle linee d'induzione magnetica (linee del circuito magnetico), ed è proporzionale in grandezza al prodotto della lunghezza l del tratto considerato per l'intensità I della corrente, per l'intensità G dell'induzione magnetica ed il seno dell'angolo φ che la direzione di l fa con la direzione delle linee d'induzione magnetica; è espressa cioè da

$$A\,G\,l\,I \operatorname{sen} \varphi\,;$$

e quanto al verso, esso corrisponde alla sinistra di chi, stando nella direzione della corrente, guardi nella direzione delle linee d'induzione magnetica. L'esistenza di una tal forza si dimostra sperimentalmente, disponendo per es. un filo percorso da corrente fra le estremità delle branche di una calamita a ferro di cavallo: si osserva che il filo è sollecitato a muoversi normalmente alla direzione propria e a quella delle linee del campo magnetico, che qui corrono dall'una all'altra branca.

La stessa legge può presentarsi sotto un'altra forma, che spesso è più comoda, riferendosi al lavoro corrispondente allo spostamento del tratto l (percorso come sopra dalla corrente I) parallelamente a sè stesso sotto l'azione del campo computata colla legge medesima.

Si ha che il detto lavoro viene espresso dal prodotto di AI per il flusso d'induzione magnetica attraverso il parallelogrammo determinato dalle posizioni iniziali e finali di l, oppure, ciò che significa la stessa cosa, *dal prodotto di* AI *per il numero di linee d'induzione magnetica tagliate da* l *durante lo spostamento che si considera*, numero che va preso positivamente o negativamente secondo che le linee vengono tagliate andando da destra a sinistra o da sinistra a destra, la destra e la sinistra essendo definite come sopra.

Dall'espressione del lavoro si deduce poi subito quella della forza dividendo per lo spostamento.

Ma il presente enunciato ha il vantaggio di potersi estendere immediatamente al caso che, invece di un piccolo tratto rettilineo l, si consideri una porzione qualunque di circuito di forma qualsiasi, perchè il lavoro per tutta questa porzione è dato semplicemente dalla somma algebrica dei lavori relativi ai singoli elementi, onde esso risulta uguale al numero totale, algebricamente inteso, delle linee tagliate dalle sue parti.

Questo poi conduce ad un altro enunciato singolarmente semplice ed evidente, qualora si tratti di un intero

circuito o di porzioni ridotte a forma di circuito chiuso, come d' ordinario accade.

Allora la somma algebrica dei numeri di linee tagliate nel movimento dalle diverse parti corrisponde alla *variazione del numero totale delle linee abbracciate dal circuito della corrente*, numero che d' ora innanzi indicheremo sempre col simolo Φ. Onde si può dire *che il lavoro corrispondente allo spostámento di un circuito percorso da corrente in un campo magnetico è rappresentato dal prodotto di* A I *per la variazione del numero* Φ; o, ciò che torna lo stesso (poichè *I* qui si ritiene costante), *dalla variazione del prodotto* A Φ I.

Il numero Φ va riguardato come una quantità algebrica, che cioè può essere positiva o negativa dipendentemente dal verso delle linee magnetiche considerato in relazione col verso assunto come positivo nel circuito e personificato nelle distinzioni di destra e sinistra: sarà positivo per le linee che attraversano il circuito da destra a sinistra, negativo per quelle che vanno in senso opposto.

La detta espressione del lavoro è tutt' affatto generale e vale tanto per il moto del circuito preso tutto insieme, come sistema rigido, quanto per i movimenti delle sue parti che adducono una deformazione del circuito stesso. Avendo poi così l' espressione generale del lavoro, si possono calcolare in ogni caso le forze che tendono a produrre un dato spostamento, dividendo per quest' ultimo il lavoro che ad esso corrisponde.

Per es. si calcolerà la coppia che tende a far ruotare il sistema intorno ad un asse, dividendo l' espressione del lavoro corrispondente ad una rotazione elementare intorno all' asse suddetto per l' angolo di rotazione.

Dalla stessa espressione si rileva che ad ogni aumento di Φ corrisponde un lavoro positivo per parte delle forze che agiscono sul circuito; onde si deduce una proposizione generale la quale serve a stabilire in ogni caso il senso in cui dette forze agiscono, ed è che *esse ten-*

dono sempre a disporre il circuito in modo che il numero Φ *assuma il valore massimo.*

§ 77. **Azioni mutue fra correnti.** — Se l'azione che una corrente subisce in un campo magnetico si vuol riguardare come dipendente unicamente dalle condizioni del campo e non dalle cause cui il campo stesso è dovuto, ne segue che una corrente che si trovi nel campo di un'altra corrente subirà pure un'azione, e quindi che vi saranno azioni mutue fra correnti in corrispondenza colle leggi qui sopra indicate. Così accade infatti: e da quelle leggi, avuto riguardo a quanto si è detto sulla struttura del campo generato dalle correnti, si possono ricavare come casi particolari le leggi seguenti molto semplici e facili a verificarsi coll'esperienza:

Due correnti parallele si attraggono se sono dirette nel medesimo verso, e si respingono se sono dirette in verso opposto.

Due correnti ad angolo si attraggono se i versi sono tali che ambedue convergano verso il vertice dell'angolo o ambedue ne divergano; e si respingono se una è diretta verso il vertice e l'altra se ne allontana.

Si possono comprendere i due casi in un solo enunciato, dicendo che le forze mutue tendono sempre a disporre le due correnti in modo che esse riescano parallele e dirette nel medesimo verso.

Allo stesso modo si possono dedurre le proprietà dei così detti solenoidi, che sono spirali aventi la disposizione indicata dalla fig. 9; i quali si comportano, tanto per le azioni mutue quanto rispetto alle calamite ed al campo terrestre, come delle calamite rettilinee.

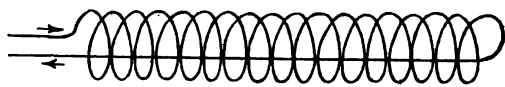



Fig. 9

§ 78. **Elettrocalamite. - Legge del circuito magnetico.** — Il campo magnetico generato da una corrente si comporta come quello generato da calamite permanenti anche rispetto al fenomeno della magnetizzazione indotta. E così, in particolare, si ha il fatto della calamitazione del ferro dolce per effetto della corrente; onde risultano le elettrocalamite, le quali per le condizioni su cui si svolge l'azione magnetica della corrente possono acquistare una magnetizzazione molto intensa.

Per es. se si fa circolare una corrente in un filo conduttore avvolto a spire attorno ad una verga di ferro dolce, vale a dire se la verga si trova all' interno di un solenoide, essa si magnetizza fortemente. Interrompendo la corrente, il ferro perde gran parte del magnetismo acquistato. Quanto alla disposizione dei poli, essa viene determinata dalla solita regola di Ampère: vale a dire che il polo *nord* viene a stare a sinistra della corrente personificata che circola nelle spire del solenoide.

Si possono unire insieme due solenoidi (fig. 10), e col passaggio di una corrente attraverso le spire si hanno così delle elettrocalamite a ferro di cavallo molto potenti, ma che rispetto all'andamento delle linee di induzione uscenti da un polo e rientranti per l' altro non differiscono dalle calamite ordinarie.

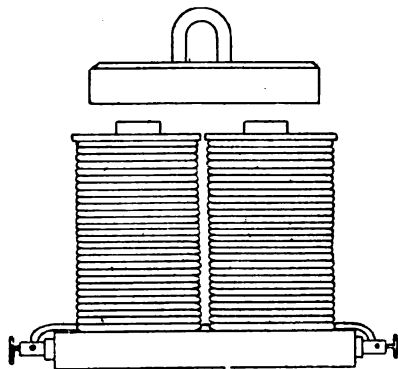



Fig. 10

Un tale andamento, come fu detto per l' addietro, ha sempre carattere circuitale; sì che seguendo le linee d' induzione attraverso l' interno delle masse magnetiche si ha sempre un sistema di linee tutte chiuse, e quindi un sistema di tubi rientranti, il cui flusso si mantiene

costante per tutto il corso di ciascun tubo o filetto, e dal cui insieme risulta il circuito magnetico.

Se non che, nel caso delle elettrocalamite, si può dare un'espressione molto semplice del flusso totale del circuito magnetico generato da una spirale eccitatrice a spire uguali e vicine, espressione simile per la forma a quella che nel caso di un circuito elettrico dà l'intensità della corrente giusta la legge di Ohm.

Si ha cioè che il detto flusso totale, o numero totale di linee d' induzione magnetica, che chiameremo I_m, si può presentare sotto forma di una frazione

$$I_m = \frac{E_m}{R_m}$$

dove E_m tiene il posto della *f. e. m.* nell'espressione della legge di Ohm, e per questo riguardo può chiamarsi forza magnetomotrice, ed R_m tiene il posto della resistenza elettrica e si chiama resistenza magnetica, oppure riluttanza.

Onde si può dire che *il numero totale di linee del circuito magnetico di un' elettrocalamita è proporzionale alla forza magnetomotrice e inversamente proporzionale alla riluttanza.*

La forza magnetomotrice, la quale dipende solo dalla spirale eccitatrice, è rappresentata dal prodotto nI del numero dei giri per l' intensità della corrente moltiplicato per il fattore $4\pi A$.

La resistenza magnetica o riluttanza che comparisce al denominatore si calcola come se si trattasse di una resistenza elettrica sostituendo alla conducibilità elettrica specifica la permeabilità, o alla resistenza elettrica specifica l' inversa della permeabilità: onde essa risulta, come la resistenza elettrica, proporzionale alla lunghezza l e inversamente proporzionale alla sezione s del tratto che si considera, ed inoltre inversamente proporzionale alla permeabilità magnetica.

Perciò la riluttanza sarà rappresentata da una somma di termini della forma $\frac{l}{\mu s}$ dove μ indica la permeabilità, e quindi il numero totale di linee di un circuito magnetico sarà dato da

$$I_m = \frac{\frac{4\pi}{10} n I}{\Sigma \frac{l}{\mu s}}$$

dove il segno Σ indica la somma da estendersi a tutte le parti del circuito ed I s' intende espressa in *ampère*, onde si è posto $A = \frac{1}{10}$.

Si è qui considerato il caso che non esista magnetizzazione fissa, ovvero che si prescinda da essa. Altrimenti essa interviene nel computo della forza magnetomotrice che allora non è più così semplice. Del resto la legge, qualora la si riferisca a un circuito elementare costituito da un singolo tubo d' induzione magnetica, sussiste in generale e quindi anche quando, non essendovi correnti elettriche, il campo sia dovuto a magnetismo fisso o rimanente, nel qual caso la forza magnetomotrice dipende solo da questo: mentre nel caso più generale essa dipenderà dalle correnti e insieme dal magnetismo fisso. Ma la parte che spetta a quest' ultimo non è così facilmente assegnabile come la parte spettante alle correnti, la quale, per quanto si è detto, è data semplicemente dal prodotto del fattore $\frac{4\pi}{10}$ per il numero degli *ampère-giri* concatenati col tubo (intendendo con questa denominazione la somma algebrica delle intensità delle correnti concatenate col tubo, dove correnti circolanti in verso opposto vanno prese con segno contrario e dove l' intensità di una corrente che giri più volte intorno al tubo comparisce moltiplicata pel numero dei giri). Dalla legge relativa ai circuiti elementari, nel caso più semplice in cui

la forza magnetomotrice sia eguale per tutti e sia dovuta ad una spirale di n giri percorsi dalla stessa corrente, si viene a quella data di sopra per il flusso totale.

Va poi notato espressamente che l' analogia colla legge di Ohm non è che formale; e anche non sussiste che dentro certi limiti perchè, mentre la resistenza elettrica di un conduttore è indipendente dall' intensità della corrente (può dipenderne solo indirettamente in virtù dei cangiamenti provocati dal riscaldamento del filo che varia con l'intensità della corrente), la permeabilità magnetica del ferro invece, come si è detto per l' addietro, varia coll'induzione magnetica diminuendo col crescere di essa fino al limite di saturazione.

Tuttavia la legge dei circuiti magnetici, applicata con discernimento assegnando opportunamente i valori di μ, è di grande importanza, perchè fornisce in tutti i casi un criterio generale di somma utilità pratica anche quando sia solo approssimativo.

Se ne traggono poi in particolare le proposizioni seguenti:

Il flusso d' induzione può accrescersi sia accrescendo la forza magnetomotrice, sia diminuendo la resistenza magnetica.

Esso si ripartisce, come le correnti derivate, in ragione inversa della resistenza magnetica dei diversi rami.

E altre deduzioni analoghe di grande aiuto nei diversi casi pratici.

Così per es. riesce facile l' apprezzare le modificazioni che determina in un campo magnetico l' introduzione di nuove masse di ferro e di cui fu già fatto cenno per l' addietro.

Per la grande permeabilità del ferro avviene una concentrazione delle linee d'induzione magnetica, le quali attraversano la sua massa a preferenza dello spazio circostante, mentre al tempo stesso il loro numero si accresce per la diminuita resistenza del circuito.

Se si munisce di àncora una calamita, il numero totale di linee d'induzione viene accresciuto (poichè senz'àncora il circuito magnetico comprende una parte di aria la cui resistenza magnetica è, relativamente al ferro, assai grande), mentre l'azione esterna viene indebolita, perchè le linee attraversano il ferro a preferenza dello spazio esterno.

Del resto, come fu già detto nel capitolo II, dappertutto dove intervengono il ferro e l'acciaio i fenomeni sono sempre molto complessi, perchè, oltre la variabilità della permeabilità, l'isteresi e l'instabilità del magnetismo rimanente, entrano in giuoco gli effetti delle variazioni di temperatura, delle azioni meccaniche, ecc., ed anche gli effetti delle azioni subìte anteriormente dal metallo, le quali influiscono in vario modo sullo stato presente.

L'uso delle correnti, consentendo la produzione di campi graduabili a piacere, ha reso possibile uno studio sistematico di cotali fenomeni; ed è appunto per tal via che si sono rilevate le particolarità riferite nel capitolo succitato. Inoltre la considerazione dei campi elettromagnetici serve a rischiarare le nostre nozioni sul magnetismo dimostrando il carattere cinetico della energia magnetica, che si arguisce dalla natura dinamica del processo che costituisce la corrente, e da altre analogie che vedremo in seguito.

CAPITOLO V

Correnti indotte

§ 79. **Forza elettromotrice indotta in un conduttore per moto relativo rispetto ad un campo magnetico.** — La proprietà caratteristica del campo generato da una corrente, che il lavoro della forza magnetica per un cammino chiuso concatenato con la linea di corrente ha un valore diverso da zero ed uguale a $4\pi AI$, I essendo l'intensità della corrente, valore che va preso positivamente o negativamente secondo il verso con cui si gira intorno alla corrente (§ 74), sarebbe di per sè inconciliabile col principio della conservazione dell'energia, qualora non intervenisse alcun'altra azione, perchè fornirebbe il mezzo di produrre o consumare indefinitamente del lavoro senza compenso.

Siccome il principio suddetto è fuori di discussione, appare di qui la necessità dell'intervento di altre azioni oltre quelle considerate finora.

Queste azioni, di cui ora prenderemo ad occuparci, consistono nello sviluppo, per effetto del movimento, di certe *f. e. m.* che prendono il nome di *f. e. m. indotte.*

Così, quando un conduttore si muove in un campo magnetico, in guisa da tagliare nel suo movimento le

linee di forza del campo, si ha nel conduttore una *f. e. m. indotta*, e se il conduttore fa parte di un circuito chiuso, si ha una *corrente indotta.*

La *f. e. m.* in discorso si sviluppa solo all'atto che il conduttore taglia le linee del campo. Lo sviluppo procede quindi di conserva col movimento, e cessa col cessare di questo. Esso dipende dal *movimento relativo* ed avviene allo stesso modo se, invece del conduttore, si sposta il campo, purchè il risultato sia quello che lo stesso numero di linee vengano ad essere tagliate dal conduttore.

Siccome poi la somma algebrica dei numeri di linee tagliate dalle diverse parti di un circuito chiuso corrisponde, come fu detto altrove, alla variazione del numero Φ delle linee abbracciate dal circuito, così lo sviluppo della *f. e. m.* indotta in un circuito chiuso viene a dipendere dalla variazione del suddetto numero Φ; ed a questa considerazione può ricondursi l'analisi di tutti i varii casi particolari, di cui ci limitiamo a dare qualche esempio.

Si ottiene una corrente indotta introducendo una calamita nell'interno di un solenoide, e si ottiene una corrente indotta di direzione opposta estraendola.

Il campo magnetico terrestre può anch'esso determinare lo sviluppo di una *f. e. m.* indotta in un circuito che venga mosso in modo da variare il numero Φ. Nel fare questa esperienza, avuto riguardo alla debole intensità del campo stesso, converrà servirsi di un circuito per cui Φ possa avere un valore non troppo piccolo, e muoversi in modo da produrre la maggior variazione possibile; per es. disponendo un circuito, formato di più giri di filo che abbraccino un'area considerevole, in un piano perpendicolare alla direzione delle linee di forza e poi ribaltandolo.

Il campo inducente può anch'esser quello prodotto da una corrente. Così con due circuiti, di cui uno è

percorso da una corrente che fornisce il campo, e funge da circuito inducente, mentre l'altro, collegato con un galvanometro, funge da circuito indotto, si dimostra facilmente lo sviluppo delle correnti indotte per avvicinamento o per allontanamento, o in generale per moto relativo dei due circuiti.

Se per es. i due circuiti sono formati con due spirali piane della stessa forma, si trova che la corrente indotta all'atto dell'avvicinamento è di senso contrario alla corrente inducente e quella indotta per allontanamento è dello stesso senso.

Disponendo i due circuiti paralleli e vicini l'uno all'altro e poi ribaltando uno di essi, si ottiene una corrente indotta doppia di quella che corrisponde al semplice allontanamento.

§ 80. **Correnti indotte di apertura e chiusura.** — Non è col solo movimento che si ottengono correnti indotte. Lo stesso effetto si ha facendo variare il campo: l'essenziale è che varii il numero Φ. Per es. nel caso dei due circuiti suddetti si ottiene una corrente indotta chiudendo od aprendo il circuito inducente, con che si viene a creare o sopprimere il campo.

Queste correnti indotte per tal modo sono dette di *apertura* e *chiusura* e appaiono *istantanee:* esse durano cioè per un tempo brevissimo corrispondente a quello che occorre per istabilire o sopprimere la corrente inducente. La corrente indotta di chiusura corrisponde a quella che si ha per avvicinamento dei due circuiti, la corrente indotta di apertura corrisponde a quella di allontanamento.

Invertendo la corrente inducente, si ottiene una corrente indotta doppia.

Allo stesso modo si può ottenere una corrente indotta aumentando o diminuendo l'intensità della corrente inducente, p. es. coll'inserire una resistenza variabile

nel circuito inducente, con che si viene a variare il campo magnetico della corrente inducente.

Non ci tratterremo ad addurre altri esempi. Ciò che importa tener presente è il fatto generale: che ad ogni variazione del numero Φ di linee magnetiche abbracciate da un circuito, determinata da una causa qualsiasi, corrisponde nel circuito lo sviluppo di una *f. e. m.* indotta che dipende da quella variazione ed è indipendente da ogni altra circostanza.

E così, in particolare, è indipendente dalle condizioni del circuito, di guisa che se il circuito è già percorso da una corrente per fatto di una *f. e. m.* propria, la *f. e. m.* indotta non fa che sovrapporsi alla prima.

§ 81. **Verso della corrente indotta.** — Per definire in generale il verso della corrente indotta, che noi abbiamo indicato qui sopra in un caso particolare, si ha la legge di Lenz, che si può formulare in due modi.

Il primo enunciato si fonda sulla considerazione delle forze che esercitano fra di loro correnti e campi magnetici, e quindi in particolare delle forze che si esercitano fra la corrente indotta ed il campo magnetico inducente; e si riferisce al caso dell'induzione per moto relativo. Esso dice che il verso della corrente indotta è sempre tale che le forze suddette che da essa derivano *tendono a produrre un movimento opposto* al movimento che le ha dato origine, ossia che la reazione della corrente indotta sul campo tende ad opporsi al movimento che provoca l'induzione.

Ciò corrisponde a quanto si è detto più sopra parlando dei due circuiti, che avvicinandoli si produce una corrente indotta in senso contrario a quella inducente e allontanandoli si produce una corrente nello stesso senso: poichè, come sappiamo, due correnti rivolte nello stesso verso si attraggono, talchè questa attrazione si oppone al movimento di allontanamento; e viceversa nel caso di avvicinamento.

Poichè la corrente indotta produce delle forze in senso contrario al movimento, ne segue che *il lavoro sarà negativo*; cioè vi sarà del lavoro consumato per produrre il movimento.

Il secondo enunciato dalla legge di Lenz stabilisce il verso della corrente riferendosi non alle azioni meccaniche ma bensì al campo magnetico generato dalla corrente indotta, ed è più generale del primo, comprendendo anche il caso che l' induzione avvenga senza movimento ma per variazione del campo inducente.

Esso dice che il verso della corrente indotta è *tale da opporsi col campo che essa genera alla variazione del numero* Φ, che provoca l' induzione. È facile vedere come questo enunciato s' accordi con quanto si è detto intorno al verso delle correnti indotte all' atto dell' avvicinamento di due circuiti, ovvero all' atto della chiusura o dell' apertura del circuito inducente. Esso è tutt' affatto generale e comprende tutti i casi possibili.

§ 82. **Estracorrenti.** — La stessa azione induttiva che un circuito esercita sopra un altro all' atto in cui si stabilisce o s' interrompe la corrente, ha luogo anche fra le varie parti di un medesimo circuito, e si manifesta mediante le estracorrenti; col qual nome si intendono le correnti indotte che si sviluppano in un circuito dotato di *f. e. m.* propria al momento della chiusura o dell' apertura del circuito stesso.

L' estracorrente di *chiusura* ha direzione opposta a quella della corrente che si stabilisce, e ne ritarda lo svolgimento; quella di *apertura* ha la stessa direzione della corrente che cessa, e tende a prolungarne la durata.

Mediante l' azione delle estracorrenti si rende ragione di certi fatti che si osservano all' atto della chiusura e dell' apertura dei circuiti.

Per es. questo: che chiudendo il circuito di una pila coll' avvicinare i capi del filo fino a che vengano a

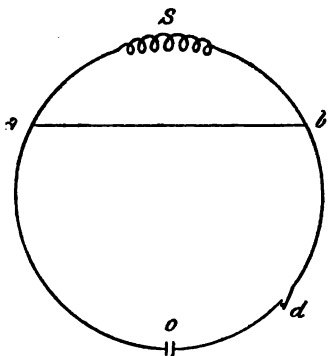
contatto, non si ha la scintilla (a meno che non si tratti di una pila formata di migliaia di elementi, talchè si abbia una grandissima differenza di potenziale ai poli), ma invece allontanando i capi, ossia aprendo il circuito, si ha una scintilla, che dicesi *scintilla di apertura*, alla cui produzione concorre la *f. e. m.* dell' estracorrente di apertura.

Bisogna però notare che le scintille che in questo caso si producono non hanno il carattere delle scintille propriamente dette, o scintille esplosive che scoccano attraverso l' aria fra due conduttori a potenziale differente: ma sono dovute ad un fenomeno di riscaldamento dipendente dall' effetto Joule, il quale si accentua col crescere brusco della resistenza unito a quello della *f. e. m.* all' atto del distacco, tanto da produrre l' incandescenza in quel punto.

Se nel circuito di una pila s' inserisce una elettrocalamita, a seconda della legge di Ohm, aumentandosi la resistenza, la corrente s' indebolisce; ma la scintilla di apertura risulta tuttavia rinforzata, perchè l' azione del nucleo di ferro, accrescendo il numero di linee del circuito magnetico, accresce la *f. e. m.* dell' estracorrente di apertura.

Fig. 11

Si può mettere in rilievo l' estracorrente d' apertura servendosi di una disposizione quale è indicata nella fig. 11. In due punti *a* e *b* del circuito di una pila, che comprendono fra loro una spirale *S*, è stabilita una derivazione mediante un ramo *a b* di forte resistenza, talchè la corrente in *S* non ne resti indebolita che di poco. Interrompendo il circuito in *d*, l' estracor-

rente d' apertura, dovuta in massima parte all' azione della spirale S, circolerà nella parte di circuito $S a b$ anche dopo che sia aperto il circuito in d.

§ 83. Espressione della forza elettromotrice indotta in un circuito chiuso. — Si è già detto che lo sviluppo della *f. e. m.* indotta in un circuito chiuso dipende puramente e semplicemente dalla variazione del numero Φ di linee di induzione magnetica concatenate col circuito, qualunque sia del resto la causa cui la variazione è dovuta.

La legge di dipendenza è molto semplice. Chiamando *f. e. m. totale* indotta durante un qualunque intervallo di tempo τ, il prodotto del valor medio di detta *f. e m.* in quell' intervallo per l' intervallo medesimo, si ha: che la *f. e. m.* totale indotta durante un tempo qualsiasi è proporzionale alla variazione del numero Φ avvenuta in quel tempo. E propriamente, denotando con Φ_0 e Φ_1 rispettivamente i valori iniziale e finale di Φ, computati col loro segno in relazione col verso assunto come positivo nel circuito secondo la regola altre volte indicata, si ha che la detta *f. e. m.* indotta totale è rappresentata in unità elettromagnetiche assolute dalla differenza $\Phi_0 - \Phi_1$ espressa pure in unità assolute.

Dell' unità assoluta di *f. e. m.* si darà la definizione più innanzi: qui diremo solo che il *volta* corrisponde a 10^8 unità assolute *c. g. s.*: onde la stessa *f. e. m.* espressa in *volta* sarà rappresentata da

$$(\Phi_0 - \Phi_1)\, 10^{-8}$$

dove Φ_0 e Φ_1 s' intendono ancora espressi in unità assolute *c. g. s.*, giusta le definizioni date trattando del magnetismo.

Il valore della *f. e. m.* indotta media si ottiene dividendo la precedente espressione per τ: e di qui considerando un intervallo di tempo τ piccolissimo, si viene ad avere il valore della *f. e. m.* indotta in un istante

qualunque mediante il quoziente della variazione di Φ durante un tempuscolo divisa per il tempuscolo stesso, ossia mediante la variazione riferita all' unità di tempo o la *velocità di variazione.* Va notato che $\Phi_0 - \Phi_1$ rappresenta propriamente la variazione presa negativamente: onde si ha precisamente: che *la* f. e. m. *indotta totale per un qualunque intervallo di tempo è data in* volta *dalla variazione totale presa negativamente del numero* Φ *di linee d'induzione magnetica abbracciate dal circuito divisa per* 10^8*; e la* f. e. m. *indotta attuale è rappresentata in ogni istante dalla velocità di variazione negativamente presa dello stesso numero* Φ, *divisa parimenti per* 10^8.

S' intende che se il circuito si compone di più giri, Φ si deve computare facendo la somma dei numeri di linee abbracciate dai singoli giri; e se si tratta di giri uguali, non si avrà che a moltiplicare per il loro numero il numero di linee abbracciate da un solo giro.

Prendiamo in via di esempio a calcolare la *f. e. m.* totale indotta in un circuito formato di n spire piane uguali, che trovandosi in un piano perpendicolare alla direzione di un campo magnetico uniforme venga ad un tratto ad essere ribaltato.

Indicando al solito con G l' intensità dell' induzione magnetica, se S rappresenta in cm.^{2} l'area di un giro, sarà $\Phi = nSG$ il numero di linee abbracciate dal circuito nella posizione normale alla direzione del campo.

Ribaltando il circuito, Φ viene a cambiar segno, sicchè la variazione risulta uguale al doppio dello stesso numero Φ, ossia uguale a $2nSG$; e la *f. e. m.* cercata sarà espressa da $2nSG10^{-8}$.

Supponendo ad esempio che i giri sieno 100 e che ciascun giro abbracci un' area di 5 dm.^{2}, ossia di 500 cm.^{2}, onde $nS = 50000$, la detta *f. e. m.* totale risulterà espressa da $G10^{-3}$; e se l'atto del ribaltamento si compie in $\frac{1}{100}$ di secondo, la *f. e. m.* media sarà $= \frac{G}{10}$ *volta.*

Un nuovo ribaltamento darebbe luogo ad una *f. e. m.* uguale e contraria. E se s' immagina che il circuito si faccia ruotare uniformemente intorno ad un asse passante per il piano suddetto, con una velocità di 50 giri al secondo, avremo così la produzione di ciò che si chiama una *f. e. m. alternativa,* di cui $\frac{G}{10}$ rappresenterebbe il *valor medio.*

Nel caso del campo magnetico terrestre, per il quale prossimamente $G = \frac{1}{2}$, tale *f. e. m.* non sarebbe che $\frac{1}{20}$ *volta.* Ma se al debole campo terrestre si sostituiscono i campi generati da potenti elettrocalamite, quali si usano per la produzione industriale di correnti indotte, in cui l' induzione magnetica può arrivare comodamente a molte migliaia di unità, si vede come le *f e. m.* indotte possano salire a valori considerevoli.

Queste *f. e. m.* alternative possono mediante un processo di commutazione servire alla produzione di correnti di verso costante, oppure possono esssere utilizzate direttamente alla produzione di *correnti alternative*, come vedremo in altra parte. Qui noteremo soltanto che per le correnti alternative, il cui impiego è naturalmente limitato alle azioni indipendenti dal verso della corrente che sono proporzionali al *quadrato* dell' intensità, entra in considerazione non tanto il valor medio dell' intensità corrispondente al valor medio della *f. e. m.* qui sopra definito, quanto il così detto *valore efficace* che equivale alla *media quadratica* (radice quadrata della media dei quadrati): onde anche per le *f. e. m.* vi è luogo a considerare lo stesso valore efficace.

§ 84. **Lavoro della f. e. m. indotta.** — Denotando con ε il valor medio della *f. e. m.* indotta in un circuito nel corso di un piccolo tempuscolo τ e con I il valor medio dell' intensità della corrente in quel tempuscolo,

si avrà mediante il prodotto $\varepsilon I \tau$ il *lavoro* per lo stesso tempuscolo della *f. e. m.* indotta, espresso in *erg* o in *joule* secondo che ε, I sono espresse in unità elettromagnetiche assolute o in unità pratiche: e di qui facendo la somma dei valori corrispondenti ad una successione di tempuscoli, si ha il mezzo di calcolare il lavoro per un qualunque periodo di tempo.

Se nel circuito non esiste altra *f. e. m.*, all'infuori della *f. e. m.* indotta ε, allora I ha necessariamente la stessa direzione di ε e quindi εI risulta essenzialmente positivo, onde in tal caso $\varepsilon I \tau$ rappresenta sempre un lavoro positivo; ma se, per l'esistenza di altra *f. e. m.* di direzione contraria ad ε e di grandezza prevalente, la direzione di I fosse contraria ad ε, allora $\varepsilon I \tau$ rappresenterebbe un lavoro negativo.

Perciò si vede che l'azione della *f. e. m.* indotta può importare tanto una produzione quanto un assorbimento di lavoro, a seconda del verso di I: ma l'assorbimento implica l'esistenza di una *f. e. m.* opposta ad ε e prevalente, che indicheremo con E, la quale alla sua volta fornisce un lavoro $E I \tau$, che è positivo e maggiore in grandezza assoluta di quello assorbito per l'azione della *f. e. m.* indotta.

Questo lavoro positivo importa necessariamente un consumo corrispondente di energia esterna tolta alle sorgenti che alimentano la *f. e. m.* E suddetta. Se questa, sempre essendo opposta ad ε, è però di grandezza minore, allora ε determina il verso di I, il lavoro $\varepsilon I \tau$ risulta positivo e il lavoro $E I \tau$ negativo, e vi ha produzione di energia esterna. Se infine la E è cospirante con ε, allora ambedue i lavori risultano positivi. In ogni caso la somma algebrica dei lavori stessi, data da $(E + \varepsilon) I \tau$, rappresenta l'equivalente del calore sviluppato nel circuito per l'effetto Joule durante il tempuscolo τ.

Riferendoci alle unità assolute e sostituendo per $\varepsilon \tau$ la differenza $\Phi_0 - \Phi_1$, giusta la legge fondamentale

dell' induzione, la precedente espressione del lavoro della *f. e. m.* indotta si converte nell' altra $(\Phi_0 - \Phi_1)\, I$, la quale ha un significato importante in quanto che ci addita in che consista il compenso energetico del lavoro stesso.

Quando l' induzione è dovuta al solo movimento, la espressione $(\Phi_0 - \Phi_1)\, I$, per quanto sappiamo, viene a rappresentare il lavoro, preso *con segno cangiato*, delle forze magnetoelettriche esercitate dal campo sul circuito percorso dalla corrente I, ossia il lavoro che *va speso* nel movimento cui è dovuta l' induzione: e poichè, come si è visto qui sopra, un tal lavoro può essere positivo o negativo, si ha così la possibilità di produrre lavoro elettrico a spese di lavoro meccanico e reciprocamente, cioè di produrre correnti elettriche mediante lavoro meccanico o lavoro meccanico mediante correnti elettriche, e in ciò sta il principio dell' azione delle macchine dinamo-elettriche e dei motori elettrici.

Nel caso invece in cui l' induzione sia dovuta ad una variazione del campo inducente, la stessa espressione $(\Phi_0 - \Phi_1)\, I$ è in relazione con le corrispondenti variazioni dell' energia magnetica del sistema; la quale energia, come si disse altra volta, è di carattere cinetico e comparabile ad una forza viva, e perciò si suol chiamare ancora *energia elettrocinetica*: le sue variazioni, come le variazioni della forza viva di un sistema materiale in moto, si accompagnano necessariamente con delle reazioni assimilabili a reazioni d' inerzia; e la *f. e. m.* indotta, secondo un tale concetto, rappresenta appunto siffatta reazione d' inerzia. Il suo lavoro corrisponde ad una diminuzione o rispettivamente ad un aumento dell' energia elettrocinetica, secondo che esso è positivo o negativo, e trova il suo compenso nelle azioni cui sono dovute le variazioni del campo.

§ 85. Energia elettrocinetica del campo di una corrente. — Consideriamo il circuito di una corrente e

denotiamo con L il numero di linee d'induzione magnetica del campo dovuto alla corrente stessa, abbracciate dal circuito quando l'intensità di essa corrente è uguale a 10 ampère, ossia all'unità assoluta *c. g. s.* di corrente.

Questo numero L, che dipende dalla struttura del circuito (numero dei giri, forma, dimensioni) e dalla permeabilità del mezzo, chiamasi coefficiente di autoinduzione, o anche induttanza, del circuito stesso.

Quando la corrente, anzichè 1, è in unità assolute uguale a I, il flusso abbracciato dal circuito sarà rappresentato da LI.

Ciò posto, supponiamo di far crescere uniformemente l'intensità della corrente a partire da 0 fino al valor finale I. Questo importerà uno sviluppo di una *f. e. m.* ε costante per tutta la durata T del fenomeno ed espressa da

$$\varepsilon = -\frac{LI}{T};$$

e potrà conseguirsi mediante l'azione di una *f. e. m.* uniformemente crescente inserita nel circuito e rappresentata in un qualunque tempo t, contato dal principio, da

$$E_t = -\varepsilon + RI_t,$$

dove R indica la resistenza del circuito e $I_t = \frac{t}{T} I$ rappresenta l'intensità della corrente al tempo t.

Denotando con $\overline{E}_t$, $\overline{I}_t$ i valori medî di E_t e I_t per un tempuscolo τ successivo a t, avremo pure

$$\overline{E}_t = -\varepsilon + R\overline{I}_t,$$

e di qui moltiplicando per $\overline{I}_t\tau$

$$\overline{E}_t\overline{I}_t\tau = -\varepsilon\,\overline{I}_t\tau + R\,\overline{I}_t^2\tau;$$

onde si vede che il lavoro della *f. e. m.* E_t, rappresentato pel tempuscolo τ dal 1.° membro dell'ultima equazione,

si divide in due parti, una delle quali, uguale a $R\overline{I}_t^2\tau$, corrisponde al calore svolto nel circuito; mentre l'altra parte, uguale a $-\varepsilon\overline{I}_t\tau$, corrisponde al lavoro assorbito per parte della *f. e. m.* indotta, il quale, non avendo altro compenso, deve tradursi in una produzione di energia, e questa non può essere che l'energia del campo magnetico, la cui intensità cresce di conserva col crescere della corrente.

Facendo dunque la somma dei lavori assorbiti dalla *f. e. m.* indotta per tutto il periodo T, otterremo l'espressione dell'energia del campo nello stato finale quando la corrente è divenuta uguale ad I.

Per far ciò immaginiamo T decomposto in un gran numero N di parti e poniamo $\tau = \frac{T}{N}$, e indicando con n un qualunque numero intero della successione da $n = 1$ a $n = N$, rappresentiamo con $\overline{I}_n$ il valore medio di I_t nel tempuscolo compreso fra $t = n\tau$ e $t = (n + 1)\tau$, valore che corrisponde alla semisomma dei valori estremi.

Ponendo per ε il suo valore $-\frac{LI}{T}$, si ha $-\varepsilon\tau = \frac{LI}{N}$ e quindi il lavoro $-\varepsilon\overline{I}_n\tau$, relativo al detto tempuscolo, viene ad essere espresso da $\frac{LI}{N}\overline{I}_n$.

La somma di tutti questi lavori corrispondenti ai diversi valori di n si calcola molto semplicemente osservando che per la legge uniforme con cui cresce I_t da 0 al valore terminale I, la somma delle $\overline{I}_n$ divisa per N corrisponde ad $\frac{1}{2}I$: onde la detta somma dei lavori viene ad essere rappresentata dal prodotto di LI per $\frac{1}{2}I$.

E quindi si conclude che l'espressione cercata dell'energia sarà data anch'essa da $LI \times \frac{1}{2}I$ ossia da

$$\frac{1}{2}LI^2.$$

Notiamo che in questo ragionamento si suppone che L si possa riguardare come costante, cioè indipendente dall'intensità I della corrente. Ciò implica la côstanza della permeabilità μ del mezzo, la quale, come sappiamo, non si verifica quando si tratta del ferro o in generale di sostanze fortemente magnetiche. In tal caso l'espressione cessa di essere rigorosa e l'energia non ha più un valore esattamente determinato in funzione dell'intensità I: resta allora all'espressione solo un significato approssimativo.

Osserviamo ancora che se nel caso di L costante si immagina ciascuno dei tubi d'induzione di flusso 1, il cui numero è rappresentato da LI, diviso in tronchi di tale altezza o lunghezza l che il lavoro Hl della forza magnetica lungo il suo corso sia per ognuno di essi uguale a 1, il numero di siffatti tronchi sarà per ogni tubo dato dal numero $4\pi I$ che, colle unità di cui qui ci serviamo, rappresenta il lavoro per l'intero corso del tubo (§ 74); e quindi il numero complessivo di tronchi per tutti i tubi sarà rappresentato da $LI \times 4\pi I = 8\pi \times \frac{1}{2} LI^2$; sarà cioè uguale al numero che rappresenta l'energia moltiplicato per 8π, come se l'energia fosse distribuita nel campo in modo che ogni tronco ne contenesse un importo uguale a $\frac{1}{8\pi}$. In base a questo concetto dividendo tale importo per il volume di un dato tronco si può calcolare l'energia per unità di volume nella regione occupata dal tronco. Ora la base α di ciascun tronco sarà data da $\frac{1}{G}$ (poichè il flusso $G\alpha$ è uguale a 1) e l'altezza l da $\frac{1}{H}$ (poichè $Hl = 1$) e quindi il volume da $\frac{1}{GH}$: e però l'espressione della energia per unità di volume da $\frac{1}{8\pi} GH = \frac{\mu}{8\pi} H^2$ (essendo qui, per l'ipotesi fatta del-

l' esclusione delle sostanze fortemente magnetiche, escluso il magnetismo fisso e quindi $G = B = \mu H$); e così siamo condotti per altra via alla stessa espressione già indicata al § 48.

§ 86. **Energia elettrocinetica di un sistema di correnti.** — Per due circuiti C_1, C_2 percorsi da correnti delle rispettive intensità I_1, I_2 espresse in unità assolute, si trova con considerazioni dello stesso genere l' espressione dell' energia costituita di tre termini, due dei quali della forma del precedente, cioè $\frac{1}{2} L_1 I_1^2$ e $\frac{1}{2} L_2 I_2^2$, rappresentano le energie spettanti in proprio ai due circuiti considerati da soli, ed il terzo della forma $M I_1 I_2$ rappresenta l' *energia relativa*, cioè l' energia dipendente dall' essere i due circuiti in presenza l' uno dell' altro, la quale può anch' essere negativa, a differenza delle energie proprie che sono essenzialmente positive.

Il coefficiente M chiamasi coefficiente d' induzione mutua, ed esprime sia il numero di linee d' induzione magnetica del campo prodotto da C_1, supposto percorso dall' unità assoluta di corrente, che vengono abbracciate da C_2; sia reciprocamente il numero di quelle del campo generato da C_2, similmente percorso dall' unità assoluta di corrente, che vengono abbracciate da C_1, poichè si trova che i due numeri sono eguali.

E così si ha l' energia complessiva H del sistema delle due correnti rappresentata da

$$H = \frac{1}{2}\left(L_1 I_1^2 + L_2 I_2^2 + 2 M I_1 I_2\right).$$

I numeri L_1, L_2, M soddisfano alla condizione

$$M^2 < L_1 L_2,$$

in virtù della quale H si mantiene sempre positiva qualunque sieno le grandezze ed i segni di I_1 e I_2.

La stessa espressione di H si può porre sotto la forma

$$H = \frac{1}{2}\left(\Phi_1 I_1 + \Phi_2 I_2\right),$$

dove

$$\Phi_1 = L_1 I_1 + M I_2;$$

e

$$\Phi_2 = L_2 I_2 + M I_1,$$

rappresentano i flussi totali abbracciati rispettivamente dai circuiti C_1 e C_2 tanto per parte del campo proprio, quanto per parte del campo dell' altro circuito.

L' energia complessiva di un sistema costituito di un numero qualunque di circuiti viene a comporsi in modo analogo della somma di tanti termini, ciascuno della forma $\frac{1}{2} L_s I_s^2$, rappresentanti l' energia propria dei singoli circuiti C_s considerati da soli, e di tanti termini ciascuno della forma $M_{rs} I_r I_s$ rappresentanti le energie relative per tutte le coppie C_r, C_s che si possono avere dalle combinazioni dei circuiti due a due. E può del pari porsi anche sotto la forma

$$H = \frac{1}{2}\left(\Phi_1 I_1 + \Phi_2 I_2 + \ldots\ldots + \Phi_n I_n\right),$$

dove Φ_1, $\Phi_2 \ldots\ldots \Phi_n$ sono come sopra i flussi totali abbracciati dai singoli circuiti.

§ 87. **Analogie meccaniche.** — Le leggi ed i caratteri energetici dei fenomeni che accompagnano lo sviluppo delle *f. e. m.* indotte possono venire utilmente illustrati per mezzo di confronti meccanici. I concetti che stanno a base di siffatti confronti sono:

1) che l'energia del campo magnetico sia *energia cinetica*, comparabile alla forza viva di masse animate da moti rotatorii;

2) che l'energia elettrostatica, che alle volte entra per una parte considerevole nei fenomeni, sia *energia potenziale*, comparabile a quella posseduta da un sistema elastico deformato;

3) infine che l'azione della resistenza sia del genere degli *attriti* (§ 59) o delle resistenze passive che sempre s'incontrano in meccanica.

Ciò posto, prendiamo ad esempio per ora il caso più semplice di un solo circuito C, senza la presenza di alcun altro campo magnetico all'infuori di quello proprio della corrente I che circola in C, e indichiamo come sopra con R e L la resistenza e l'induttanza del circuito, con E la *f. e. m.* che si trova inserita nel circuito e con ε la *f. e. m.* indotta per le variazioni del campo magnetico dovute al variare di I. Il circuito C si considera come invariabile e quindi R e L si ritengono costanti.

A questo sistema elettrico facciamo riscontro con un sistema meccanico rappresentato da un corpo rigido capace di ruotare intorno ad un asse, per esempio un volante, e per facilità di confronto indichiamo le quantità meccaniche corrispondenti alle singole quantità elettriche con le stesse lettere adoperate per queste ultime. Chiameremo dunque I la velocità angolare di rotazione del volante, che intendiamo corrispondere all'intensità di corrente, e ammettendo che al moto del volante si opponga una coppia resistente di attrito proporzionale alla velocità angolare, indichiamo con RI questa coppia, R essendo il suo valore per la velocità 1, valore che intendiamo corrispondere alla resistenza del circuito.

Indichiamo con L il momento d'inerzia del volante, che assimiliamo al coefficiente di autoinduzione, e così di seguito secondo che appare dal prospetto seguente:

NEL VOLANTE	NEL CIRCUITO
I velocità angolare	intensità di corrente
R coppia resistente per la unità di velocità	resistenza
RI coppia resistente per la velocità I	*f.* contro *e. m.* dovuta alla resistenza
L momento d' inerzia	coefficiente di autoinduzione
$\frac{1}{2} L I^2$ forza viva	energia elettrocinetica
E coppia motrice applicata al volante	*f. e. m.* inserita nel circuito
ε coppia dovuta alla reazione d' inerzia	*f. e. m.* indotta

L' assimilazione della coppia reattiva d' inerzia alla *f. e. m.* indotta risponde perfettamente alla legge d' induzione, perchè mentre da un lato la detta coppia è rappresentata dal prodotto del momento d' inerzia L per l' accelerazione angolare, ossia per la variazione della velocità angolare riferita all' unità di tempo, presa con segno cangiato, d' altro lato la *f. e. m.* indotta è rappresentata dalla variazione, riferita all' unità di tempo e presa negativamente, del numero LI di linee abbracciate dal circuito, ossia al prodotto di L per la variazione, riferita all' unità di tempo e presa negativamente, dell' intensità I della corrente.

È facile vedere ora come esista una corrispondenza perfetta fra i fenomeni meccanici del volante e quelli elettrici del circuito. Incominciamo dal considerare il moto stazionario del volante.

La coppia motrice E (costante) sarà qui eguale alla coppia resistente antagonista, poichè, essendo la velocità I costante, non vi sono reazioni d' inerzia, e si avrà quindi $E = RI$; il lavoro della coppia motrice, rappresentato per l' unità di tempo da EI, e quindi anche da RI^2, sarà consumato contro la resistenza,

convertendosi in calore: la corrispondenza colle leggi delle correnti permanenti, cioè colla legge di Ohm e la legge di Joule, è senz' altro evidente.

Vediamo ora che cosa accade quando al volante in riposo si applica ad un tratto l' azione della coppia motrice, oppure, supponendo la coppia motrice già preesistente ma il movimento impedito da un arresto rigido, si sopprime a un tratto l' arresto permettendo al volante di muoversi; il che corrisponderà, nel caso elettrico, a quel che si dice chiudere il circuito.

Il volante non assume subito la velocità finale, perchè vi si oppone l' inerzia sviluppando una coppia reattiva: talchè all' azione della coppia motrice E (costante) si contrappone l' azione combinata della coppia resistente e della coppia reattiva d' inerzia; e conseguentemente il lavoro della coppia motrice si divide in due parti, una delle quali va consumata contro la coppia resistente e si traduce in calore, e l' altra va consumata contro la reazione d' inerzia e si traduce in aumento della forza viva del volante, e così si prosegue fino a che sia raggiunto lo stato di regime contemplato qui sopra.

Abbiamo in ciò l' immagine fedele del fenomeno dell' estracorrente di chiusura che ha luogo nel circuito: l' azione della *f. e. m.* indotta, opponendosi alla *f. e. m.* E, ritarda lo sviluppo della corrente ed assorbe una parte del lavoro della E, che va speso nella costituzione del campo traducendosi in energia elettrocinetica; e ciò dura fino a che si raggiunga lo stato di regime.

Considerazioni analoghe valgono per il caso inverso; e il fenomeno dell' estracorrente di apertura, che si svolge a spese dell' energia elettrocinetica del campo che si distrugge, trova le sua immagine fedele in ciò che accade nel volante in moto, sopprimendo a un tratto l' azione della coppia motrice o mettendo bruscamente un arresto.

Vedremo in altra parte come lo stesso esempio del volante possa servire ad illustrare i fenomeni delle correnti alternative (§ 83). Valga intanto ciò che si è detto a mostrare il partito che può trarsi dalle analogie meccaniche, le quali si applicano anche a casi più complessi e permettono di dare dei fenomeni elettromagnetici modelli semplicissimi, utili soprattutto perchè ne lumeggiano bene i caratteri energetici. In particolare emerge da questi confronti il carattere delle *f. e. m.* indotte comparabili sempre a reazioni d'inerzia.

§ 88. **Correnti di Foucault.** — Si dà questo nome alle correnti indotte che si sviluppano in masse metalliche, le quali si trovino in istato di moto relativo rispetto ad un campo magnetico, oppure in un campo magnetico variabile. Le condizioni determinative non differiscono da quelle relative ai conduttori lineari se non in questo, che negli ultimi si ha da fare con una direzione prescritta, il che non accade più quando si tratta di masse a tre dimensioni o anche solo di superficie. Si hanno quindi delle correnti che si distribuiscono in vario modo nelle masse metalliche, a seconda delle circostanze, e non possono in generale essere utilizzate direttamente, ma si convertono in calore nell'interno dei conduttori. Si ha così uno spreco di energia che si traduce in un riscaldamento inutile e spesso dannoso delle masse metalliche: onde alle correnti di Foucault si dà anche il nome di correnti *parassite.*

Si cerca sovente di attenuarne l'effetto interrompendo la continuità delle masse metalliche nella direzione secondo cui le correnti stesse si sviluppano col sostituire ai nuclei massicci nuclei fatti di lamine sovrapposte ed isolate l'una dall'altra o di fasci di fili parimenti isolati.

Le correnti di Foucault obbediscono come tutte le correnti indotte alla legge generale di Lenz; e quindi,

quando esse sono provocate dal movimento, producono delle reazioni contrarie al movimento stesso: onde nasce una specie di attrito o di viscosità apparente che tende a spegnere il movimento e che si suol mettere in evidenza colla seguente esperienza di Foucault.

Fra i due poli *A* e *B* di un' elettrocalamita *E E'* (Fig. 12) si fa muovere rapidamente un disco di rame *D* girevole intorno ad un asse orizzontale.

Fino a che l'elettrocalamita non è eccitata, il disco gira liberamente, ma appena col chiudere della corrente eccitatrice si stabilisce fra *A* e *B* un campo intenso, il disco viene frenato nel suo movimento ed occorre, per farlo continuare a girare, uno sforzo considerevole, mentre al tempo stesso si osserva che esso si riscalda notevolmente.

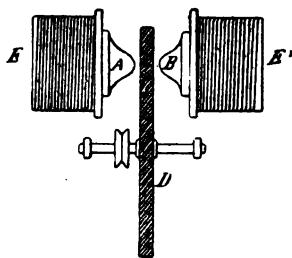



Fig. 12

Si è fatta un'applicazione utile della suddetta proprietà delle correnti di Foucault per ottenere un rapido smorzamento delle oscillazioni degli aghi nelle bussole, nei galvanometri ecc., rendendo così più spedite le osservazioni.

CAPITOLO VI

Unità elettriche

§ 89. **Elementi che servono di base alla derivazione delle unità elettriche.** — Ad agevolare il confronto fra le grandezze che entrano in considerazione nei fenomeni elettromagnetici, a coordinare le leggi ad essi relative e chiarirne il nesso intimo, giova una scelta sistematica delle unità di misura, informata al concetto di far dipendere le diverse unità da certe unità assunte come fondamentali o, in particolare, dalle tre unità di lunghezza, di massa e di tempo, che serve di base ai così detti sistemi di unità assolute, di cui si è parlato in principio (§§ 1-3).

Incominciamo coll' osservare che per le quantità magnetiche basta assegnare l' unità per una sola di esse, per potere con questa e con le unità fondamentali $[L]$, $[M]$, $[T]$ esprimere le dimensioni e definire le unità di tutte le altre in base al loro significato. E in particolare potrà farsi ciò partendo dall' unità di quantità di magnetismo o di polo magnetico che indicheremo con $[q]$.

Così p. es. le dimensioni del momento magnetico saranno per la sua definizione espresse da $[q\,L]$, e l' unità di momento sarà il *momento di un magnete formato da*

due poli ± [q] *distanti* di [L]; le dimensioni della intensità di magnetizzazione (momento per unità di volume) saranno espresse da

$$\frac{[q\,L]}{[L^3]} = [q\,L^{-2}],$$

e l'unità sarà l'*intensità per cui si ha l'unità di momento* [q L] *per l'unità di volume* [L³]; le dimensioni della forza magnetica (forza agente sul polo unitario) saranno espresse da

$$\frac{[forza]}{[q]} = [L\,M\,T^{-2} q^{-1}],$$

e l'unità sarà *la forza magnetica per la quale si esercita l'unità di forza meccanica* [$L\,M\,T^{-2}$] *sopra l'unità di magnetismo* [q]; e così dicasi per tutte le altre quantità magnetiche.

Similmente per le quantità elettriche, in base alla loro definizione e alle relazioni che le collegano, dimensioni ed unità possono farsi dipendere da una sola unità, e in particolare dall'unità di elettricità che si supponga assegnata e che indicheremo con [e].

Così la forza elettrica o intensità di campo (forza esercitata sulla unità di elettricità) avrà le dimensioni

$$\frac{[forza]}{[e]} = [L\,M\,T^{-2}\,e^{-1}],$$

e l'unità sarà *la forza di un campo in cui l'unità di elettricità* [e] *è sollecitata dall'unità di forza meccanica* [$L\,M\,T^{-2}$]; l'intensità di corrente (quantità di elettricità che circola nell'unità di tempo) avrà le dimensioni [$e\,T^{-1}$], e l'unità sarà *l'intensità che mette in giro l'unità di elettricità* [e] *nell'unità di tempo* [T]; per la forza elettromotrice o differenza di potenziale, notando

che il prodotto di essa per una quantità di elettricità equivale ad un lavoro, le dimensioni saranno

$$\frac{[lavoro]}{[e]} = [L^2 M T^{-2} e^{-1}],$$

e l' unità sarà *la* f. e. m. *che fornisce l' unità di lavoro* $[L^2 M T^{-2}]$ *per ogni unità* [e] *di elettricità;* per la resistenza, partendo dalla legge di Ohm secondo cui il prodotto della resistenza stessa per l' intensità serve di misura alla *f. e. m.* o alla differenza di potenziale, le dimensioni saranno

$$\frac{[f.e.m.]}{[intensità]} = \frac{[L^2 M T^{-2} e^{-1}]}{[e T^{-1}]} = [L^2 M T^{-1} e^{-2}],$$

e l' unità sarà *la resistenza di un circuito in cui l' unità di* f. e. m. $[L^2 M T^{-2} e^{-1}]$ *produce una corrente d' intensità uguale all' unità* $[e T^{-1}]$; per la capacità (rapporto della quantità di elettricità alla *f. e. m.* o differenza di potenziale) le dimensioni saranno

$$\frac{[e]}{[f.e.m.]} = [L^{-2} M^{-1} T^2 e^2]$$

e l' unità sarà *la capacità per cui con l' unità di* f. e. m. $[L^2 M T^{-2} e^{-1}]$ *si ha l' unità* [e] *di carica.*

Riassumendo e servendoci dei simboli $[F]$, $[I]$, $[E]$, $[R]$ e $[C]$ ordinatamente per le unità di forza elettrica, d' intensità di corrente, di forza elettromotrice, di resistenza e di capacità, avremo:

$$(\alpha) \quad \begin{cases} [F] = [L M T^{-2} e^{-1}] \\ [I] = [e T^{-1}] \\ [E] = [L^2 M T^{-2} e^{-1}] \\ [R] = [L^2 M T^{-1} e^{-2}] \\ [C] = [L^{-2} M^{-1} T^2 e^2]. \end{cases}$$

Analogamente si procederebbe per ogni altra quantità elettrica.

D' altra parte l' unità di magnetismo e l' unità di elettricità si riattaccano alle unità fondamentali in virtù del concetto (§§ 24, 47) che *quantità di magnetismo* e *quantità di elettricità*, moltiplicate per il fattore numerico 4π, corrispondano rispettivamente al *flusso dell' induzione magnetica* (rappresentata dal prodotto della forza magnetica per la permeabilità) e al *flusso dell' induzione dielettrica* (prodotto della forza elettrica per la capacità specifica induttiva), a senso del teorema di Gauss generalizzato; onde in riguardo alle dimensioni risultano le relazioni:

$$[q] = \left[\mu \times \frac{LMT^{-2}}{q} \times L^2\right], \qquad [e] = \left[k \times \frac{LMT^{-2}}{e} \times L^2\right],$$

ovvero

$$[q^2] = [\mu \times LMT^{-2} \times L^2], \qquad [e^2] = [k \times LMT^{-2} \times L^2];$$

e quindi

$$(\beta) \left\{ \begin{array}{l} [q] = [\mu^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}], \\ [e] = [k^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}], \end{array} \right.$$

dove μ e k, che stanno a rappresentare la permeabilità e la capacità specifica induttiva, sono da riguardarsi come *coefficienti fisici* dotati anch' essi di dimensioni; e $[\mu]$ e $[k]$ sono le rispettive unità per le quali, in unione con $[L]$, $[M]$, $[T]$, si possono esprimere le unità $[q]$ ed $[e]$ secondo le (β).

A queste relazioni è da aggiungere un' altra che collega le quantità elettriche colle quantità magnetiche, e si basa sul fatto fondamentale dell' elettromagnetismo, cioè sull' esistenza nello spazio circostante ad una corrente di un campo magnetico tale che *dal lavoro della forza magnetica* per un cammino chiuso concatenato colla

linea di corrente ***risulti definita l' intensità della corrente stessa*** (§§ 74, 75).

Denotando ancora con A la costante elettromagnetica, che è un altro *coefficiente fisico,* si ha:

$$(\beta') \qquad \left[\frac{LMT^{-2}}{q} \times L\right] = [AI],$$

da cui ponendo $[eT^{-1}]$ in luogo di $[I]$ si deduce:

$$(\beta'') \qquad [Aqe] = [L^2 MT^{-1}].$$

Confrontando con quest' ultima il prodotto delle due relazioni (β) si ottiene:

$$(\gamma) \qquad [Ak^{\frac{1}{2}} \mu^{\frac{1}{2}}] = [L^{-1}T] = [V^{-1}]$$

dove $[V] = [LT^{-1}]$ rappresenta l' unità di velocità.

Se si conoscesse l' intima natura dei fenomeni elettromagnetici, i coefficienti k, μ, A rivestirebbero un determinato significato meccanico cui corrisponderebbero determinate dimensioni: onde risulterebbero definite per mezzo delle (β) le dimensioni di $[q]$ ed $[e]$, mentre la (γ) si ridurrebbe ad un' identità. Ma non si è ancora a tal punto; e intorno alle dimensioni di k, μ, A non si conosce che la relazione (γ) la quale assegna le dimensioni di una delle tre quantità, date che sieno quelle delle altre due. Oltre di questo poi si sa solamente che k e μ variano da mezzo a mezzo, mentre A non dipende dal mezzo.

In ciò che segue intenderemo riferirci al mezzo normale (l' etere o, praticamente, l' aria): per mezzi diversi da quello, k e μ importeranno dei fattori numerici rappresentanti il rapporto della capacità specifica induttiva e della permeabilità del mezzo considerato relativamente a quelle del mezzo normale.

Il prodotto $Ak^{\frac{1}{2}} \mu^{\frac{1}{2}}$ rappresenterà, per il mezzo normale, una certa grandezza determinata, che per la (γ) corrisponde all' inversa di una velocità che possiamo indicare con $v\,[V]$, v denotando il numero che la misura,

numero che varia in ragione inversa dell' unità $[V]$. — È questa una velocità completamente definita il cui significato apparisce da quanto fu detto intorno all' esperienza del ROWLAND (§ 75) e che fu denominata velocità critica dell' elettricità: essa è determinabile sperimentalmente, e si è trovato coincidere colla velocità di propagazione della luce.

§ 90. **Diversi sistemi di unità assolute** — Così stando le cose, rimangono incognite le dimensioni di due delle tre unità $[k]$, $[\mu]$, $[A]$: riguardandole come due unità indipendenti, si possono poi per mezzo di esse e di $[L]$, $[M]$, $[T]$ esprimere tutte le altre unità.

Risulta da ciò la possibilità di diversi sistemi per la derivazione delle unità elettriche e magnetiche a seconda della scelta delle due unità nella terna suddetta.

Noi supporremo che per una di esse si prenda in ogni caso l' unità di permeabilità e che per unità si assuma la permeabilità del mezzo normale; e sopprimeremo il $[\mu]$ nelle formole ponendo $[\mu] = 1$. Con ciò l' induzione magnetica nel mezzo normale risulta eguale alla forza magnetica; e l' unità di polo magnetico $[q]$ (polo che supposto al centro di una sfera di raggio *1* produce un flusso d' induzione, che qui si riduce ad un flusso di forza, uguale a 4π attraverso la superficie, che è quanto dire che produce una forza uguale à *1* in punti distanti di *1* da esso) viene a corrispondere alla definizione ordinaria secondo cui: *polo* 1 [q] *è quello che alla distanza* 1 [L] (nell' aria) *respinge un polo eguale con una forza* $1\,[LMT^{-2}]$.

Le dimensioni di $[q]$ saranno date (β) da

$$[q] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}],$$

e la relazione (γ) diviene

$$(\gamma') \qquad [A k^{\frac{1}{2}}] = [V^{-1}].$$

Le dimensioni delle unità magnetiche, quali risultano dalle espressioni date di sopra portandovi per $[q]$ il valore qui trovato, saranno:

Polo magnetico $[q]$ $\quad [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$

Momento magnetico $[qL]$ $\quad [L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$

Intensità di magnetizzazione $\frac{[qL]}{[L^3]}$ $\quad [L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$

Forza magnetica $\frac{[LMT^{-2}]}{[q]}$ $\quad [L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$

nduzione magnetica » »

Ciò posto, rimane la scelta fra due sistemi differenti secondo che per l'altra unità si prenda $[k]$ o $[A]$, assumendo anche per queste, quale unità, il valore relativo al mezzo normale, e ponendo corrispondentemente nelle formole $[k]=1$ o $[A]=1$. Questi due sistemi prendono il nome rispettivamente di *elettrostatico* ed *elettromagnetico*.

§ 91. **Sistema elettrostatico e sistema elettromagnetico.** — Assunto $[k]=1$, l'unità di elettricità, per le stesse ragioni addotte testè parlando del magnetismo, viene ad essere quella corrispondente all'ordinaria definizione, cioè: *quantità di elettricità* 1 [e] *è quella che alla distanza* 1 [L] (nell'aria) *respinge una eguale quantità con una forza* 1 $[LMT^{-2}]$. E le sue dimensioni sono date (β) da

$$[e]=[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

Si ha poi allora dalla (γ'), $[A]=[V^{-1}]$; ed in tutte le relazioni dell'elettromagnetismo si deve attribuire al coefficiente A il valore inverso della velocità critica.

E dalle formole (α), ponendo per $[e]$ l'espressione ora trovata, si deducono senz'altro le dimensioni con le

rispettive definizioni delle altre unità. Il sistema elettrostatico ha prevalentemente importanza scientifica.

Ad esso si preferisce, nel campo delle applicazioni, l' altro sistema, cioè il sistema elettromagnetico.

Assunto $[A] = 1$, il che porta, per la (γ'), $[k^{\frac{1}{2}}] = [V^{-1}]$, si incomincia col definire l' unità di corrente $[I]$ in base al fatto fondamentale dell' elettromagnetismo ricordato di sopra, come *la corrente il cui campo magnetico è tale che il lavoro per un cammino chiuso concatenato colla corrente stessa risulti eguale a* 4π (§ 75).

Le dimensioni che si deducono dalla (β'), ponendo per $[q]$ il valore trovato, sono:

$$[I] = [L^{\frac{1}{2}}\ M^{\frac{1}{2}}\ T^{-1}].$$

Unità di elettricità $[e]$ è la quantità che circola per l' unità elettromagnetica di corrente nell' unità di tempo:

$$\text{Dimensioni } [e] = [IT] = [L^{\frac{1}{2}}\ M^{\frac{1}{2}}].$$

Unità di *f. e. m.* $[E]$ è la *f. e. m.* che dà l' unità di lavoro per l' unità elettromagnetica di elettricità:

$$\text{Dimensioni } [E] = \frac{[L^2\,MT^{-2}]}{[e]} = [L^{\frac{3}{2}}\ M^{\frac{1}{2}}\ T^{-2}].$$

Unità di resistenza $[R]$ è la resistenza di un circuito in cui l' unità elettromagnetica di *f. e. m.* produce l' unità elettromagnetica di corrente:

$$\text{Dimensioni } [R] = \frac{[E]}{[I]} = [LT^{-1}].$$

Unità di capacità $[C]$ è la capacità di un condensatore in cui, per una differenza di potenziale uguale

all' unità elettromagnetica di *f. e. m.*, si ha una carica uguale all' unità elettromagnetica di elettricità:

$$\text{Dimensioni } [C] = \frac{[e]}{[E]} = [L^{-1}\, T^2].$$

Analogamente si potrebbe dedurre la definizione e l' espressione delle dimensioni per le unità di tutte le altre grandezze elettriche. Così ad esempio per l' induttanza (coefficiente di autoinduzione o di induzione mutua) che indicheremo qui con $[Q]$, sapendo che il prodotto $[QI^2]$ ha le dimensioni di un' energia $[L^2\, MT^{-2}]$, si può definire l' unità di induttanza, come *l' induttanza di un circuito in cui l' unità elettromagnetica di corrente implica l' unità di energia elettrocinetica,* e le dimensioni saranno:

$$[Q] = \frac{[L^2\, MT^{-2}]}{[I^2]} = [L].$$

Tutto ciò vale in generale, qualunque sieno le unità fondamentali $[L]$, $[M]$, $[T]$; ma il sistema universalmente adottato, ed al quale pertanto sempre ci si riferisce, è, come già si disse, il sistema *(c. g. s.)* in cui le tre unità sono il centimetro, il grammo ed il secondo.

Per passare dal sistema elettrostatico al sistema elettromagnetico basta conoscere il rapporto di grandezza dell' unità di elettricità nei due sistemi.

Ora, da quanto precede, si rileva facilmente che il numero di unità elettrostatiche contenute nell' unità elettromagnetica di elettricità è uguale in generale al numero v che esprime la misura della velocità critica

$$v\,[V] = v\,[LT^{-1}];$$

e nel sistema *c. g. s.*, in particolare, è uguale al numero che esprime la velocità stessa in centimetri al secondo.

Questo numero, come già fu detto, è rappresentato da 3.10^{10}, ossia da 30 miliardi, ed è lo stesso che esprime in centimetri al secondo la velocità di propagazione della luce nello spazio libero: la quale coincidenza è attinente all'analogia intima fra i fenomeni elettromagnetici e i fenomeni luminosi cui si è fatto allusione varie volte.

L'unità elettromagnetica di elettricità è dunque grandissima rispetto all'unità elettrostatica, mentre all'incontro l'unità elettromagnetica di *f. e. m.* è piccolissima di fronte all'unità elettrostatica; poichè dovendo il prodotto $[E e]$, che corrisponde all'unità di lavoro $[L^2 M T^{-2}]$, rimanere lo stesso, i due rapporti sono inversi. Ciò rende ragione della grande diversità dei fenomeni cui dà luogo l'elettricità così detta statica e quelli dell'elettricità in corrente, nel primo caso avendosi in generale altissime tensioni con piccole quantità, e nel secondo grandi quantità con tensioni relativamente piccole.

Nel seguente specchio sono raccolte le dimensioni delle unità assolute per le principali quantità elettriche nei due sistemi, elettrostatico ed elettromagnetico, ed i rapporti di grandezza delle unità elettromagnetiche alle corrispondenti unità elettrostatiche in funzione della velocità critica v. Nella colonna del sistema elettrostatico si è conservata, sotto forma di fattore separato contraddistinto con un asterisco, la parte dipendente da $[k]$ per mostrare il passaggio dall'uno all'altro sistema: per $[k] = 1$ si ha il sistema elettrostatico; per

$$[k] = [V^{-2}] = [L^{-2} T^2],$$

come risulta dalla (γ') per $[A] = 1$, si ha il sistema elettromagnetico.

GRANDEZZE	Simboli	SISTEMA ELETTROSTATICO	SISTEMA ELETTROMAGNETICO	Rapporto	UNITÀ PRATICHE
Quantità di elettricità . .	[e]	$[k^{\frac{1}{2}}]^* [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}]$	v	Coulomb $= \frac{1}{10}$
Intensità di corrente . . .	[I]	$[k^{\frac{1}{2}}]^* [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$	$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	v	Ampère $= \frac{1}{10}$
Forza elettrica.	[F]	$[k^{-\frac{1}{2}}]^* [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$	$\frac{1}{v}$	—
Forza elettromotrice . . .	[E]	$[k^{-\frac{1}{2}}]^* [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	$[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$	$\frac{1}{v}$	Volta $= 10^8$
Resistenza	[R]	$[k^{-1}]^* [L^{-1} T]$	$[L T^{-1}]$	$\frac{1}{v^2}$	Ohm $= 10^9$
Capacità	[C]	$[k]^* [L]$	$[L^{-1} T^2]$	v^2	Faraday $= 10^{-9}$
Induttanza	[Q]	$[k^{-1}]^* [L^{-1} T^2$	$[L]$	$\frac{1}{v^2}$	Henry $= 10^9$

unità elettromagnetiche (c. g. s.).

§ 92. **Unità pratiche.** — Sono quelle che gli elettricisti hanno creduto conveniente di sostituire nell'uso corrente per alcune delle predette unità elettromagnetiche assolute *c. g. s.* (le quali riuscirebbero incomode per essere o troppo grandi o troppo piccole), e differiscono da esse per coefficienti che sono potenze intere, positive o negative, di 10.

Tali unità, di cui le principali sono già state usate da noi per l'addietro, portano tutte un nome speciale, il quale insieme col loro rapporto alle corrispondenti unità elettromagnetiche *c. g. s.* si vede indicato nell'ultima colonna del precedente prospetto. Si adoperano poi gli stessi nomi coi prefissi *mega* e *micro* per indicare unità un milione di volte maggiori o rispettivamente minori.

Riesce poi facile esprimere le unità pratiche in funzione delle elettrostatiche *c. g. s.* tenendo conto del rapporto fra queste e le unità elettromagnetiche. Così ad es. si trova che 1 *volta* corrisponde a $\frac{1}{300}$ dell'unità elettrostatica di *f. e. m.*

Per la pratica occorre avere dei campioni per le dette unità. A ciò si presta soprattutto l'unità di resistenza. Perciò si sono fatte molte esperienze per determinare il valore dell'*ohm;* e in base ai risultati di queste si sono costrutti dei campioni atti alla riproduzione, e si è stabilita per accordo internazionale la definizione dell'unità legale, detta ohm internazionale, corrispondente prossimamente alla resistenza di una colonna di mercurio alla temperatura di $0^o\ C$, dell'altezza di 106.3 cm. e di 1 mm^2 di sezione.

Se non che, per avere un termine di riferimento che meglio si presti per misure precise, all'assegnazione della sezione, si è sostituito l'enunciato di una ***sezione costante*** con l'indicazione della ***massa per l'intera colonna*** rappresentata da ***14.4521 grammi.***

L' intensità I in base alla sua definizione elettromagnetica può determinarsi direttamente in misura assoluta col metodo galvanometrico (mediante la bussola delle tangenti), e quindi a rigore non occorre altro campione, l' *ampère* corrispondendo a $\frac{1}{10}$ dell' unità assoluta *c. g. s.* Tuttavia per comodo si è stabilita l' adozione come unità legale dell' ampère internazionale definito mediante l' azione elettrolitica, e propriamente: come *la corrente costante che* (in un voltametro a nitrato d' argento, usato in conformità di determinate prescrizioni) *deposita 1.118 mg. al 1''* (4,025 g. in un' ora).

Per le altre unità si può poi far capo alle due precedenti, il coulomb essendo la quantità di elettricità fornita dà 1 ampère in 1''; il volta la *f. e. m.* che in un circuito di resistenza eguale ad 1 ohm produce una corrente di 1 ampère; e così via via.

Alle stesse unità elettriche pratiche si collegano (§ 3) l' unità di lavoro joule (volta × coulomb) che è il lavoro per 1 *coulomb* con una *f. e. m.* di 1 *volta*, e l' unità di potenza watt (volta × ampère) che è la potenza rappresentata da una corrente di 1 *ampère* sotto una *f. e. m.* di 1 *volta*, ed equivale a 1 joule per 1''. Il joule corrisponde a un chilogrammetro diviso per il numero che rappresenta il valore della gravità per cui si suol prendere in media $9{,}81.10^2$ ($9{,}804.10^2$ circa per Roma): un cavallo vapore corrisponde prossimamente a 736 watt; una caloria (di grammo) corrisponde a 4.19 joule.

Giova osservare che le unità pratiche costituiscono un sistema coordinato, che è pure un sistema assoluto, in cui le unità fondamentali di lunghezza e di massa, invece di essere il centimetro e il grammo, sono rispettivamente il quarto del meridiano terrestre e la centomilionesima parte di un milligrammo, ossia 10^9 *cm.* e 10^{-11} *g.* restando invariato il secondo come unità di tempo. Ciò porta a rilevare che i fenomeni elettrici sono in certo

modo comparabili a fenomeni meccanici di masse estremamente piccole moventisi con velocità grandissima.

Termineremo riproducendo testualmente le « *conclusioni del Congresso internazionale di elettricità tenuto in Chicago nell'agosto 1893 per ciò che riguarda le unità di misura elettriche* », cui corrispondono le indicazioni precedenti, insieme con le istruzioni annesse.

Si stabilì che ai Governi, rappresentati da delegati al Congresso, sia raccomandato di adottare formalmente come unità legali di misura elettriche le seguenti:

1.° Come unità di resistenza, l'*ohm internazionale*, che è basato sopra l'ohm uguale 10^9 unità di resistenza del sistema *c. g. s.* di unità elettromagnetiche, ed è rappresentato dalla resistenza offerta ad una corrente elettrica costante da una colonna di mercurio alla temperatura del ghiaccio fondente, della massa di 14,4521 grammi, di sezione trasversale uniforme e della lunghezza di 106,3 centimetri.

2.° Come unità di corrente, l'*ampère internazionale*, che è $^1/_{10}$ dell'unità di corrente del sistema *c. g. s.* di unità elettromagnetiche, e che è rappresentato abbastanza bene per l'uso pratico dalla corrente costante, che, passando attraverso ad una soluzione di nitrato d'argento nell'acqua, e in conformità con le annesse istruzioni (1), deposita argento nella ragione di 0,001118 grammi per minuto secondo.

---

(1) Nelle seguenti istruzioni la parola voltametro ad argento significa l'apparecchio per mezzo del quale una corrente elettrica è fatta passare attraverso ad una soluzione di nitrato d'argento nell'acqua. Il voltametro ad argento misura la totale quantità di elettricità che è passata durante l'esperimento; notando tale durata si può dedurre il valor medio della corrente rispetto al tempo o, se la corrente è tenuta costante, la corrente stessa. Nell'impiego del voltametro ad argento per misurare correnti di circa un ampère, debbono essere adottate le seguenti disposizioni:

3.° Come unità di forza elettromotrice, il *volta internazionale*, che è la forza elettromotrice, la quale, agendo in modo continuo su di un conduttore la cui resistenza è un ohm internazionale, produce una corrente di un ampère internazionale, e che è rappresentato abbastanza bene per l'uso pratico da $\frac{1000}{1434}$ della differenza di potenziale fra i poli della pila voltaica conosciuta sotto il nome di pila Clark, ad una temperatura di 15° centigradi, e preparata nel modo descritto nell'annessa istruzione [1].

Il catodo, su cui l'argento deve depositarsi, deve avere la forma di una tazza di platino di diametro non minore di 10 centimetri e di 4 a 5 cm. di profondità. L'anodo deve essere una lamina di argento puro di circa 30 cm.^{2} di superficie e di 2 o 3 mm. di grossezza.

Questa è sostenuta orizzontalmente nel liquido presso la superficie di questo per mezzo di un filo di platino passato attraverso a fori praticati nella lamina in parti opposte. Per evitare che l'argento disaggregato, che si forma sull'anodo, cada sul catodo, l'anodo deve essere avvolto con carta da filtro pura, assicurata al dorso della lamina per mezzo di ceralacca.

Il liquido deve consistere di una soluzione neutra di nitrato d'argento puro, contenente 15 parti in peso di nitrato su 85 parti di acqua. La resistenza del voltametro varia alcun poco quando passa la corrente. Per evitare che questi cambiamenti abbiano un effetto troppo grande sulla corrente, deve essere inserita nel circuito una conveniente resistenza oltre quella del voltametro. La resistenza metallica totale del circuito non deve essere minore di 10 ohm.

[1] La Commissione nominata dal Congresso di Chicago per stabilire le istruzioni relative alla pila Clark non potè compiere i proprî lavori causa la morte del presidente della Commissione stessa Von Helmholtz. Riassumiamo però qui le istruzioni quali furono stabilite da un apposito Comitato nominato dall'Accademia delle Scienze di New York ed ufficialmente adottate per legge dagli Stati Uniti.

Definizione e proprietà della pila.

L'elettrodo positivo è costituito da mercurio, l'elettrodo negativo da zinco amalgamato, l'elettrolito da una soluzione satura di solfato di zinco e di solfato mercuroso. La forza elettromotrice della pila è di

4.° Come unità di quantità di elettricità, il *coulomb internazionale*, che è la quantità di elettricità che si trasmette durante un minuto secondo in un circuito percorso da una corrente eguale ad un ampère internazionale.

1,434 volta internazionali alla temperatura di 15° C.; e diminuisce di 0,00115 volta per un aumento di temperatura di 1° C. fra i 10° C. ed i 25° C.

Descrizione della pila.

Il recipiente di vetro consta di due parti cilindriche che convergono in alto e si riuniscono in un collo comune, chiuso da un turacciolo di vetro smerigliato. Le due parti devono avere un diametro di almeno 2 cm. e una lunghezza di almeno 3 cm.; al fondo di ognuna di esse è fissato attraverso al vetro un filo di platino del diametro di circa 0,4 mm. Il collo deve avere un diametro di almeno 1,5 cm.

Sul fondo, in modo da ricoprire perfettamente i fili di platino, si pone da una parte mercurio puro, dall' altra amalgama di zinco contenente 90 parti di mercurio su 10 di zinco. Sul mercurio si dispone uno strato dello spessore di 1 cm. di pasta di solfato di zinco e solfato mercuroso. Sopra tale pasta e sopra l' amalgama di zinco si pone uno strato dello spessore di 1 cm. di cristalli di solfato di zinco neutro. L' intiero recipiente poi si riempie con soluzione satura di solfato di zinco.

Preparazione delle diverse sostanze.

Mercurio. — Per assicurarne la purezza lo si deve prima trattare con acido al modo usuale ed in seguito distillarlo nel vuoto.

Amalgama di zinco. — Si può usare senza ulteriore preparazione lo zinco noto nell' industria come « commercialmente puro ». L' amalgama deve essere costituita da 90 parti in peso di mercurio, e 10 parti in peso di zinco. Si pongono entrambi in un crogiuolo di porcellana, e si riscaldano a 100° C., agitando moderatamente finchè lo zinco sia completamente disciolto nel mercurio.

Solfato mercuroso. — Il solfato mercuroso, acquistato come puro, contiene spesso come impurità del solfato mercurico. Ora il solfato mercurico in presenza di acqua si decompone in un solfato acido ed in un solfato basico. Quest' ultimo è praticamente insolubile nell' acqua, e la

5.° Come unità di capacità elettrostatica, il *faraday internazionale*, che è la capacità di un condensatore caricato ad una differenza di potenziale di un volta internazionale da una quantità di elettricità uguale ad un coulomb internazionale.

---

sua presenza in piccola quantità non ha influenza sulla forza elettromotrice della pila; mentre invece il solfato acido è solubile nell'acqua e l'acido prodotto ha influenza sulla forza elettromotrice della pila. Si deve quindi sottoporre il solfato mercuroso ad uno speciale trattamento per rimuovere ogni traccia di solfato mercurico acido.

Perciò si mescola il solfato mercuroso commercialmente puro ad una piccola quantità di mercurio puro, si lava ben bene il tutto con acqua fredda distillata, agitandolo in una bottiglia, si versa l'acqua e si ripete più volte l'operazione. In tal modo l'acido prodotto viene asportato dall'acqua, ed il mercurio aggiunto viene intaccato dal solfato mercurico acido formando solfato mercuroso.

Se alla prima lavatura si vede che si è formato molto solfato mercurico basico giallo insolubile, ciò sarà prova che si è in presenza di molto solfato acido, e sarà più prudente ricorrere ad altro solfato mercuroso, anzichè cercare di liberarlo affatto dall'acido con ripetute lavature.

In generale tre lavature sono sufficienti; però, osservando che il solfato mercuroso, quando è quasi affatto libero da acido, prende, con ripetute lavature, una tinta leggermente gialla, dovuta alla formazione di solfato mercuroso basico, si potranno continuare le lavature finchè appare tale tinta. Dopo l'ultima lavatura si toglie per quanto è possibile l'acqua.

Solfato di zinco. — Il solfato di zinco deve essere puro, neutro, ricristallizzato e libero da ferro. Si deve quindi liberare da ogni traccia di acido il solfato di zinco. Per ciò si mescola dell'acqua distillata con circa il doppio in peso di cristalli di solfato di zinco puro, e per neutralizzare ogni acido libero si aggiunge ossido di zinco nella proporzione di circa il 2 % del peso di cristalli di solfato di zinco. I cristalli si sciolgono a fuoco dolce, osservando che la temperatura della soluzione non deve eccedere 30° C. Si aggiunge ancora del solfato mercuroso trattato come sopra, nella proporzione di circa il 12 % in peso dei cristalli di solfato di zinco, per neutralizzare il rimanente ossido di zinco libero. Si filtra quindi la soluzione mentre è ancora calda.

Pasta di solfato mercuroso e solfato di zinco. — Per preparare tale pasta si comincia ad unire una parte in peso di mercurio a due o

6.° Come unità di lavoro, il *joule*, che è uguale a 10^7 unità di lavoro nel sistema *c. g. s.*, e che è rappresentato abbastanza bene per l' uso pratico dal lavoro

---

tre parti in peso di solfato mercuroso. Se questo è secco, lo si mescola quindi con una pasta costituita da cristalli di solfato di zinco ed una soluzione concentrata di solfato di zinco. Se invece il solfato mercuroso è umido, vi si aggiunge solo dei cristalli di solfato di zinco: questi però dovranno essere in eccesso in modo che non abbiano a sciogliersi completamente in seguito. In entrambi i casi il tutto dovrà formare una massa compatta avente disseminati dei cristalli di solfato di zinco e dei globuli di mercurio.

Sarà conveniente rompere i cristalli di solfato di zinco prima di usarli per poter meglio manipolare la pasta.

Costruzione della pila.

Dopo aver ben pulito ed essiccato il recipiente di vetro, lo si pone in una stufa ad acqua calda. Vi si introduce pel collo un sottile tubo di vetro, arrivante sino al fondo di una delle due parti, e che è bene sia largo quanto possono permetterlo le dimensioni del recipiente; tale tubo è destinato ad impedire che nell' introduzione dell' amalgama abbiano a sporcarsi le parti superiori del recipiente. In un crogiuolo di porcellana si sarà intanto riscaldata l' amalgama, per introdurre la quale si farà uso di un tubo contagocce lungo circa 10 cm. Portata la voluta quantità di amalgama in modo da ricoprire perfettamente il filo di platino, si toglie il vaso dalla stufa ad acqua e si lascia raffreddare: l' amalgama aderirà al vetro e presenterà una superficie pulita con splendore metallico. Mediante un tubo contagoccie si introduce poscia il mercurio nell' altra parte del recipiente e quindi la pasta di solfato mercuroso e solfato di zinco, versandola attraverso ad un tubo largo giungente sin quasi sopra al mercurio e fatto in alto ad imbuto. Se la pasta non si muove liberamente nel tubo, la si potrà spingere con una bacchettina di vetro. Su tale pasta e sull' amalgama si pone quindi lo strato di cristalli di solfato di zinco, e in fine si versa sopra la soluzione concentrata di solfato di zinco, attraverso ad un piccolo imbuto, in modo da lasciare il collo del vaso pulito e secco. Per evitare la rottura del recipiente per un innalzamento di temperatura, tale soluzione non dovrà giungere sino a toccare il turacciolo, ma lasciare un piccolo spazio libero. Da ultimo si frega il turacciolo tutt' attorno presso all' estremità con una soluzione alcoolica di ceralacca e lo si preme fortemente in posto.

fatto in un secondo da un ampère internazionale in un ohm internazionale.

7.° Come unità di potenza, il *watt*, che è uguale a 10^7 unità di potenza nel sistema *c. g. s.*

8.° Come unità di induttanza, l'*henry*, che è l'induzione in un circuito quando la forza elettromotrice indotta in questo circuito è un volta internazionale, mentre l'intensità della corrente induttrice varia nella ragione di un ampère per minuto secondo.

CAPITOLO VII

Misure elettriche

§ 93. **Metodi di misura.** — Le quantità fisiche si misurano o direttamente confrontando fra loro quantità della medesima specie, di cui l' una serve come termine di riferimento, o in via indiretta per mezzo di altre quantità che servono a definirle. Così p. es. la forza viva di un corpo si riporta alla misura della massa e della velocità. E anche nel caso di misure dirette il confronto si basa spesso sull' osservazione, non della quantità in sè, ma di qualche effetto che da essa dipenda; ed a questo riguardo i metodi di misura si possono ridurre a tre specie:

1. *Metodi di opposizione o di riduzione a zero*, in cui si contrappone alla grandezza incognita che tende a produrre un dato effetto, una grandezza nota agente in senso inverso e che si fa variare in guisa da compensare l' azione della prima. Raggiunto l' equilibrio, si conclude all' eguaglianza delle due grandezze. — Come tipo del metodo si hanno le pesate semplici colla bilancia: onde per analogia si chiamano bilance alcuni degli apparecchi in cui è applicato questo metodo. L' osservazione si riduce a constatare la *non esistenza* di un fenomeno:

perciò gli strumenti non abbisognano di scala, ma occorrono invece dei campioni graduati, o un campione variabile. L' esattezza delle misure dipende dalla sensibilità dell' apparecchio che indica l' eguaglianza dell' azione.

2. *Metodi di sostituzione.* In questi si osserva l' effetto prodotto dalla grandezza da misurare e poi le si sostituisce una grandezza nota che si fa variare fino ad ottenere un effetto uguale. Qui l' istrumento di osservazione deve essere munito di una scala che può essere arbitraria, e di più occorrono dei campioni graduati o un campione variabile.

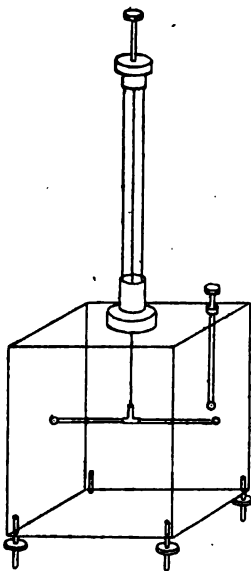
3. *Metodi di comparazione.* In essi si confronta l' effetto prodotto dalla grandezza in questione con quello di una grandezza fissa e nota per dedurre dal rapporto degli effetti quello delle rispettive grandezze. Richiedono un istrumento di misura, munito di scala graduata, ed un campione fisso, ovvero la cognizione dell' effetto ad esso relativo (*costante* dell' istrumento); ed esigono la cognizione della legge di dipendenza fra la grandezza da misurare e le indicazioni dell' istrumento.

Nelle misure indirette il valore della quantità che si cerca si desume col calcolo dai valori misurati delle altre quantità da cui esso dipende.

§ 94. **Generalità sugli apparecchi di misura.** — In molti casi la misura delle quantità elettriche e magnetiche si riconduce alla valutazione di certe forze, d' ordinario assai piccole, la quale si fa con apparecchi speciali. Questi comprendono in generale una parte mobile, sollecitata dalla forza che si vuol misurare; onde ha luogo uno spostamento o deviazione, mentre una forza antagonista tende a ricondurre il sistema alla posizione iniziale. Ne risulta pel sistema una nuova posizione di equilibrio, cui esso tende oscillandovi intorno fino a raggiungerla in un tempo più o meno lungo. Se ne ha un esempio nella *bilancia* di Coulomb, l' appa-

recchio ben noto (fig. 13) che servì al Coulomb per istabilire la legge delle attrazioni e ripulsioni elettriche e magnetiche (§§ 20, 39) e che rappresenta il tipo di una numerosa classe d'istrumenti la cui parte essenziale consiste in una *bilancia di torsione.*

Fig. 13

Alla forza che tende a far deviar l'*ago* (la parte mobile) si oppone la resistenza alla torsione del filo. Quest'ultima forza, qualora si tratti, come qui sempre accade, di fili molto sottili, cresce proporzionalmente all'angolo di torsione; e del resto è inversamente proporzionale alla lunghezza del filo e (dentro certi limiti) direttamente proporzionale alla quarta potenza del suo raggio con un coefficiente che dipende dalla sostanza del filo. Questo può essere di vetro o di quarzo, quando si vuole che sia isolante, oppure metallico (di platino, argento, ecc.) nel caso contrario. I fili di quarzo che possono essere tirati ad estrema sottigliezza si raccomandano sopra tutti gli altri per istrumenti molto delicati, sì che anche quando occorrono fili conduttori si ricorre spesso a fili di quarzo argentati.

In altri strumenti di questa specie invece della *sospensione unifilare*, cioè mediante un solo filo, si adotta la *sospensione bifilare* in cui l'equipaggio mobile è sorretto da due fili. Così esso per effetto della rotazione è costretto ad innalzarsi contro l'azione della gravità, la quale, denotando con l la lunghezza dei fili, con $2a$ e $2b$ le distanze delle loro estremità superiori ed inferiori (che si suppongono piccole di fronte ad l), con P il peso dell'equipaggio, produce una coppia antagonista

rappresentata approssimativamente per un angolo δ di rotazione da

$$P \frac{ab}{l} sen \delta$$

come si trova con un semplice calcolo. Onde si vede che facendo variare il rapporto $\frac{ab}{l}$ si può regolare a piacere la sensibilità dell' istrumento.

Altre volte, specialmente negli apparecchi industriali, la coppia antagonista è prodotta da una molla a spirale o elicoidale: nel qual caso la parte mobile è sorretta mediante qualche disposizione (punte, pernii, sospensione con fili di bozzolo) che non dia per conto proprio alcuna coppia sensibile di torsione, o anche vien portata dalla molla medesima.

Nei galvanometri ordinarii la coppia antagonista non è più meccanica, ma è dovuta all' azione direttrice del magnetismo terrestre che tende ad orientar l' ago secondo il meridiano magnetico. Essa è rappresentata da $HM sen \delta$, H essendo la componente orizzontale del campo terrestre ed M il momento dell' ago.

La coppia che tende a ricondurre il sistema alla posizione iniziale è in ogni caso una funzione nota dell' angolo di deviazione; onde la misura della coppia deviatrice, uguale a quella nella nuova posizione di equilibrio, si riduce alla lettura del detto angolo di deviazione.

In alcuni apparecchi questa lettura si fa semplicemente a mezzo di un indice portato dall' equipaggio mobile e che scorre su di una scala graduata; ma questo metodo, molto comodo, mal si presta con apparecchi delicati e per misure di precisione a cagione del peso dell' indice e della poca esattezza delle letture.

Si ricorre allora al *metodo ottico*. All' ago o equipaggio mobile è fissato uno specchietto leggerissimo sul quale si fa cadere un raggio luminoso da una sorgente fissa: la direzione del raggio riflesso varia così colla posizione dell' ago e si legge sopra una scala su cui va a cadere costituendo una specie di indice immateriale. Acciocchè le indicazioni riescano più nette e precise si usa uno specchio concavo, e la scala si dispone in modo che su di essa si formi l' immagine reale della sorgente luminosa, se questa è tale da prestarsi bene a ciò (come p. es. quando si tratta di un filamento rettilineo incandescente), ovvero di una stretta fenditura, munita all' occorrenza di un reticolo, attraverso alla quale sia passato il raggio prima di cadere sullo specchio. Devesi osservare che l' angolo di deviazione del raggio rappresenta il doppio dell' angolo δ di deviazione dell' ago. — Se la scala è curvata ad arco di circolo col centro al posto dello specchio, l' escursione x dell' indice luminoso sulla scala è proporzionale a 2δ; se invece la scala è rettilinea e disposta normalmente alla direzione primitiva del raggio, l' esecuzione x è proporzionale a $tang\,2\delta$: si ha cioè, denotando con d la distanza della scala dallo specchio, rispettivamente

$$x/d = 2\delta \quad \text{oppure} \quad x/d = tang\,2\delta.$$

La scala può essere tracciata su carta opaca, nel qual caso la lettura si fa per davanti; ovvero, come più generalmente si usa adesso, essa è tracciata su vetro spulito, su celluloide o altra sostanza semitrasparente, e allora si legge per di dietro.

Nelle misure di maggior precisione la lettura delle deviazioni si fa col così detto metodo di Poggendorff mediante un cannocchiale munito di reticolo, al quale è sottoposta la scala (fig. 14) di cui si osserva l' immagine riflessa nello specchio.

Quest' immagine risulta capovolta ed invertita, ma la scala si suol tracciare in guisa che i numeri appaiano per diritto sull' immagine. — Al ruotare dello

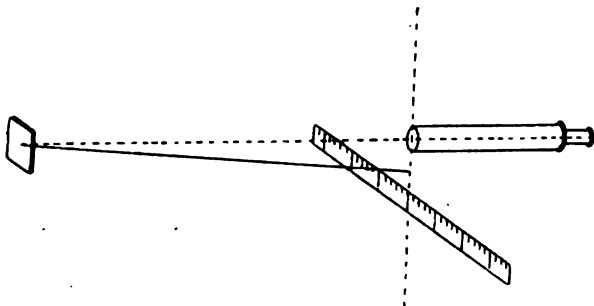



Fig. 14

specchio, insieme coll' equipaggio mobile, l' immagine della scala si sposta nel campo del cannocchiale, e le sue divisioni venendo a passare successivamente sotto il filo del reticolo danno la misura dell' escursione x, la quale, come apparisce chiaramente dalla figura 15,

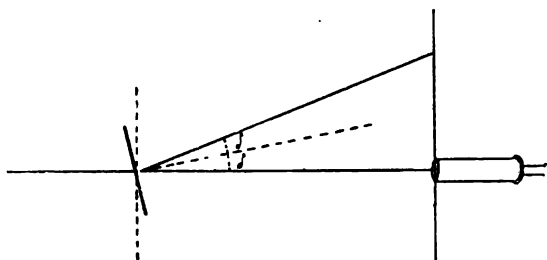



Fig. 15

ha coll' angolo δ di deviazione dell' equipaggio la stessa relazione qui sopra indicata.

Le oscillazioni dell' ago, sia intorno alla nuova posizione di equilibrio, sotto l' influenza della forza deviatrice, sia intorno alla posizione iniziale, quando vi ritorna dopo cessata la causa che aveva prodotto lo spostamento, hanno in generale il carattere di oscilla-

zioni pendolari, almeno quando si tratta di piccole ampiezze, nel qual caso il momento della coppia che tende a ricondurre l' ago alla posizione di equilibrio è sensibilmente proporzionale all' angolo di deviazione, qualunque sia la causa che produce la coppia stessa. Esse sono *isocrone*; ed astrazione fatta dalle resistenze, dovrebbero continuare indefinitamente. In realtà esse si estinguono in un tempo più o meno lungo. Tuttavia il loro prolungarsi può nuocere alla speditezza delle osservazioni.

Perciò in certi casi, invece di attendere che l' ago si fermi nella nuova posizione d' equilibrio, si nota semplicemente la prima deviazione impulsiva, cioè la massima elongazione (la quale nell' ipotesi di un moto esattamente pendolare corrisponde al doppio della deviazione permanente).

Ma più generalmente si provvede allo *smorzamento* delle oscillazioni; con che si ottiene che le oscillazioni pure rimanendo isocrone (con più lunga durata) diminuiscano successivamente di ampiezza: il rapporto fra le ampiezze di due oscillazioni consecutive (invece del quale spesso si considera il suo logaritmo, cioè la differenza dei logaritmi delle due ampiezze o *decremento logaritmico*) si mantiene costante e serve di misura al grado di smorzamento. Quando poi questo raggiunge un certo limite, il moto cessa di essere oscillatorio e diventa *aperiodico*: allora l' ago si muove verso la posizione di equilibrio senza mai oltrepassarla, ma avvicinandovisi indefinitivamente in modo da raggiungerla sensibilmente dopo un certo tempo. Lo smorzamento non influisce sulla deviazione permanente, ma modifica l' ampiezza della deviazione impulsiva in maniera determinata di cui si può sempre tener conto.

Lo smorzamento si ottiene talvolta con mezzi meccanici, come p. es. applicando alle parti inferiori dell' equipaggio mobile delle alette pescanti in un liquido, come l' olio o l' acido solforico, oppure disponendo tali

alette o tutto il sistema mobile dentro una scatola in modo che rasentando le pareti di questa s' incontri una resistenza nell' aria che vi è rinchiusa.

Esso si ottiene anche per via elettromagnetica traendo partito dalla produzione di correnti di FOUCAULT e dalla legge di LENZ, come fu già accennato al § 88. Così p. es. nei galvanometri in cui l' organo mobile è una calamita, basta circondare questa di forti masse di rame, in seno alle quali si destano per il suo movimento correnti indotte la cui azione tende ad impedire il movimento stesso. In altri casi le correnti indotte si producono in qualche parte dello stesso organo mobile sotto l' azione di un campo magnetico fisso.

§ 95. **Misura delle correnti. - Voltametro. - Bussola delle tangenti.** — Molte quantità elettriche si misurano facendole dipendere dalla constatazione dell' esistenza, della direzione o dell' intensità di una corrente: di guisa che la misura delle correnti si presenta come la prima in ordine di importanza.

Essa si può desumere dall' osservazione di uno qualsivoglia dei varii fenomeni cui le correnti danno luogo; e quindi in particolare una corrente può misurarsi:

1) per mezzo dell' azione elettrolitica;

2) per mezzo dell' azione mutua che ha luogo fra correnti e calamite;

3) per mezzo dell' azione mutua fra correnti e correnti;

4) per mezzo dell' effetto Joule;

5) per mezzo dell' azione del suo campo sul ferro dolce e delle forze che ne derivano.

Si hanno in corrispondenza altrettante classi di istrumenti. Quelli appartenenti alle prime due classi, per cui l' azione dipende dal verso della corrente, sono applicabili solo a correnti di verso costante; mentre quelli delle altre classi servono anche per correnti alternative.

Gli strumenti della prima classe prendono in generale il nome di **voltametri**. Dalla misura delle quantità di elettrolito decomposto dopo un certo tempo si desume, in base alla conoscenza dell' equivalente elettrochimico (§ 67), la quantità di elettricità che ha attraversato il voltametro durante lo stesso tempo: e dal quoziente della quantità di elettricità per il tempo si ha l' intensità media della corrente.

Varii sono i voltametri in uso. Primo per importanza è quello a *nitrato di argento* da impiegarsi colle norme riferite alla fine del § 92. Esso può avere la disposizione comoda indicata dalla fig. 16. Il catodo di platino è in forma di crogiuolo, entro cui è contenuta una soluzione neutra di nitrato d' argento puro, e in questa viene a pescare la estremità inferiore di una verga di argento puro, che costituisce l' anodo. L' estensione della superficie immersa deve essere in relazione coll'intensità della corrente, e per evitare la caduta di particelle d' argento disaggregato giova che la parte immersa sia rivestita di carta da filtro. La misura è ricondotta alla determinazione del peso dell' argento depositato sul platino, che, con le debite cure, si può fare con grande precisione. Sapendo che 1 *coulomb* corrisponde a 1,118 milligrammi di argento, e quindi 1 *ampère* deposita 1,118 mg. in 1″ e $1{,}118 \times 60 = 67{,}08$ mg. in 1′, dividendo il suddetto peso per il numero 67,08 moltiplicato per il numero dei minuti primi che è durata l'azione, si otterrà l' intensità della corrente in *ampère*.

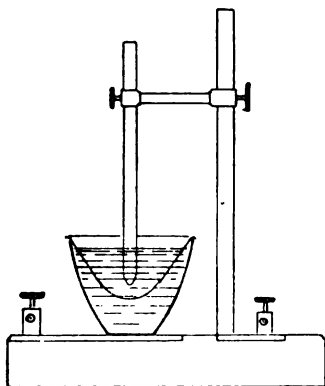



Fig. 16

Per misure un po' meno accurate si può far uso del voltametro a *solfato di rame* fondato sul medesimo prin-

cipio. Qui l'argento è sostituito dal rame, e la soluzione di nitrato di argento, da una di solfato di rame dal 10 al 15 per cento: e si conta sopra 1 cm.[2] di superficie dell'anodo per 2 a 3 decimi di *ampère.* Ad 1 *coulomb* corrisponde un peso di 0,328 mg., ad 1 *ampère* 19,7 mg. per minuto primo.

Si usa ancora il voltametro *ad acqua*, in cui d'ordinario si riconduce la misura alla determinazione del volume della miscela risultante dalla riunione dei due gas idrogene e ossigeno sviluppati separatamente sui due elettrodi. La disposizione può essere quella indicata dalla fig. 17. Gli elettrodi sono costituiti da lamine di platino; il liquido è acqua acidulata con acido solforico in proporzione corrispondente ad una densità di 1,15 o poco meno, che è quella per cui si ha il massimo di conduttività; i gas si raccolgono in una provetta graduata dove è anche un termometro per l'indicazione della temperatura, dovendo il volume della miscela ridursi a 0° ed alla pressione normale di 760 mm. Ad 1 *coulomb* corrisponde un peso della miscela di 0,010384 × 9 mg., ad 1 *ampère* un peso di 5,6 mg. per 1′, cui corrisponde un volume di 10,40 cm.^{3} calcolato a 0° e alla pressione normale.

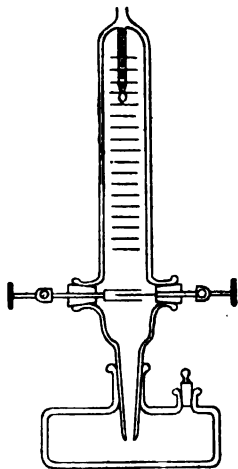



Fig. 17

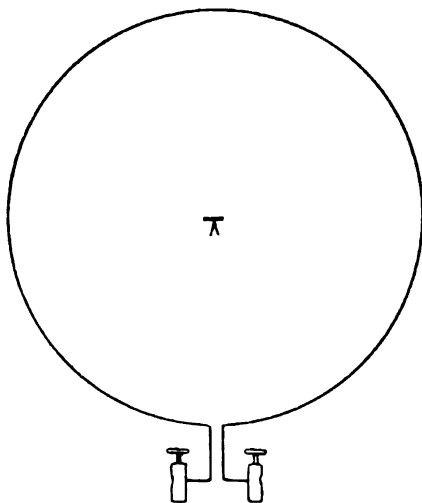
Il voltametro ad acqua ha il vantaggio di dispensare dalle pesate, e si presta per correnti di grande intensità: ma la riduzione a 0° e a 760 mm. di pressione dei volumi, per la quale oltre la conoscenza della temperatura e della pressione si richiede anche quella della tensione del vapor d'acqua nell'interno della pro-

vetta, rappresenta un' operazione piuttosto complicata, qualora si esiga molta esattezza, e limita l' uso dell' istrumento.

In tutti i voltametri ciò che si misura è la quantità totale di elettricità passata durante l' operazione: la deduzione dell' intensità della corrente presuppone la costanza di quest' ultima. In caso contrario il numero che si ottiene dividendo la detta quantità di elettricità per il tempo rappresenta l' intensità media.

La quantità di elettricità e le intensità di corrente negli apparecchi di questa classe vengono date in *coulomb* e *ampère* o, se si vuole, nelle corrispondenti unità *c.g.s.*, che sono 10 volte maggiori: onde si può dire che si fanno misure assolute. Ma ciò avviene di seconda mano, perchè presuppone la determinazione dell' equivalente elettrochimico.

Fig. 18

Le misure assolute d' intensità si fanno invece direttamente con apparecchi appartenenti alla seconda classe: e ciò ha servito di punto di partenza per istabilire il sistema elettromagnetico di unità assolute. Il tipo di questi apparecchi ci è fornito dalla bussola delle tangenti, di cui la fig. 18 ci dà una rappresentazione schematica.

Un ago magnetico di piccole dimensioni è collocato nel centro di un circuito circolare o in un altro punto dell' asse (normale al piano del circuito pas-

sante per il centro). Il circuito, di raggio R relativamente assai grande, è disposto nel piano del meridiano magnetico; e l'intensità del campo generato da una corrente d'intensità I, espressa in unità elettromagnetiche *c. g. s.*, calcolata colla legge di BIOT e SAVART (§ 74) per un punto dell'asse predetto che si trovi alla distanza a dal centro, è data da $\frac{2\pi R^2 I}{\sqrt{(R^2+a^2)^3}}$ ed è diretta secondo l'asse nel verso indicato dalla regola di Ampère in relazione col verso della corrente.

Supponendo il magnete deviato dal piano del meridiano magnetico di un angolo δ sarà HM sen δ il momento della coppia terrestre che tende a ricondurlo nel piano del meridiano, H denotando l'intensità orizzontale del campo terrestre e M il momento del magnete. D'altra parte la coppia deviatrice dovuta al campo della corrente testè calcolato sarà rappresentata da $\frac{2\pi R^2 I}{\sqrt{(R^2+a^2)^3}} M \cos\delta$: onde per l'equilibrio dovendo le due coppie risultare eguali, si avrà:

$$\frac{2\pi R^2 I}{\sqrt{(R^2+a^2)^3}} M \cos\delta = H M \operatorname{sen}\delta$$

da cui

$$I = \frac{H\sqrt{(R^2+a^2)^3}}{2\pi R^2} \operatorname{tang}\delta$$

la quale dà il valore di I in funzione della tangente dell'angolo di deviazione, dell'intensità H, che sappiamo già come si misura in unità assolute (§ 43), e delle dimensioni lineari dell'apparecchio, cioè del raggio R e della distanza a. Per $a = o$, vale a dire se il magnete si trova al centro del circolo, l'espressione di I si semplifica e diviene

$$I = \frac{H R}{2\pi} \operatorname{tang}\delta$$

In questo calcolo si è supposto che il campo della corrente possa considerarsi come uniforme in tutta la parte di spazio che viene ad essere occupato dal magnete nelle diverse posizioni corrispondenti ai vari valori di δ: alla qual condizione si soddisfa prossimamente facendo che le dimensioni del magnete siano molto piccole di fronte al raggio R.

Quando si debba tener conto delle dimensioni del magnete l'espressione di I si complica per l'aggiunta di una serie di termini di correzione; ma si è visto che il primo e più importante di essi contiene il fattore $R^2 - 4a^2$, e quindi si annulla per $a = \frac{1}{2} R$: onde giova per avere una maggiore approssimazione collocare il magnete ad una distanza dal centro che sia eguale alla metà del raggio del circolo. Questo principio si trova applicato nella bussola del GAUGAIN.

La lettura delle deviazioni per misure precise si fa in generale col metodo di POGGENDORFF indicato di sopra: in questo caso potendo limitarsi a deviazioni piccolissime, le cause di errore dipendenti dalle dimensioni del magnete perdono d'importanza, e di più i valori di $tang\,\delta$ si confondono sensibilmente con quelli di δ, talchè si ha la semplice proporzionalità delle deviazioni alle intensità della corrente.

Sostituendo ad un solo giro di filo una spirale composta di più giri, si accresce la sensibilità; ma occorre molta cura per assegnare con precisione il valore del coefficiente di $\frac{H}{2\pi} tang\,\delta$ nell'espressione di I, il quale risulta in questo caso dalla somma dei valori dell'espressione $\frac{\sqrt{(R^2 + a^2)^3}}{R^2}$ relativi alle singole spire.

Ad eliminare le cause di errore dipendenti dalle dimensioni dell'ago si provvede altramente nella bussola dei seni, che differisce da quella delle tangenti

in ciò, che il suo cerchio è mobile intorno ad un asse verticale in guisa da potersi disporre nel piano verticale che passa per l' ago deviato, che qui si trova nel centro: onde l' ago non varia di posizione rispetto al circuito. In tal caso l' intensità risulta proporzionale, per quanto si è detto di sopra, al seno dell' angolo di cui si è fatto ruotare il circolo, che è uguale all' angolo di deviazione dell' ago.

Queste bussole sono di grande importanza per le ricerche scientifiche e le determinazioni fondamentali. Ma l' esatta conoscenza del valore della componente orizzontale H del campo terrestre può aversi solo con esperienze delicate: e quindi siffatte misure non appartengono al campo pratico dell' elettrotecnica. Nel quale si fa uso dei dati già stabiliti, come il valore dell' equivalente elettrochimico, i campioni di resistenza, ecc., che sono il risultato di determinazioni anteriori, per avere istrumenti già graduati, o da graduarsi con processi facili, che diano mediante semplice lettura i valori delle quantità espressi direttamente in unità pratiche o in unità assolute *c. g. s.*

§ 96. **Galvanometri.** — Si chiamano in generale bussole reometriche, reometri o galvanometri gl' istrumenti della seconda classe. Ma il nome di galvanometri si usa di preferenza per quelli destinati alla misura di correnti deboli, nei quali la dipendenza fra l' intensità e la deviazione sia stabilita empiricamente con esperienze di confronto.

La coppia deviatrice dovuta alla corrente potrà rappresentarsi in generale con GI, dove G, oltre che dalla forma e dalle dimensioni dell' apparecchio, dal numero dei giri della spirale percorsa dalla corrente, ecc., potrà dipendere anche dalla posizione dell' equipaggio mobile ossia dall' angolo δ: la coppia antagonista sarà nei casi più comuni rappresentabile con $C\delta$ o con

$C\,sen\,\delta$, C essendo un coefficiente indipendente da I e da δ e dipendente dalle condizioni che determinano l'azione antagonista. Il caso più semplice è quello che G non dipenda da δ e la coppia antagonista sia espressa da $C\,\delta$. Allora la relazione fra I e δ si riduce ad una semplice proporzionalità prendendo la forma $I = K\,\delta$, dove $K = \frac{C}{G}$ rappresenta ciò che si chiama la *costante* dell'istrumento, la cui determinazione chiamasi *taratura* del medesimo: essa indica l'intensità di corrente per cui si ha una deviazione $\delta = 1$, mentre la sua inversa $\frac{1}{K}$ indica la deviazione per una corrente d'intensità $I = 1$ e dà la misura della *sensibilità* dell'apparecchio. Questo caso si verifica sempre quando si ha da fare con deviazioni piccolissime.

Quando non si tratta più di semplice proporzionalità, oltre la taratura come sopra (riferita a piccolissimi valori di δ pei quali vige la proporzionalità in ogni caso), resta da fare la *graduazione* dell'istrumento per tutta l'estensione delle deviazioni che esso può dare, assegnando sperimentalmente la legge con cui a partire da un certo punto δ varia al variare di I. I risultati si riuniscono in una tabella di riduzione o si traducono in una curva, oppure, negli istrumenti a scala fissa, si iscrivono direttamente sopra questa i valori delle intensità corrispondenti alle varie divisioni.

I galvanometri si possono distinguere in due categorie principali, secondo che la parte fissa è rappresentata dal circuito o dal sistema magnetico.

Nei galvanometri del primo genere, che furono anche i primi ad essere usati, l'ago o sistema magnetico mobile è soggetto all'azione deviatrice della corrente che circola in un sistema di spire (moltiplicatore) avvolte sopra un telaio fisso, cui si oppone in generale l'azione direttrice del campo magnetico terrestre. Le foggie e le condizioni

di struttura, di dimensioni, ecc. presentano un' infinita varietà, a partire dalle forme più semplici in cui un ago girevole sopra una punta come nelle bussole comuni indica con le sue deviazioni, che si leggono sopra una graduazione circolare, la corrente che passa nelle spire del telaio, fino agli istrumenti più complessi e delicati che servono alla misura rapida e precisa anche di correnti estremamente deboli. Qui ci contenteremo di accennare in via d'esempio alcuni tipi principali.

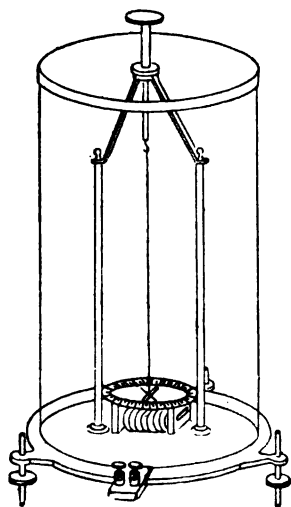



Fig. 19

Vien primo in ordine di tempo il galvanometrò del Nobili la cui disposizione è indicata dalla figura 19.

Qui come in altri galvanometri delicati il sistema mobile è sospeso ad un filo di bozzolo, sensibilmente privo di torsione. Esso è un *sistema astatico* di due aghi paralleli e di verso opposto, di cui l'inferiore è abbracciato dalle spire del moltiplicatore e l'altro sta sopra (fig. 20). Così l'azione direttrice della terra si riduce

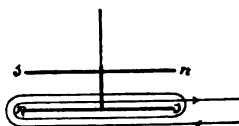



Fig. 20

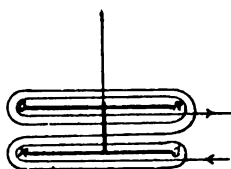



Fig. 21

alla differenza fra le azioni esercitate sui due aghi, mentre l'azione della corrente sui due aghi è cospirante: con che la sensibilità dell'istrumento viene accresciuta. Essa si può accrescere ancora servendosi di due spirali avvolte in senso opposto per abbracciare i due aghi (fig. 21).

Il tipo primitivo del galvanometro del Nobili mediante una serie di modificazioni intese a migliorarne le funzioni e ad adattarlo alle diverse circostanze ha dato origine ad una numerosa figliolanza.

Una prima modificazione consiste nell' aggiunta di uno specchietto per convertirlo in uno strumento a riflessione. Poi vengono le disposizioni varie per conseguire lo smorzamento delle oscillazioni (§ 94) nel grado conveniente all' uso cui l' apparecchio è destinato, e le modificazioni del sistema magnetico mobile che mirano soprattutto a diminuirne il momento d' inerzia e quindi la durata delle oscillazioni senza scapito del momento magnetico utile rispetto all' azione deviatrice della corrente.

A tal uopo si è cercato di ridurre le dimensioni trasversali sostituendo ad un unico ago relativamente lungo un insieme di parecchi aghi corti disposti paral-

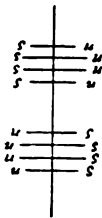
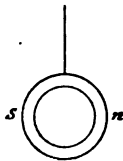



Fig. 22 Fig. 23 Fig. 24

lelamente e nel medesimo verso, e quindi ai due aghi di un sistema astatico due gruppi di aghi (fig. 22), oppure usando magneti a forma di disco o di anello (fig. 23), o magneti a ferro di cavallo detti *a campana* (fig. 24).

Oltre l' astatizzazione del sistema, si è talvolta introdotta l' aggiunta di magneti di compensazione da fissarsi in varie posizioni per poter regolare a piacere l' intensità e, dentro certi limiti, anche la direzione del campo orientatore. Finalmente si è cercato di conseguire

in tutte le parti un' estrema perfezione nella costruzione meccanica, dalla cui squisitezza dipende assai la bontà del funzionamento.

Come modello del genere può servire a questo riguardo il galvanometro di Thomson *(Lord Kelvin)*. Esso è a specchio: il sistema mobile, astatico, è formato da due gruppi di piccoli magneti cortissimi attaccati ad un filo di alluminio, il quale porta pure un leggiero specchietto ed inoltre un' aletta di alluminio o di mica che serve per lo smorzamento delle oscillazioni mediante la resistenza che incontra nell'aria. I due gruppi si muovono al centro di due spirali distinte avvolte ciascuna sopra un telaio, la cui sezione è calcolata in guisa da avere, per una data lunghezza totale del filo ed una data intensità di corrente, la massima coppia deviatrice. Un magnete di compensazione serve a regolare il campo. In grazia dell' estrema piccolezza del momento d' inerzia del sistema e in grazia dello smorzamento, le indicazioni sono rapide. La sensibilità può essere resa grandissima: in modo da avere indicazioni visibili per correnti di un decimillesimo di *microampère* ossia di 10^{-10} *ampère*, e di poter misurare correnti dell' ordine di un centesimo di *microampère* coll' approssimazione dell' 1 p. 100.

Fra i tanti altri tipi di galvanometro di questo genere, che avendo a comune l' ufficio delle misure delle correnti differiscono fra loro per attitudini e qualità speciali attinenti alle condizioni del loro uso, citiamo ancora:

La bussola di Weber (fig. 25) a riflessione: con circuito a giri elittici su telaio di rame (per lo smorzamento mediante le correnti di Foucault); ago a forma di cilindro cavo di dimensioni alquanto grandi, sospeso mediante un fascio di fili di bozzolo.

La bussola di Wiedemann a riflessione: con due rocchetti circolari mobili sopra una guida, in guisa da poterne variare la distanza dall' ago e variare così la

sensibilità; ago di diverse forme, talvolta a foggia di disco piano verticale a faccia speculare per servire anche da specchio, moventesi dentro una scatola di rame per lo smorzamento.

Fig. 25

Il galvanometro *a torsione* di Siemens (fig. 26): diverso dai precedenti in ciò che invece dell'azione direttrice del campo terrestre si oppone alla coppia deviatrice generata dalla corrente la torsione di una molla, e invece della deviazione dell'ago si misura l'angolo di cui conviene far ruotare il punto d'attacco della molla per produrre una coppia di torsione capace di mantenere l'ago nella sua posizione primitiva, facendo equilibrio alla coppia deviatrice. L'istrumento è orientato in modo che quando non passa corrente i due indici di cui è munito, l'uno dei quali è portato dal magnete e l'altro dal bottone superiore collegato al punto di attacco della molla, sieno entrambi allo zero della scala circolare graduata di cui esso è provvisto. Allora l'asse del magnete si trova nel meridiano magnetico e la molla è senza torsione. Quando poi per il passaggio della corrente il magnete viene ad essere deviato, si gira il bottone superiore di quanto fa d'uopo per ricondurre l'ago allo zero, e si legge mediante l'indice

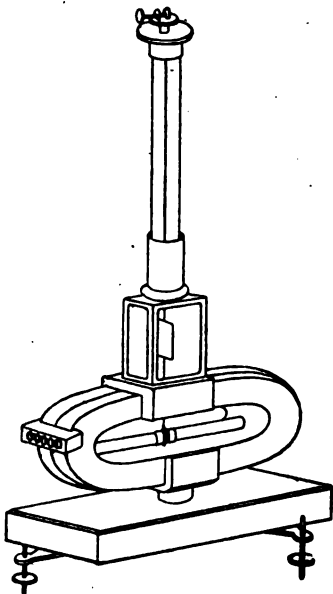
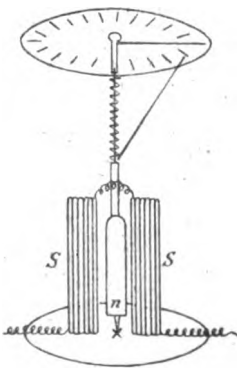



Fig. 26

superiore l'angolo corrispondente, il quale è proporzionale all' intensità della corrente. Il magnete è ordinariamente a forma di campana, e vi sono due spirali simmetricamente disposte come mostra la figura. Questo galvanometro si usa per correnti di una certa intensità. Esso ha il vantaggio che venendo il magnete sempre ricondotto alla medesima posizione rispetto al circuito, la coppia deviatrice è sempre esattamente proporzionale all' intensità della corrente: e poichè d'altra parte la molla può essere costrutta in modo che la coppia di torsione da essa sviluppata sia dentro limiti molto estesi proporzionale all'angolo, ne segue che dentro cotali limiti l'intensità della corrente risulta pure proporzionale all'angolo stesso, che vien dato direttamente dalla lettura. Ha anche la qualità di essere meno affetto degli altri sopraindicati dalle perturbazioni dovute all'eventuale vicinanza di masse di ferro, di calamite o di correnti, che in questo possono solo far variare la posizione di zero, ma non influiscono sulla grandezza delle indicazioni. Esso si presta anche alle misure nel campo tecnico, mentre i primi sono esclusivamente istrumenti da laboratorio.

I galvanometri del secondo genere, cioè a circuito mobile, sono di data molto più recente, e primi ad usarne furono Deprez e d'Arsonval. Ma hanno preso rapidamente un grande sviluppo sia come istrumenti da laboratorio, sia come apparecchi per misure industriali. Eccone brevemente il principio.

La spirale mobile foggiata a telaietto rettangolare è allogata fra le estremità polari di una calamita permanente o sistema di calamite, in modo da poter ruotare liberamente intorno ad un cilindretto di ferro dolce centrato con essa e con le facce polari lavorate in guisa da costituire due settori opposti di una superficie cilindrica conassiale. Nella figura 27 non

sono rappresentate che le estremità polari del sistema magnetico che si deve sottintendere unito a quelle e può essere variamente costituito a seconda dei casi. Lo spazio compreso fra la superficie cilindrica delle facce polari e

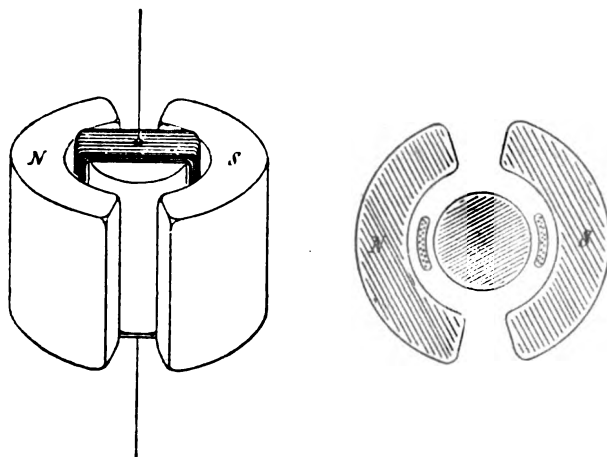



Fig. 27

la superficie del cilindro di ferro è giusto quanto basta per permettere il libero movimento della spirale.

Con ciò l'interferro vien ridotto al minimo e si ha nello spazio in cui gira la spirale un campo magnetico intenso e sensibilmente uniforme con distribuzione radiale, il quale agisce sulle spire percorse da corrente determinando una coppia che per una spira è propozionale alla intensità I della corrente e all'intensità H del campo, ed inoltre all'altezza della spira ed alla sua larghezza (braccio della coppia) e quindi alla sua superficie, e per l'intera spirale è proporzionale ad I, ad H ed alla superficie totale S abbracciata dalla spirale (somma delle superficie delle singole spire).

Il valore della coppia deviatrice che agisce sul telaio può quindi rappresentarsi con GI, dove G è proporzionale al prodotto HS, e per I espresso in *ampère* si ha precisa-

mente $G = \frac{1}{10} H S$. A questa coppia si oppone la torsione del filo di sospensione o di una molla, che dentro limiti abbastanza larghi è proporzionale all'angolo δ di deviazione e si può rappresentare con $C\delta$. E siccome con una costruzione accurata si può conseguire una distribuzione uniforme del campo per modo che G risulti indipendente da δ per tutta l'estensione delle deviazioni richieste nell'uso dell'istrumento, così si avrà la semplice proporzionalità fra l'intensità della corrente e la deviazione, cioè

$$I = K\delta$$

con K costante. Il valore di K corrisponde al rapporto $\frac{C}{G}$ ossia a $10 \frac{C}{HS}$; onde si vede come esso dipenda da C, S ed H, e si ha quindi un criterio per poter commisurare questi elementi al grado di sensibilità che si vuol conseguire. Ma la determinazione effettiva di K per ogni dato istrumento si fa direttamente mediante taratura, senza farla dipendere dalla determinazione dei singoli elementi che sarebbe assai più difficile a farsi con precisione. Per addurre la corrente al telaio servono sovente gli stessi fili di sospensione: altre volte l'adduzione si fa indipendentemente mediante nastri metallici flessibilissimi che non importino per parte propria impedimento sensibile al moto del telaio.

Grazie ai progressi fatti nella fabbricazione delle calamite (con l'impiego di speciali qualità di acciaio e dei processi più convenienti di tempera e di magnetizzazione) e allo studio accurato delle forme e proporzioni, si riesce ora a conseguire in alto grado le condizioni di intensità, uniformità e costanza del campo in cui si muove il telaio, dalle quali dipende in prima linea la bontà di siffatti istrumenti. E così si costruiscono degli apparecchi che gareggiano coi migliori del primo genere

per precisione e squisitezza, mentre poi hanno in proprio vantaggi affatto speciali.

Questi vantaggi consistono nell'anzidetta proporzionalità delle deviazioni all'intensità della corrente, nell'indipendenza dal campo magnetico terrestre o da altri campi, dovuta al proprio campo fortissimo, in grazia della quale l'istrumento non richiede una particolare orientazione ed è insensibile all'azione perturbatrice proveniente dalla vicinanza di masse di ferro, calamite, correnti; nella facilità con cui per l'azione induttiva del campo sul telaio mobile si può, mediante la stessa spirale in cui passa la corrente esterna o aggiungendo all'uopo un altro circuito, conseguire lo smorzamento delle oscillazioni e graduarlo a piacere regolando le resistenze; e infine nell'attitudine a ridursi a forme e dimensioni convenienti per i diversi usi e comode per il maneggio, il trasporto, ecc. Così dagli apparecchi da laboratorio, tra cui ve n'ha di quelli a riflessione di estrema sensibilità e squisitezza, si viene per una serie di forme svariatissime agli apparecchi per misure nel campo tecnico, portatili, solidi, adattabili in tutte le posizioni, i quali con una semplice lettura fatta mediante un indice sopra una scala fissa danno immediatamente il valore della corrente con una notevole precisione.

§ 97. **Resistenza interna. - Galvanometri differenziali. - Galvanometri in derivazione. - Galvanometri balistici.** — Nei galvanometri di qualunque specie entra sempre in considerazione anche la loro resistenza interna (resistenza delle spire avvolte sul telaio e dei collegamenti ai serrafili esterni), la quale quando il galvanometro s'inserisce direttamente nel circuito di una corrente entra a far parte della resistenza totale e quindi influisce sull'intensità della corrente. Crescendo il numero dei giri delle spire, cresce in proporzione la coppia deviatrice corrispondente ad una data intensità; ma cresce

anche la resistenza della spirale, e più rapidamente, perchè cresce per doppia ragione: per l'aumento cioè della lunghezza del filo e perchè per crescere il numero dei giri, con un telaio di date dimensioni, conviene diminuire la sezione del filo.

Perciò l'accrescere il numero dei giri non sempre giova ad accrescere la deviazione. I galvanometri a filo lungo servono bene in quei casi in cui si tratti di inserirli in circuiti di deboli correnti, i quali presentino già di per sè una grande resistenza; mentre nei circuiti di piccola resistenza propria convengono meglio galvanometri a filo relativamente grosso e corto per non alterare di troppo il regime della corrente.

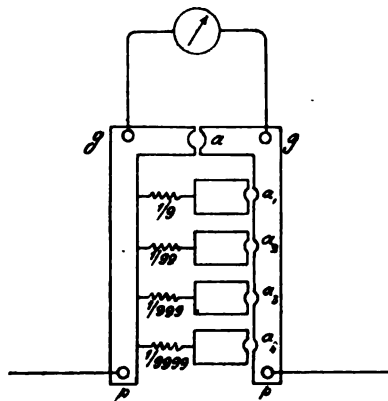
Sovente il telaio comprende più circuiti distinti che fanno capo a distinte coppie di morsetti: riuniti in serie, essi funzionano come se il filo fosse indiviso; riuniti in derivazione, equivalgono invece ad un circuito di un minor numero di giri di filo più grosso. Si può fare inoltre che la corrente passi solo per alcuni; oppure si possono mettere in opposizione, di guisa che il passaggio della stessa corrente o di correnti distinte dia luogo ad azioni contrarie, onde il nome di *galvanometri differenziali.*

Ogni galvanometro non può misurare direttamente che correnti di un certo ordine d'intensità in relazione con la sua struttura, la lunghezza e grossezza del filo, ecc.; e la minima e massima intensità che esso può indicare con sicurezza sono comprese generalmente fra confini relativamente ristretti. Al di sotto fa difetto la sensibilità, al di sopra la deviazione trabocca fuori del campo della gradazione: e così l'estensione delle misure possibili a farsi con un dato istrumento riesce necessariamente limitata. La si può accrescere alquanto nei galvanometri provvisti di un magnete di compensazione indebolendo o rinforzando l'azione direttrice dell'ago e quindi modificando la sensibilità; ma anche ciò dentro limiti non troppo estesi. Poichè ad ogni modo la por-

tata di un galvanometro, cioè la corrente che esso può sopportare senza danno, è limitata dal riscaldamento del filo: onde un galvanometro a filo sottile non si presta a forti intensità, mentre con filo grosso non si possono avere che pochi giri e quindi poca sensibilità.

Ma il campo d'azione di un galvanometro può allargarsi usandolo *in derivazione*, ossia coll'impiego di ***shunt*** (§§ 63, 64), di guisa che solo una parte della corrente attraversi l'istrumento. Se r_1 è la resistenza interna del galvanometro e r_2 quella del ramo derivato esterno, la corrente che passa nel galvanometro è rappresentata da $\frac{r_2}{r_1 + r_2}$ in frazione della corrente totale: di guisa che scegliendo convenientemente r_2 in relazione con r_1, si può regolare a piacere il valore di questa frazione e dalla misura di essa desumere quella dell'intera corrente. Prendendo il rapporto $\frac{r_2}{r_1}$ volta a volta eguale a $\frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}, \ldots$, la corrente nel galvanometro, come già fu notato al § 64, si riduce rispettivamente a $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \ldots$ E così è possibile misurare correnti di intensità comunque grandi.

Fig. 28.

In pratica tali sistemi di resistenze addizionali si hanno già pronti ed annessi al galvanometro con una disposizione del genere di quella indicata dalla fig. 28. La corrente viene addotta ai morsetti *p, p;* gli attacchi del galvanometro sono in *g, g;* in *a* è una chiusura di sicurezza che si toglie quando si sia

inserita, mettendo una spina in uno dei fori a_1, a_2, a_3, a_4, quella resistenza che si conviene al caso.

Per es. nel galvanometro a torsione di Siemens e Halske descritto poc'anzi, il quale ha una resistenza interna di 1 *ohm*, un grado della scala circolare corrisponde nell' uso diretto ad 1 millesimo di *ampère*, mentre lo stesso viene a corrispondere rispettivamente a $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, 1, 10 *ampère* impiegando i quattro diversi *shunt* indicati sulla figura.

Mediante l'applicazione dello stesso principio, come fu pure notato al § 64, si può far servire l'indicazione di un galvanometro di grande resistenza interna e di corrispondente sensibilità messo in derivazione fra due punti di un circuito a misurare la differenza di potenziale fra i due punti.

Talvolta nei galvanometri l'osservazione si riduce alla lettura della prima deviazione impulsiva. Quando si tratta di una corrente costante, la deviazione impulsiva, se non vi ha smorzamento sensibile, sarà prossimamente uguale al doppio della deviazione stabile che si avrebbe per la stessa corrente, e se vi ha smorzamento, conoscendo il rapporto α di ampiezze fra due elongazioni consecutive in verso opposto, il quale, come si è detto di sopra (§ 94), si mantiene costante, si dedurrà dalla deviazione impulsiva il valore della deviazione stabile dividendo per $1 + \alpha$. Ciò, almeno, finchè ci si limiti a piccole deviazioni; e ad ogni modo si potrà stabilire empiricamente la relazione fra le deviazioni impulsive e le permanenti in corrispondenza dei diversi valori dell' intensità. Così le osservazioni si fanno più speditamente.

Questo metodo ha il vantaggio di poter servire alla misura di correnti di brevissima durata, colle quali non sarebbe possibile riferirsi alla deviazione stabile.

Se la durata della corrente è trascurabile rispetto a quella di un'oscillazione, talchè si possa considerare l'ago come fermo durante il passaggio della corrente, si ha che la deviazione dipende solamente dalla quantità totale dell'elettricità passata e dà quindi la misura di quest'ultima. Un galvanometro così adoperato prende il nome di *galvanometro balistico.*

La costante di un galvanometro usato balisticamente non è più quella dello stesso galvanometro usato al modo ordinario per la misura delle correnti costanti: vale a dire che indicando con K' nel primo caso il rapporto fra la quantità di elettricità e la deviazione impulsiva e indicando come per l'addietro con K nel secondo caso il rapporto fra l'intensità della corrente e la deviazione stabile, K' risulta diverso da K in misura dipendente dalla durata delle oscillazioni e dal grado di smorzamento. Se questo è trascurabile, la relazione fra K' e K, quale si trova col calcolo, è espressa da

$$K' = \frac{\tau}{\pi} K$$

dove τ indica la durata di un' oscillazione semplice. Quando si ha da tener conto dello smorzamento, questo porta nella formola un coefficiente di riduzione; ma per uso balistico s'impiegano generalmente apparecchi senza smorzamento o a smorzamento debole. Del resto in pratica la costante K' si determina quasi sempre direttamente osservando la deviazione corrispondente al passaggio di una quantità nota di elettricità.

§ 98. **Elettrodinamometri; bilancie elettrodinamiche.** — Diciamo ora brevemente degl' istrumenti della quarta classe (§ 95) che si fondano sull'azione mutua fra correnti, e si prestano anche per correnti alternative. Questi nelle loro disposizioni più comuni pren-

dono il nome di elettrodinamometri. L'azione si esercita fra due circuiti, uno fisso e l'altro mobile; ed è per ogni determinata posizione del circuito mobile, supponendo ambedue i circuiti di forma invariabile, esattamente proporzionale all'intensità della corrente in ciascuno di essi e quindi al prodotto delle due intensità. Se si tratta di due correnti distinte, l'azione s'inverte invertendone una e rimane la stessa invertendole ambedue. Se invece è la medesima corrente che circola nelle due spirali, l'azione risulta indipendente dal verso della corrente stessa e proporzionale al quadrato della sua intensità. L'assenza di calamite e di parti in ferro elimina le cause d'incostanza e d'incertezza, e dà alle indicazioni di questi strumenti un carattere di determinatezza rigorosa.

Citeremo anzitutto l'elettrodinamometro di W. Weber con cui furono fatte le prime misure elettrodinamiche assolute. Consta di un sistema fisso di spire circolari avvolte sopra un telaio di ottone, e di una spirale mobile, a spire circolari di minor diametro, che mediante un sistema bifilare si trova sospesa nello spazio interno del primo telaio, ben centrata e disposta normalmente a quello. I due fili di sospensione servono anche per l'adduzione della corrente: prima di andare ai serrafili esterni essi passano sopra due piccole puleggie di avorio venendo resi solidali mediante collegamento fatto con un filo di seta, talchè le due puleggie servono ad equilibrare la tensione e al tempo stesso possono servire a regolare la distanza dei due fili. Uno specchietto aggiunto all'equipaggio serve per la lettura delle deviazioni col metodo di *Poggendorff* (§ 94).

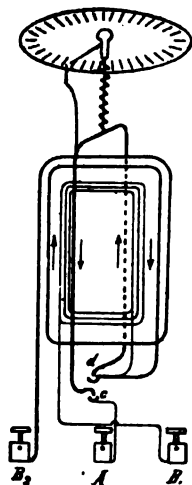
Per eliminare l'azione del campo terrestre sulla spirale mobile, in questo come negli altri strumenti del genere, si dispone l'apparecchio in guisa che l'asse di detta spirale nella sua posizione di riposo si trovi nel piano del meridiano magnetico. Si può poi correggere

l' effetto di un' orientazione imperfetta prendendo la semisomma delle indicazioni ottenute successivamente colla medesima corrente prima diretta in un verso e poi nel verso opposto in ambedue i circuiti, con che viene ad essere invertita l'azione del campo terrestre, mentre l'azione elettrodinamica fra le due spirali rimane la stessa. Quando si tratta di correnti alternative l'azione del campo terrestre sparisce, e non occorre quindi una orientazione speciale.

Allo stesso genere appartengono gli elettrodinamometri di EDELMANN, di FRÖHLICH, di PELLAT ed altri, che presentano modificazioni più o meno rilevanti nel modo di sospensione, nella disposizione e struttura dei circuiti, ecc., intese a renderli più acconci alle misure per cui furono ideati, ma che hanno gli stessi caratteri generali. Sono per la maggior parte strumenti destinati a speciali ricerche scientifiche, e sono di lor natura apparecchi da laboratorio, disadatti per l' uso tecnico.

Fig. 29.

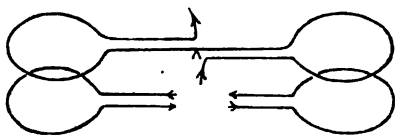
Ve n' ha altri invece in cui si è cercato di conciliare la precisione colla semplicità e comodità richieste dall' uso pratico. Tale è l' elettrodinamometro di SIEMENS e HALSKE, che è largamente usato per le misure con correnti alternative. La sua disposizione è indicata schematicamente dalla fig. 29.

Un circuito mobile, i cui due capi disposti sulla verticale intorno a cui esso è girevole pescano in due pozzetti di mercurio *c, d,* è percorso dalla corrente che viene addotta ad uno dei pozzetti mediante un filo collegato ad un morsetto esterno *A*, e va poi attraverso il secondo pozzetto ad un circuito fisso e da questo ad un altro morsetto esterno. Vi sono d' ordinario due circuiti

fissi diversi riuniti al medesimo pozzetto e terminati a due morsetti distinti B_1, B_2, e ciò per avere due diversi gradi di sensibilità dell'istrumento. Il circuito mobile, sospeso ad un filo di bozzolo, è riunito ad una molla come il magnete del galvanometro a torsione precedentemente descritto, del quale qui si vede riprodotto il principio consistente nel ricondurre la parte mobile alla sua posizione iniziale di riposo girando il bottone cui è collegato l'estremo superiore della molla e leggendo mediante un indice l'angolo di torsione occorrente a far equilibrio all'azione deviatrice.

Per la misura di correnti continue conviene eliminare l'azione del campo terrestre mediante l'orientazione dell'istrumento o con duplice lettura, come si è detto di sopra: ed in generale conviene che l'apparecchio sia sottratto all'influenza di azioni magnetiche esterne. Ma esso suole usarsi principalmente per correnti alternate: e per queste esso presenta le stesse qualità di esattezza e speditezza che presenta il galvanometro a torsione per correnti continue. L'angolo di torsione è qui proporzionale al quadrato dell'intensità della corrente, e quindi questa riesce proporzionale alla radice quadrata del numero letto sulla graduazione. La *taratura*, cioè la determinazione della costante per cui si ha a moltiplicare tale radice quadrata per ottenere l'intensità, suol esser fatta con grande cura dalla stessa casa che fornisce l'istrumento. La sicurezza delle indicazioni dipende essenzialmente dalla qualità della molla: in questo rispetto la casa Siemens ha meritata fama di eccellenza, sì che si può contare sopra una assoluta costanza delle indicazioni dei suoi strumenti. Se ne costruiscono per diverse intensità regolando opportunamente il numero delle spire, le dimensioni dei due circuiti e la forza delle molle, sì che è possibile per mezzo di essi misurare delle correnti le cui intensità vanno dai centesimi alle centinaia di *ampère*.

Alla stessa classe degli elettrodinamometri appartengono le bilancie elettrodinamiche, nelle quali all'azione mutua fra correnti si contrappone l'azione della gravità sul giogo di una bilancia. Citiamo la bilancia elettrodinamica di Thomson, il cui principio è indicato dalla figura 30.

Fig. 30.

Due coppie di spire circolari si trovano di fronte in due piani paralleli ed orizzontali. Supponendo le due spire superiori percorse da corrente in verso opposto e le inferiori percorse nel medesimo verso, come è indicato dalle freccie, vi sarà attrazione da una parte e repulsione dall'altra; di guisa che unendo le spire superiori al giogo di una bilancia, questo tenderà a traboccare da una parte. Mediante l'aggiunta di un peso scorrevole si potrà ristabilire l'equilibrio in posizione orizzontale; e si capisce senz'altro come facendo scorrere il peso sopra una graduazione si potrà determinare la corrispondenza fra la posizione del peso e la intensità di corrente. Invece di una sola coppia di spirali fisse, per avere maggiore sensibilità, ve ne possono essere due, una al di sotto e una al di sopra e percorse dalla corrente in versi opposti. Si può poi colla stessa bilancia ottenere sensibilità diverse cangiando i pesi. Anche qui l'azione mutua dei due sistemi di spirali è proporzionale al prodotto delle due intensità, se sono percorsi da correnti diverse, ed al quadrato dell'intensità, se è una medesima corrente che percorre ambedue.

L'adduzione della corrente alle spirali unite al giogo si fa mediante fasci di fili sottili e flessibilissimi che non oppongano alcun impedimento apprezzabile al movimento: e d'altra parte all'atto della misura venendo il sistema ricondotto alla sua posizione fissa di equilibrio, accuratamente marcata, essi si ritrovano sempre

nella medesima condizione. Finalmente l' azione del campo terrestre sulle spirali mobili viene ad essere eliminata per ciò che esse sono uguali e percorse dalla corrente in verso opposto.

Le bilancie elettrodinamiche di questo tipo si costruiscono per intensità che vanno dal centesimo di *ampère* fino a 2500 *ampère*. Più che all' uso pratico corrente esse sono destinate a definire dei *campioni d' intensità*, servendo così per la taratura ed il controllo di altri istrumenti: e a questo riguardo, grazie alla perfezione raggiunta nella loro costruzione, esse presentano tutte le garanzie di precisione e di costanza.

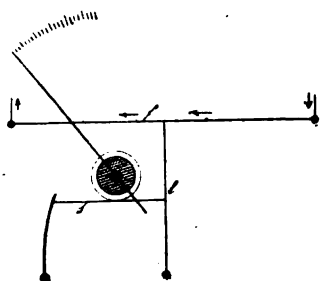
§ 99. **Apparecchi a dilatazione. -. Apparecchi a ferro dolce. - Reometri industriali.** — Passiamo agli apparecchi delle ultime due classi (§ 95), incominciando da quelli che utilizzano per la misura delle correnti l' effetto Joule. Il metodo più diretto per questo genere di misura si è quello di determinare con un calorimetro la quantità di calore sviluppato dalla corrente durante un certo tempo in un tratto di filo di resistenza nota, e dedurne in base alla legge di Joule l' intensità della corrente stessa. Ma questo metodo non s' impiega che in casi di ricerche speciali richiedendo operazioni delicate e laboriose, ed essendo oltre ciò poco sensibile.

Si usano invece apparecchi fondati sulla dilatazione causata dal riscaldamento nei conduttori percorsi dalla corrente, dilatazione che si presta alla produzione di movimenti atti ad indicare indirettamente l' intensità della corrente cui è commisurato il riscaldamento. Per la rapidità delle indicazioni e per evitare un troppo dispendio di energia, la parte che subisce il riscaldamento deve avere piccola capacità calorifica, ed è generalmente un filo fine o una lamina sottile: non può quindi sopportare una corrente intensa, e però gl' istrumenti di questa specie o servono a misurare per mezzo della corrente (ridotta mercè di

una conveniente resistenza) che essi indicano, le differenze di potenziale fra i punti cui sono collegati (§ 64), oppure sono messi in derivazione.

Fra quelli destinati al primo uso citeremo gli apparecchi Cardew, in cui si ha un filo lungo alcuni metri e sottilissimo teso in due rami paralleli nell' interno di un tubo metallico con i due capi uscenti da un' estremità del tubo mentre dall' altra si accavalla sopra una puleggia. Un capo è fisso alla cassa dell' istrumento, l' altro è congiunto ad un filo isolato avvolto sopra una puleggia in relazione con un ingranaggio moltiplicatore che trasmette il movimento ad un indice. I due capi poi comunicano coi morsetti cui viene addotta la corrente.

Fig. 31

Citeremo ancora gli apparecchi Hartmann e Braun, di cui ve n' ha per l' uno come per l' altro uso. Essi sono a filo assai più corto, e la loro disposizione è indicata dalla figura 31.

Al filo *f* percorso dalla corrente è unito nel mezzo un altro filo *l* col secondo estremo fisso, e al mezzo di *l* è attaccato un filo di seta *s* che resta teso da una molla a cui fa capo dopo esser passato intorno ad una leggiera puleggia munita di un indice il quale scorre sopra di una scala graduata. Al passaggio della corrente, *f* per la dilatazione si allenta, e l' azione della molla tirando il filo *s* fa muovere la puleggia e con essa l' indice.

Il calore svolto dalla corrente cresce col quadrato dell' intensità; ma la temperatura del filo, dalla quale la dilatazione è determinata, rappresenta un risultato complesso subordinato da una parte al calore prodotto e dall' altra a quello che il filo va perdendo e che dipende da varie circostanze. Esso va crescendo dapprima colla

temperatura fino a che si raggiunga lo stato di regime in cui il calore disperso uguaglia quello prodotto e la temperatura si mantiene stazionaria. Segue di qui che bisogna per la lettura delle indicazioni attendere che queste sieno divenute stazionarie, il che del resto per la sottigliezza del filo adoperato avviene in breve. Di più si comprende come convenga graduare l' istrumento empiricamente, non potendosi altrimenti, per la complicazione degli elementi che intervengono, stabilire sicuramente la corrispondenza fra l' intensità della corrente e la posizione dell' indice sulla scala. Per eliminare l' influenza delle variazioni di temperatura esterna conviene che l' intelaiatura rigida cui sono fissati i capi del filo f abbia lo stesso coefficiente di dilatazione di quest' ultimo.

Con tale avvertenza, con una conveniente scelta della sostanza del filo (lega platino-argento) e con una costruzione accurata si può conseguire in siffatti istrumenti la voluta costanza e sicurezza d' indicazioni, per potersene, una volta fatta la loro graduazione, servire con fiducia nelle misure di correnti. D' altra parte essi sono d' uso molto comodo, servono indifferentemente per correnti continue ed alternate, si prestano ad esser ridotti nelle forme e dimensioni più convenienti; ed infine hanno il grande vantaggio di essere assolutamente insensibili ad azioni magnetiche di qualsiasi genere, il che li rende specialmente adatti pei luoghi dove per effetto di fili percorsi da correnti, di elettrocalamite, ecc. si abbia da fare con azioni siffatte.

Facciamo cenno in fine degl' istrumenti fondati sull' impiego del ferro dolce traendo partito da ciò, che un pezzo di ferro dolce in presenza di un circuito fisso percorso dalla corrente, magnetizzandosi per induzione, tende ad orientarsi secondo la direzione del campo generato dalla corrente o a spostarsi verso la parte ove

l' intensità del campo è maggiore. Supponendo il ferro perfettamente dolce, cosicchè non vi sia traccia di magnetismo fisso o rimanente, l' azione rimane la stessa cangiando il verso della corrente: onde un apparecchio siffatto può servire anche per correnti alternative. In pratica si cerca di avvicinarsi a questa condizione ideale servendosi del ferro più dolce che sia possibile e ridotto in fili o in lamine sottili; ma ad ogni modo si ricorre per correnti alternative ad una graduazione speciale in relazione colla rapidità delle alternazioni.

Un apparecchio di questo genere, destinato per deboli correnti, è il così detto elettrodinamometro di Bellati-Giltay, di cui il Bellati indicò il principio, mentre Giltay gli ha data la forma attualmente in uso. È in sostanza un galvanometro a riflessione in cui all' ago magnetico è sostituito, con sospensione bifilare, un fascio di fili di ferro dolce che si dispone con una inclinazione di 45° rispetto all' asse della spirale. Sotto l' azione della corrente il fascio si magnetizza, e si sviluppa una coppia che tende ad orientarlo parallelamente all' asse suddetto e cui si oppone la coppia del sistema bifilare. Limitandosi, come si suole, a piccolissime deviazioni (che non alterano sensibilmente la posizione del fascio rispetto alla spirale) e a correnti molto deboli (per le quali si può ammettere la proporzionalità del momento magnetico indotto nel fascio all' intensità della corrente), la coppia deviatrice si può ritenere proporzionale al quadrato dell' intensità come negli elettrodinamometri propriamente detti di cui si è parlato di sopra.

Ma è soprattutto per correnti d' uso industriale che gli apparecchi a ferro dolce hanno trovato larga applicazione grazie alla loro semplicità di struttura che li rende a buon mercato. Le foggie sono svariate: in alcuni, come nel tipo di Kohlrausch, è un rocchetto o solenoide che attrae nello spazio cilindrico interno un nucleo cilindrico o tubo di ferro dolce collegato ad una molla

antagonista, il quale spostandosi lungo l'asse fa muovere un indice sopra una scala. In altri, come negli apparecchi di HUMMEL e di SIEMENS e HALSKE, è una lamina di ferro dolce curvata ed imperniata in modo e così situata rispetto alla spirale fissa, che, per la tendenza del ferro a portarsi nella regione più intensa del campo, ruota e fa ruotar seco un indice. Un contrappeso fornisce la coppia antagonista; si usa lo smorzamento ad aria ed una guaina di ferro dolce a riparo dalle azioni magnetiche esterne; la forma e la curvatura sono studiate sperimentalmente nell' intento di conseguire la proporzionalità fra le deviazioni e l' intensità della corrente.

Lo stesso intento, per altra via, si cerca di raggiungere negli apparecchi di AYRTON e PERY, in cui è ancora un solenoide che attira nella sua cavità cilindrica un nucleo tubulare di ferro; ma la corsa di questo è limitata in modo che esso vi si trova sempre immerso per la massima parte, di guisa che quando la corrente supera un certo limite, al di sotto del quale l' istrumento non è destinato a servire, si può ritenere il nucleo costantemente saturo e quindi la forza che determina la corsa proporzionale all' intensità. Il nucleo è poi riunito ad una molla a spirale per la cui azione esso quando è attratto al basso compie un moto elicoidale girando di un angolo proporzionale alla corsa e relativamente considerevole, in guisa che un indice con esso solidale descrive l' intera scala circolare per una corsa di pochi millimetri. Bastino questi esempî per dare un' idea di tutti gli altri apparecchi di questa classe.

Le ultime due classi forniscono un grande contingente ai così detti reometri *industriali*, cioè destinati alle misure nel campo tecnico e facenti parte degl' istrumenti di controllo nei quadri annessi in ogni impianto elettrico alla stazione generatrice e alle sedi di distribuzione e di utilizzazione della corrente elettrica. Ve

n' ha di portatili, da adoperarsi qua e là secondo l' occorrenza, e di quelli a posto fisso sui quadri: per tutti si richiede semplicità e solidità di struttura, comodità, facilità di maneggio e speditezza nelle indicazioni.

Siffatti reometri sono tutti provvisti di scala fissa con la graduazione già segnata direttamente in *ampère*; onde essi sogliono prendere il nome di *amperometri*. Sono ridotti generalmente alla forma di una cassetta, talvolta rettangolare (specialmente negli strumenti portatili), più spesso circolare e somigliante nell' aspetto ad un orologio da tavola o da parete con la scala e l' indice visibili all' esterno al posto della mostra.

Gli amperometri di maggior precisione per corrente continua sogliono essere del genere dei galvanometri d' ARSONVAL, quelli per correnti alternate, del genere degli elettrodinamometri. I più rinomati per la loro eccellenza universalmente riconosciuta sono quelli della casa WESTON, che conciliano tutte le comodità di apparecchi industriali con un alto grado di esattezza e di costanza sì da poter servire al tempo stesso per determinazioni di carattere scientifico. Meritamente stimati sono anche gli apparecchi dello stesso genere di SIEMENS e HALSKE, di cui abbiamo già citato altri istrumenti. Del resto, molte sono oggi le case costruttrici che forniscono buoni apparecchi, in cui la precisione non va disgiunta dalle esigenze dell' uso corrente: e questo dicasi in misura relativa anche per gli amperometri delle altre classi, le cui indicazioni hanno un' esattezza pienamente sufficiente per la pratica.

§ 100. **Misura reometrica delle differenze di potenziale.** — Si è già detto altrove (§ 64) come dall' intensità della corrente derivata in un reometro da due punti a potenziale diverso si possa desumere la misura della differenza di potenziale fra quei due punti.

Questo metodo serve naturalmente per il caso in cui le differenze di potenziale non sono di origine puramente elettrostatica, ma sono sostentate da *f. e. m.* Esso, come il più comodo, è il più comune nella pratica. La corrente addotta al reometro deve di regola essere così debole da non dar luogo ad alterazione sensibile nella distribuzione del potenziale e nel regime dei circuiti: e quindi si richiedono reometri di corrispondente sensibilità e aventi una considerevole resistenza (sia nel moltiplicatore, sia aggiunta in serie con questo); i quali in grazia del loro ufficio prendono il nome di *voltometri.* Quando poi si tratta di differenze di potenziale alternative, conviene inoltre, per ragioni che potremo meglio apprezzare più avanti, che il voltometro non presenti un' induttanza sensibile, altrimenti le sue indicazioni vengono a dipendere dalla frequenza delle alternazioni ed occorre una graduazione diversa per ogni diversa frequenza.

Del resto, ognuno dei tipi di reometri precedentemente indicati può fornire il corrispondente tipo di voltometro. Così, per non parlare che di quelli che si prestano alle misure di carattere tecnico, il galvanometro a torsione di Siemens, gli amperometri del genere d'Arsonval della casa Weston e simili, gli elettrodinamometri Siemens, forniscono ottimi voltometri.

Particolarmente indicati per questo ufficio sono gli istrumenti a dilatazione, i quali appunto si usano prevalentemente come voltometri: come p. es. il voltometro Cardew e gli apparecchi Hartmann e Braun di cui si è già fatto cenno. Oltre la loro indipendenza da ogni influenza magnetica, gl' istrumenti di questa classe hanno il vantaggio di essere in sè esenti da induttanza, qualità importante, per le ragioni accennate di sopra, qualora si tratti di differenze di potenziale alternative.

Uno stesso voltometro mediante la scorta di un sistema di resistenze addizionali, che hanno generalmente un rapporto semplice con la resistenza propria del volto-

metro, può servire alla misura di differenze di potenziale variabili entro limiti molto estesi. Suppongasi p. es. la sensibilità tale che una divisione della scala corrisponda a un decimillesimo di *ampère*, e la resistenza propria dell' istrumento uguale a 10 *ohm*: allora l' istrumento usato senza resistenza addizionale indicherà coi gradi letti sulla scala i millesimi di *voltà*; mettendo in serie una resistenza addizionale di 90 *ohm*, gli stessi gradi verranno a corrispondere a centesimi di *volta*; con una di 990 *ohm* significheranno decimi di *volta*, e così via.

Un voltometro assorbe una certa quantità di energia che si dissipa sotto forma di calore e che è interesse che sia la minore possibile, specialmente quando si tratta di inserzione permanente dell' apparecchio in circuito. Essa sarà espressa in *watt* da rI^2 ovvero DI, r essendo la resistenza in *ohm*, I l' intensità in *ampère* e D la differenza di potenziale in *volta*. Osservando poi che l' intensità rimane la stessa quando si muta, come si è detto dianzi, il valore dei gradi mediante le resistenze addizionali, si può porre il limite superiore dell' energia dissipata sotto la forma αD, α essendo l' intensità massima che può riguardarsi come una costante dell' istrumento e corrisponde al rapporto fra il massimo valore di D misurabile con un dato valore di r e questo valore stesso. Nell' esempio addotto di sopra prendendo per α l' intensità corrispondente a 100 divisioni della scala, si avrebbe $\alpha = 0{,}01$, e l' energia dissipata resterebbe nei limiti di 1 *watt* per 100 *volta*. Di qui si vede, come del resto è ovvio, che la dissipazione cresce in ragione inversa della sensibilità del reometro.

Un conduttore di resistenza R percorso da una corrente d' intensità I presenta ai suoi estremi una differenza di potenziale RI (§ 59). Se R è noto, si può dunque dal valore di tale differenza dedurre l' intensità I dividendo per R. Di qui risulta un metodo molto semplice per la misura indiretta delle correnti, che consiste nel misurare

con un voltometro la differenza di potenziale ai capi di una resistenza nota e convenientemente scelta inserita nel circuito della corrente. Se p. es. si sceglie $R = 1$ *ohm*, lo stesso numero che indica la differenza di potenziale in *volta* indicherà l' intensità della corrente in *ampère*; per $R = \frac{1}{10}$ *ohm*, ad ogni decimo di *volta* corrisponderà un *ampère*, ecc.

È sempre in sostanza l' applicazione dello stesso principio della diramazione (§ 64), in virtù del quale dalle resistenze dei singoli rami risultano determinati i rapporti delle rispettive correnti alla differenza terminale di potenziale ed i loro rapporti mutui.

§ 101. **Elettrometri, voltometri elettrostatici.** — La misura delle differenze di potenziale può farsi più direttamente in via elettrostatica per mezzo di un elettrometro (§ 38).

Fra le tante specie di elettrometri, il tipo più comunemente in uso per questo genere di misure è quello dell' elettrometro a quadranti di Thomson nelle

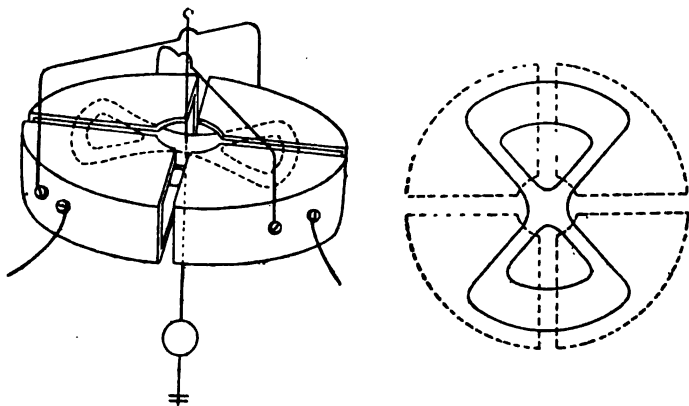



Fig. 32

sue svariate forme, del quale fu già accennato il principio al § 38, e di cui la fig. 32 rappresenta schemati-

camente nelle sue parti essenziali un modello molto in uso dovuto al Mascart. Vi si vedono le due coppie di quadranti ricavate da una scatola cilindrica, entro la quale si muove l' ago formato da una sottile lamina di alluminio tagliata come mostra il disegno. L' ago è collegato ad uno specchietto per la lettura delle deviazioni e ad un' aletta che si fa pescare in un liquido e serve per lo smorzamento delle oscillazioni.

Le due paia di quadranti opposti e l' ago formano tre sistemi isolati messi in relazione con tre distinti morsetti pure isolati che stanno fuori della cassa metallica munita di aperture chiuse da pareti di vetro, dentro cui l' apparecchio è collocato al riparo da ogni azione esterna in un ambiente mantenuto perfettamente secco per poter conseguire il buon isolamento delle parti, indispensabile per il retto funzionamento. La sospensione dell' ago può essere unifilare o bifilare, e le comunicazioni col medesimo possono farsi o dall' alto mediante il filo di sospensione o dal basso mediante il liquido (acido solforico, che fa anche l' ufficio di essiccatore) in cui pesca l' aletta.

Quando i tre sistemi mediante i rispettivi bottoni esterni sono portati a potenziale diverso, ne nasce una coppia tendente a far deviar l' ago (il quale si suppone orientato inizialmente come si vede nella figura, con la sua bisettrice secondo uno dei due diametri di divisione dei quadranti) con un momento che, se l' apparecchio è ben disposto e le deviazioni restano comprese dentro certi limiti, si dimostra essere prossimamente costante e proporzionale alla differenza $V_1 - V_2$ dei valori del potenziale sulle due paia di quadranti ed inoltre alla differenza $\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right)$ fra il potenziale dell' ago e la semisomma dei potenziali dei quadranti, e quindi al prodotto delle due differenze.

Abbiamo detto *prossimamente costante*, poichè in realtà alla parte suddetta va unita sempre un' altra parte che può ritenersi sensibilmente proporzionale all' angolo di deviazione δ ed è detta *direttrice*, perchè tende a ricondurre l' ago alla posizione iniziale aggiungendosi alla coppia antagonista sviluppata dal sistema di sospensione, la quale nel caso di sospensione unifilare, e in generale poi quando si tratta di deviazioni abbastanza piccole, sarà proporzionale alla deviazione δ.

Ne risulta per la posizione di equilibrio una relazione della forma

$$(V_1 - V_2)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right) = k\delta$$

dove k, per la parte che spetta all' anzidetta coppia direttrice elettrica, viene a dipendere dai valori dei potenziali; ma ove, come si suol fare ordinariamente, si prescinda da quella, si riduce ad una costante propria dell' istrumento.

I modi di applicazione sono diversi. Uno di questi consiste nel mantenere l' ago ad un potenziale fisso e relativamente molto elevato, λ, facendolo comunicare p. es. con l' armatura interna di una bottiglia di Leyda, di cui l' armatura esterna sia collegata alla terra, e mettere le due paia di quadranti in relazione con le parti di cui si vuol determinare la differenza di potenziale. In tal caso, se λ è abbastanza grande perchè $\frac{V_1 + V_2}{2}$ possa in confronto ritenersi come trascurabile, si avrà semplicemente

$$\lambda (V_1 - V_2) = k\delta.$$

Questo metodo fu indicato dal Thomson, il quale ideò pure una disposizione speciale consistente in una specie di macchinetta d' induzione elettrostatica (§ 36), detta *replenisher*, che ha l' ufficio di ricondurre al suo valore fisso il potenziale della bottiglia e dell' ago.

Un altro metodo, indicato dal Mascart, consiste nel fare $V_1 = - V_2 = \lambda/_2$ riunendo p. es. i quadranti ai poli di una pila costituita da un numero pari di elementi uguali di cui il mezzo sia tenuto in comunicazione colla terra, e porre l' ago in relazione con una delle parti fra cui si vuol misurare la differenza di potenziale mentre l' altra è riunita alla terra. Date queste condizioni, se λ rappresenta la *f. e. m.* totale della pila, si ha appunto $V_1 = - V_2 = \lambda/_2$, e quindi $V_1 - V_2 = \lambda$, $V_1 + V_2 = 0$; e la relazione si riduce a

$$\lambda V = k \delta.$$

I due metodi citati si chiamano *eterostatici* perchè v' intervengono i potenziali λ di sorgenti ausiliarie estranee. La *sensibilità* è definita dai valori di k e di λ, e precisamente del rapporto $\frac{\lambda}{k}$; dove k dipende dalle condizioni di struttura e dal sistema di sospensione, mentre per λ si possono scegliere a piacere valori più o meno alti. Così si ha il mezzo di graduare la sensibilità a seconda del bisogno: e in uno strumento per cui k sia piccolo, si può col crescere di λ raggiungere una sensibilità elevata. La determinazione di k si può fare empiricamente sperimentando con una differenza di potenziale nota. Perciò conviene che anche λ sia noto; se no, si può determinare direttamente il rapporto $\frac{\lambda}{k}$. Ma poichè, per quanto si è detto, non si può ammettere la costanza di k che dentro limiti anzi ristretti, converrà, per misure precise, incominciare collo stabilire la graduazione dell' istrumento. Questi metodi sono di loro natura riservati quasi esclusivamente per esperienze da laboratorio.

Nel campo pratico si usa in generale il metodo *idiostatico,* in cui non intervengono sorgenti ausiliarie e si mette in comunicazione una coppia di quadranti con

una delle parti di cui si vuol determinare la differenza di potenziale, mentre la seconda coppia e l'ago riuniti insieme si collegano coll'altra parte. In questo caso si ha da porre $V = V_1$ nella relazione generale, con che essa diviene

$$(V_1 - V_2)^2 = 2k\delta.$$

Qui abbiamo, nei limiti entro cui si può ammettere la costanza di k, la deviazione proporzionale al quadrato della differenza di potenziale e l'azione indipendente dal segno di tale differenza: onde il metodo si presta anche per la misura di differenze di potenziale alternative di cui fornisce i valori *efficaci* (§ 83). Un apparecchio usato a questo modo e previamente tarato e graduato in *volta* prende il nome di *voltometro elettrostatico.*

Ma l'istrumento si può qui semplificare sopprimendo la coppia di quadranti in comunicazione coll'ago, e così si viene al tipo pratico ridotto ad una sola coppia di quadranti e ad un ago che viene attratto verso quella quando fra esso ed i quadranti si stabilisce una differenza di potenziale.

La sensibilità dipende dalle dimensioni e dalla coppia di torsione determinata dal modo di sospensione; ma essa si può accrescere servendosi di una disposizione multipla in cui invece di una coppia sola di quadranti si ha un sistema di coppie uguali sovrapposte e in comunicazione fra di loro, e invece di un ago formato da una sola lamina si ha corrispondentemente un sistema di tante lamine parallele ed uguali ed ugualmente orientate, portate da una medesima asticella di alluminio che le fa elettricamente e meccanicamente solidali. Tali sono i così detti elettrometri o voltometri *multicellulari* del THOMSON.

Di genere affine ma più semplice è un altro voltometro elettrostatico, pure del Thomson, destinato alle

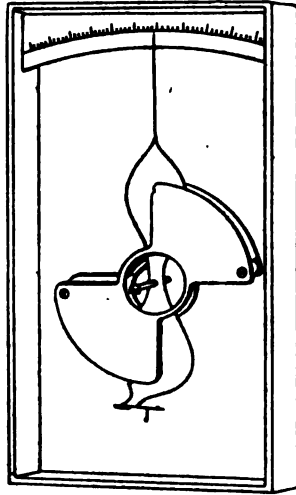
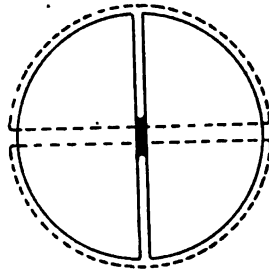
misure per tensioni più elevate, di cui la disposizione è indicata dalla fig. 33.

Qui vi è ancora un solo paio di quadranti ed è disposto verticalmente; l' ago un po' asimmetrico è girevole intorno ad un asse orizzontale ed è tenuto al posto dall' azione della gravità mediante un peso aggiunto alla parte inferiore. Un leggero indice segna le deviazioni sopra una scala; la sensibilità si può far variare mutando il peso.

Fig. 33

Una differenza sostanziale nel tipo, malgrado le analogie di forma, ci è offerta dall' elettrometro di Blondot e Curie. Qui la parte fissa è divisa mediante un solo taglio diametrale in due parti isolate; e l'ago, di forma *circolare*, è pure diviso mediante un taglio diametrale in due parti fra loro isolate e tenute insieme da un tramezzo coibente (fig. 34), ed è orientato in modo che la sua linea di divisione sia normale a quella della parte fissa. Esso è attaccato a due fili metallici, l' uno superiore e l' altro inferiore, tesi l' uno sul prolungamento dell' altro e comunicanti separatamente coi suoi due settori, i quali per tal mezzo sono messi in relazione con due bottoni esterni isolati, mentre d' altra parte i settori fissi fanno capo ad un' altra coppia di bottoni distinti.

Fig. 34

Supponendo stabilita una differenza $(V_1 - V_2)$ di potenziale fra i due settori fissi ed una differenza $(V' - V'')$

fra le due metà dell'ago, il momento della coppia deviatrice si mantiene sensibilmente costante per valori non troppo grandi di δ ed è proporzionale al prodotto delle due differenze, onde la relazione fra queste e la deviazione prende la forma

$$(V_1 - V_2)(V' - V'') = k\delta.$$

I vantaggi di questo sistema consistono in primo luogo in una maggiore simmetria, in grazia della quale il coefficiente k può qui con molto maggiore approssimazione, in apparecchi ben costrutti, ritenersi costante, cioè indipendente dai valori dei potenziali; e in secondo luogo nella possibilità di sperimentare a un tempo con due coppie V_1, V_2 e V', V'' di valori del potenziale fra loro assolutamente indipendenti, di cui si misura il prodotto delle differenze. Esso si presta poi alla determinazione di una differenza $V_1 - V_2$, sia col metodo eterostatico associando ad essa una differenza nota e fissa, come p. es. quella fornita come sopra da una pila ausiliaria, sia col metodo idiostatico collegando un settore fisso ed una metà dell'ago con una delle parti fra cui esiste l'accennata differenza e il secondo settore fisso e la seconda metà dell'ago con l'altra parte; nel qual caso si ha

$$(V_1 - V_2)^2 = k\delta,$$

ed il metodo è applicabile anche a valori alternativi. Lo stesso tipo si presta pure a tutte le varietà di forma e di struttura corrispondenti ai diversi gradi di sensibilità ed ai varii generi di misura, dalle più delicate fino a quelle di carattere industriale e per alte tensioni.

Il metodo elettrostatico per la misura delle differenze di potenziale non è in generale così comodo e spedito come quello dei voltometri reometrici; ma ha su quello il vantaggio di non distrarre dai circuiti corrente alcuna, quando si tratta di differenze di potenziale costanti, o di distrarre solamente una corrente minima

nel caso di differenze alternative (cioè la corrente corrispondente alla carica alternativa dell'istrumento, la quale, per la piccola capacità di questo, è d'ordinario addirittura trascurabile). Si risparmia così la dissipazione di energia la quale, come si è visto al § precedente, accompagna sempre in misura più o meno grande l'uso degli altri voltometri.

La misura elettrostatica della differenza di potenziale ai capi di un conduttore di resistenza nota può servire a far conoscere l'intensità della corrente nel conduttore allo stesso modo che si è detto di sopra parlando della misura reometrica, di guisa che la misura delle correnti può farsi in via indiretta anche a mezzo di un elettrometro.

§ 102. **Misure di potenza: wattometri.** — In un circuito a corrente continua il prodotto dell'intensità I per la differenza $V_a - V_b$ di potenziale fra due punti a e b rappresenta (§§ 62, 73) il lavoro erogato nell'unità di tempo, ossia la potenza elettrica assorbita nella parte di circuito compresa fra a e b. Denotando questa con P, si ha dunque

$$P = (V_a - V_b) I.$$

Qui si suppone la corrente diretta nel verso ab; ma del resto la porzione di circuito compresa fra a e b può essere quale si voglia, semplice o comunque diramata, con o senza sedi di *f. e. m.*, purchè la corrente che entra in a sia la stessa che esce in b. La differenza $V_a - V_b$ può anch'essere negativa, e allora P sarà pure negativo, vale a dire che invece di potenza *assorbita* si tratterà di potenza *estrinsecata*. In ogni caso denotando con Q il calore svolto nell'unità di tempo per effetto Joule nella suddetta porzione di circuito, espresso in unità meccaniche, e con L il lavoro per l'unità di tempo delle *f. e. m.* quivi eventualmente esistenti preso con segno cangiato (L rappresenta la misura della produzione o rispet-

tivamente dell'assorbimento di energia esterna (§ 73) secondo che è positivo o negativo), si ha la relazione

$$P = Q + L$$

dove P ed L possono a seconda dei casi essere positivi o negativi mentre Q è di sua natura essenzialmente positivo.

La misura di P si riduce quindi, nel caso di correnti continue, ad una misura d'intensità ed una di differenza di potenziale, delle quali si è già parlato. Ma essa può farsi anche mediante una sola lettura cogl'istrumenti detti wattometri che servono a determinare direttamente il prodotto dei due fattori da cui la potenza risulta. Un elettrodinamometro (§ 98) di cui le due spirali siano tenute distinte e l'una, messa in serie nel circuito (spirale *amperometrica*), sia percorsa dalla corrente I, mentre l'altra, messa in derivazione fra i punti a e b, è percorsa da una corrente proporzionale alla differenza $V_a - V_b$, è soggetto ad una coppia deviatrice proporzionale al prodotto $(V_a - V_b)\, I$ ossia a P, e graduato in *watt*, costituisce un *wattometro*. La maggior parte dei wattometri in uso riposa appunto su questo principio.

Anche un elettrometro può servire da wattometro prendendo la differenza di potenziale alle estremità di una resistenza nota R inserita nel circuito come mezzo di misura dell'intensità (§ 100). Coll'elettrometro a quadranti la misura della potenza si fa con due letture: tenendo sempre le estremità di R in comunicazione colle due coppie di quadranti, si pone l'ago una volta in relazione col punto a ed una volta con b, con che si ha rispettivamente (notando che $V_1 - V_2 = RI$)

$$RI\left(V_a - \frac{V_1 + V_2}{2}\right) = k\,\delta_1,$$

$$RI\left(V_b - \frac{V_1 + V_2}{2}\right) = k\,\delta_2.$$

Facendo la differenza, il primo membro si riduce a $RI(V_a - V_b)$, ossia a RP, ed il secondo a $k(\delta_1 - \delta_2)$; onde si ricava

$$P = \frac{k}{R}(\delta_1 - \delta_2).$$

Coll' elettrometro di Blondot e Curie basta invece una sola lettura. Non si ha che a collegare i due settori fissi colle estremità di R e porre le due metà dell' ago in relazione coi punti a e b; e si ha senz' altro

$$RI(V_a - V_b) = k\delta \ : \ P = \frac{k}{R}\delta$$

onde tale apparecchio costituisce un vero *wattometro elettrostatico.*

Ma nel caso di correnti continue l' uso del wattometro è di poco vantaggio, perchè la semplificazione derivante dall' avere un solo strumento al posto di un amperometro e di un voltometro è più che altro apparente, essendo il wattometro un apparecchio più complesso: e d' altra parte si ha l' inconveniente di non conoscere che il prodotto dell' intensità per la differenza di potenziale, mentre in generale interessa conoscere i loro valori separatamente. Quando si tratta invece di correnti alternative, il wattometro acquista importanza fondamentale in quanto che esso fornisce il reale valore della potenza, chè in tal caso non è più rappresentata in generale dal prodotto dei valori efficaci dell' intensità e della differenza di potenziale, ma risulta minore, essendo il rapporto fra la potenza e il detto prodotto dato dal coseno di un certo angolo dipendente dalla differenza di fase che può esistere fra le alternazioni della corrente e quelle della differenza di potenziale. Tutto ciò noi vedremo in altra parte studiando le correnti alternative: qui ne basti l' averne fatto cenno per far comprendere l' ufficio vero e l' importanza dei wattometri.

§ 103. **Misura di resistenze. - Generalità.** — Bisogna anzitutto distinguere fra le misure *assolute* di resistenza e le misure *relative* o di confronto. Le prime misure appartengono alla categoria delle determinazioni fondamentali in cui si sono impegnati i più eminenti sperimentatori coi mezzi più squisiti di ricerca. Esse hanno servito a stabilire i campioni di resistenza e a definire il valore dell' *ohm* (§ 92); e ad esse sarà da ricorrere ancora quando si tratti di controllare l' esattezza dei campioni prototipi o di precisare più da vicino la definizione del valore dell' *ohm*.

Di queste noi possiamo appena accennare il principio; il quale per la maggior parte dei numerosi metodi che vi sono stati impiegati si fonda da un lato sulla possibilità della determinazione assoluta di un' intensità di corrente col metodo della bussola delle tangenti o dell' elettrodinamometro, e d' altro lato sulla possibilità di produrre una *f. e. m.* di cui sia noto il valore assoluto.

Così la *f. e. m.* indotta in un conduttore che si muova nel campo magnetico terrestre può dedursi col calcolo, date che siano la forma e le dimensioni del conduttore e le condizioni del movimento. Valga ad esempio un caso molto semplice, sebbene poco pratico: quello di un conduttore rettilineo di lunghezza l che mantenendosi perpendicolare al piano del meridiano magnetico si sposti verticalmente con velocità uniforme v: detta H la componente orizzontale del campo terrestre, il numero delle linee tagliate nell' unità di tempo dal conduttore, che dà il valore della *f. e. m.* indotta nel medesimo, sarà rappresentato semplicemente da $l\,v\,H$, talchè, noto H in misura assoluta, si avrà senz' altro il valore assoluto della *f. e. m.* indotta. — Così pure la *f. e. m.* totale indotta in un circuito per l' apertura o chiusura di una corrente d' intensità I è rappresentata in unità assolute da $M\,I$, M essendo il coefficiente d' induzione mutua; e supponendo I data in misura assoluta, potrà calcolarsi tutte le volte che

le forme dei due circuiti sieno tali che possa determinarsi rigorosamente col calcolo il valore di M.

Quando si conosca in misura assoluta la *f. e. m.* indotta, dall'intensità della corrente indotta, determinata pure in misura assoluta, si dedurrà per mezzo della legge di Ohm il valore assoluto della resistenza.

Un altro metodo semplicissimo in principio si fonda sulla determinazione a mezzo di un calorimetro del calore svolto in un conduttore da una corrente di cui si assegni in misura assoluta l'intensità I. Se q rappresenta la quantità di calore sviluppata durante t secondi e ridotta in *erg*, la quale per la legge di Joule deve essere uguale a rI^2t, si ricava senz' altro il valore della resistenza del conduttore in misura assoluta dal quoziente di q diviso per I^2t.

Nelle misure relative si tratta invece di determinare i rapporti delle resistenze di varii conduttori con le resistenze dei campioni. Esse hanno servito e servono alla riproduzione e moltiplicazione dei campioni *secondarii*, derivati dai prototipi, e dei loro multipli e sottomultipli; i quali poi alla loro volta rappresentano il termine di confronto per le misure comuni di resistenza: e si hanno all'uopo dei metodi comodi e spediti convenienti alle esigenze della pratica.

§ 104. **Apparati di resistenza.** — I campioni secondarii per resistenze singole preparati con speciale accuratezza si usano come *resistenze normali* di riferimento. Ve n'ha a mercurio, ma in generale si preferiscono per comodità le resistenze solide, costituite ordinariamente da una lega metallica opportunamente scelta. Nel loro uso occorre tener conto rigorosamente delle condizioni di temperatura: perchè la resistenza dei metalli varia colla temperatura crescendo col crescere di essa con una legge dipendente dal metallo; e però, quando si tratta di determinazioni precise, si ha cura di mantenere la tem-

peratura uniforme mediante un bagno (a petrolio) e di notarla esattamente per fare le necessarie riduzioni. In ordine all'influenza della temperatura certe leghe sono più convenienti dei metalli puri, perchè subiscono variazioni di resistenza molto minori; ma non si è sempre sicuri della loro inalterabilità, ossia dell'invariabilità della resistenza col tempo.

Vi sono poi, per le misure correnti, campioni di resistenze singole o di diverse resistenze raccolte insieme e scelte in modo da potere, come si fa coi pesi, ricavare comodamente dalla loro combinazione tutti i valori, procedendo di unità in unità o di decimo in decimo, di centesimo in centesimo, ecc., fino ad un certo valor massimo rappresentato dalla somma di tutte. Così con le quattro resistenze 1, 2, 2, 5 ovvero 1, 2, 3, 4 *ohm* si possono ottenere tutti i valori da 1 a 10 *ohm* procedendo di *ohm* in *ohm*; aggiungendo un gruppo per le decine, uno per le centinaia, ecc., si può andare allo stesso modo fino a 100 *ohm*, 1000 *ohm*, ecc.; aggiungendo un gruppo per i decimi si potrà andare agli stessi valori di decimo in decimo di *ohm*, e così via dicendo. Solo il gruppo inferiore ha bisogno di essere completo; gli altri possono mancare del primo termine che può essere rappresentato dalla somma delle resistenze di tutti i gruppi precedenti.

I varii gruppi si trovano riuniti con disposizione comoda nelle cassette di resistenze; ed il metodo più comune per combinare insieme le singole resistenze consiste nell' avere una grossa sbarra metallica, di resistenza propria trascurabile, con tante interruzioni quante sono le resistenze, ciascuna delle quali è inserita fra due parti consecutive della sbarra (fig. 35). Queste costituiscono dei blocchi rettangolari fra i quali sono

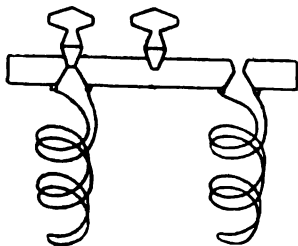



Fig. 35

praticati incastri circolari, e possono essere messi in comunicazione mediante spine inserite negli incastri. Quando tutte le spine sono tolte, tutte le resistenze si trovano riunite in serie; mentre ogni spina che chiude una interruzione esclude la resistenza che vi fa capo. Collocate le spine tutte al posto, tutte le resistenze sono escluse; e quindi non si ha che togliere le spine per quelle resistenze che si vogliono mettere in serie. Alle estremità della sbarra, ed eventualmente anche nelle parti intermedie, si trovano dei morsetti per il collegamento coi circuiti dove le resistenze si abbiano ad inserire.

Nel sistema *a decadi* un gruppo si compone invece di dieci resistenze uguali montate come sopra (i gruppi che vengono dopo il primo possono averne solo nove); ma vi ha una sola spina per ogni gruppo e serve a congiungere, non più due parti consecutive della sbarra divisa, ma una di queste parti con una sbarra intera che le sta parallelamente di fronte. Con ciò vengono ad essere inserite fra il principio della sbarra divisa e la sbarra continua tutte le resistenze che precedono la parte dove si mette la spina, mentre rimangono escluse le altre: di guisa che spostando la spina si può far variare la resistenza inserita da 0 a 10 (ovvero da 0 a 9 pei gruppi incompleti). Per il resto non vi è differenza dal caso precedente. Questa disposizione richiede maggior numero di resistenze, ma è più comoda ed anche più vantaggiosa, esigendo un minor numero di chiusure a spina, le quali introducono per parte loro una certa resistenza mal definita e non sempre assolutamente trascurabile.

Si chiamano in generale reostati gli apparecchi che servono all'inserzione di resistenze diverse secondo il bisogno e in cui rientrano pertanto anche le predette cassette di resistenza. Oltre quelli costituiti dalla riunione di più resistenze distinte, i quali consentono di variare la resistenza per gradi, vi sono anche reostati

a variazione continua. Il più semplice fra questi è il reocordo, consistente in un filo teso, con le estremità riunite a due blocchi metallici, ed un contatto scorrevole che permette di inserire in un circuito una parte variabile del filo medesimo, compresa fra un'estremità ed il punto di contatto e misurabile lungo un regolo graduato parallelo al filo.

Un'altra disposizione che permette di servirsi di un filo più lungo entro breve spazio consiste nell'avvolgere il filo ad elica sopra un cilindro di materia isolante. Il cilindro è girevole intorno al suo asse, e grazie ad un semplice meccanismo, per effetto della rotazione, diversi punti del filo vengono a passare successivamente sotto il contatto scorrevole. Vi sono anche apparecchi dello stesso genere con due cilindri uguali, uno isolante e l'altro metallico, che ruotano insieme; e il filo che si svolge dall'uno si avvolge sull'altro: ma la parte di filo avvolta sul cilindro metallico si confonde colla massa conduttiva di questo e non contribuisce alla resistenza, la quale dipende solo dalla porzione avvolta sul cilindro coibente e varia col variare di questa. Siffatti apparecchi ad avvolgimento cilindrico richiedono però una costruzione molto perfetta per non dar luogo ad incertezza sul vero valore della resistenza inserita.

La resistenza di un conduttore filiforme si può calcolare in base alla sua lunghezza l e alla sezione s mediante la formola $\rho \frac{l}{s}$, dove ρ indica la resistenza *specifica* (resistenza riferita a 1 cm. di lunghezza ed 1 cm.^{2} di sezione), quando si conosca il valore di quest'ultima. Ma vi è sempre a questo riguardo una certa incertezza, fatta eccezione per il caso del mercurio, perchè la resistenza specifica per i metalli semplici dipende moltissimo dal grado di purezza e anche dalle condizioni fisiche e meccaniche: ogni menoma

traccia di sostanze estranee può produrre variazioni considerevoli, e così pure ogni modificazione di stato, come l'incrudimento, ecc. che può esser l'effetto del trattamento subito dal metallo. Vi è inoltre l'influenza della temperatura dipendente anch'essa dalle stesse circostanze. Lo stesso dicasi a più forte ragione delle leghe, in cui la più piccola variazione di composizione produce alterazioni rilevanti. Così i dati numerici che si possono dare a questo proposito, malgrado le numerose determinazioni fatte, non possono essere che approssimati.

Ecco ora l'indicazione della resistenza specifica a 0° e della variazione media con la temperatura per alcuni metalli più in uso, supposti allo stato di purezza e di dolcezza, e per qualche lega di cui è segnata pure la composizione: il primo numero dà la resistenza specifica in *microhm*, il secondo l'aumento percentuale della medesima corrispondente all'aumento di 1° *C*.

Mercurio	94. 073	0. 0907
Argento	1. 48	0. 38
Rame	1. 54	0. 40
Alluminio	2. 66	0. 44
Platino	9. 50	0. 35
Ferro	9. 80	0. 50

Platino-argento (2 *Pt*, 1 *Ag*)	24. 2	0. 031
Platino-argento (1 *Pt*, 2 *Ag*)	31. 6	0. 025
Argentana (60 *Cu*, 25 *Zn*, 15 *Ni*)	30. 0	0. 027
Manganina (84 *Cu*, 12 *Mn*, 4 *Ni*)	46. 7	0. 000
Costantana (60 *Cu*, 40 *Ni*)	50. 0	0. 000

Oltre le leghe qui notate, che son quelle più comunemente impiegate per gli apparecchi di resistenza, di composizione meglio definita e per cui si hanno dati più sicuri, se ne trovano in commercio altre sotto i nomi di *argentana*, *nichelina*, *platinoide*, *silveroide*, *reotano*, ecc. di resistenza specifica elevata e di basso

coefficiente di temperatura come le precedenti, ed altre invece, usate specialmente per le condotture in surrogazione del rame, come il *bronzo fosforoso*, *silicioso*, *cromato*, di piccola resistenza specifica, su cui non si hanno in generale dati troppo sicuri.

§ 105. **Misura relativa delle resistenze.** — Veniamo ora a parlare dei metodi d'uso corrente per le misure relative di resistenza consistenti nel confronto fra due resistenze, che si riconduce quasi sempre ad una o più osservazioni reometriche.

Metodo di sostituzione. — Nella sua forma più diretta questo si riduce all'applicazione del principio già indicato al § 57 per la definizione stessa di resistenze uguali. In un circuito che comprende una *f. e. m.* costante ed un reometro si inserisce la resistenza X da misurarsi e si nota l'indicazione del reometro; poi al posto di X mediante un apparato di resistenza si sostituisce una resistenza campione R tale che l'indicazione del reometro risulti uguale: e allora si ha $X = R$.

Il processo indicato suppone la costanza della *f. e. m.*, ed esige inoltre la misura di una deviazione. Ma il metodo si può rendere più sicuro mediante l'impiego di un galvanometro differenziale (§ 97). Supponiamo i due circuiti di questo, che indicheremo con C_1 e C_2, messi entrambi in derivazione sugli stessi punti a e b del circuito di una pila: denotando con r_1 e r_2 le resistenze dei due circuiti computate a partire da a e b (ossia comprendendovi ogni altra resistenza che vi si trovi inserita oltre quella delle spirali del galvanometro) e con I_1 e I_2 le rispettive correnti, sarà $r_1 I_1 = r_2 I_2$. D'altra parte rappresentando (§ 96) con $G_1 I_1$ e $G_2 I_2$ i momenti della coppia deviatrice che ciascuna delle due correnti eserciterebbe da sola sull'ago considerato nella sua posizione di riposo, se si suppongono regolate le resistenze r_1 e r_2 in modo che gli effetti delle due correnti circolanti in

verso opposto si annullino, essi dovranno risultare uguali: onde, tenuto conto della relazione precedente, segue che r_1, r_2 nella condizione di equilibrio debbono essere proporzionali a G_1, G_2.

Ciò posto, se si effettua la riduzione a zero quando nel circuito C_1 è inserita la resistenza X e quindi $r_1 = a_1 + X$, a_1 essendo la resistenza del resto del circuito, e poi tolto X e tenendo fermo r_2 nell' altro circuito, si inserisce al posto di X una resistenza R tale che il galvanometro ritorni ancora a zero, siccome $(a_1 + X)/G_1$ ed $(a_1 + R)/G_1$ debbono avere lo stesso valore, essendo entrambi per la detta condizione di equilibrio uguali a r_2/G_2, sarà ancora come sopra $X = R$. Così si ha il vantaggio di avere invece della misura di una deviazione una semplice riduzione a zero e di essere indipendenti dalle variazioni della pila, sia nella resistenza sia nella *f. e. m.*

Il processo può esser reso anche più semplice quando le costanti G_1, G_2 siano uguali, condizione che si verifica constatando che una medesima corrente fatta passare attraverso le due spirali in verso opposto non produce deviazione dell' ago. In tal caso la condizione precedente di equilibrio si riduce ad $r_1 = r_2$. Regolate le resistenze iniziali a_1, a_2 dei due circuiti in guisa che quando in C_1 non è inserita la resistenza X, si abbia già l' equilibrio e quindi $a_1 = a_2$, non si ha dopo l' inserzione della X in C_1 che notare la resistenza R da inserire in C_2 per ricondurre l' ago a zero, e sarà $X = R$. Qui la misura si riporta pertanto ad una sola riduzione a zero senza bisogno di sostituzione.

Metodo di opposizione. — L' ultimo processo testè indicato è già di opposizione. Ma esso richiede l' impiego di un galvanometro differenziale perfettamente compensato $(G_1 = G_2)$, il che ne scema l' importanza pratica. Il metodo di opposizione si applica invece comunemente sotto altra forma mediante la disposizione che

prende il nome di *ponte* di WHEATSTONE, di cui ecco il principio.

Avendosi un circuito che fra due punti a e b si divida in due rami, se si riunisce un punto m del primo ramo con un punto n del secondo, nel filo trasversale di congiunzione o *ponte* passerà in generale una corrente, eccettuato il caso in cui i punti m e n si trovino ad avere lo stesso potenziale. In questo caso il rapporto delle resistenze delle due parti am, mb del primo ramo, rappresentato da $(V_a - V_m) : (V_m - V_b)$, e quello delle resistenze delle due parti an, nb del secondo ramo, rappresentato da $(V_a - V_n) : (V_n - V_b)$, per essere $V_m = V_n$, si riducono uguali; cioè le resistenze dei due rami vengono ad essere divise dai punti m e n in parti proporzionali: e questa rappresenta la condizione necessaria e sufficiente per l'equilibrio.

Ciò posto, si abbiano quattro resistenze R', R'', R e X formanti un parallegrammo $ambn$; una pila occupi la diagonale ab, un galvanometro sensibile la diagonale mn (fig. 36): quando, facendo passare la corrente, il galvanometro segna lo zero, fra le quattro resistenze esisterà, per quanto precede, la relazione

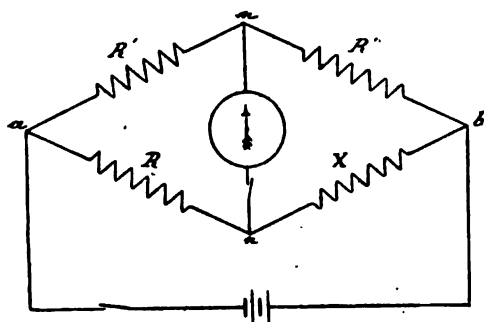



Fig. 36

$$\frac{X}{R} = \frac{R''}{R'}$$

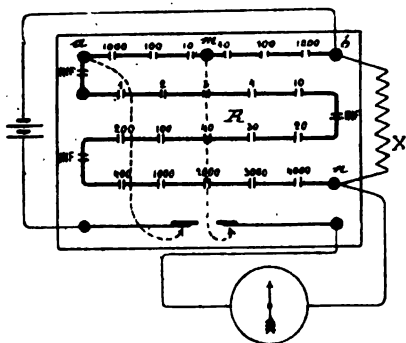
la quale fornisce il valore di una delle resistenze, p. es. la X in funzione delle altre tre R, R', R'':

$$X = \frac{R''}{R'} R.$$

Fissato il rapporto $R'' : R'$ e facendo variare R fino a che l' ago del galvanometro non dia deviazione, si ottiene così la determinazione di X. — I lati di resistenza R' e R'' si chiamano *bracci di proporzione*, e tanto questi come la resistenza R di confronto possono essere forniti da appositi apparati di resistenza.

Ponte a cassetta. — Vi sono delle cassette in cui tutte queste resistenze si trovano riunite con disposizione comoda per le misure, quale p. es. quella indicata dalla fig. 37.

Fig. 37

Sul lato superiore *ab* si vedono le resistenze destinate ai bracci di proporzione, le quali sono in doppio e disposte simmetricamente dalle due parti del punto di mezzo *m*: sono due, tre, quattro ed anche più per ciascuna parte, a seconda dell'estensione delle misure cui la cassetta è destinata, procedenti in successione decimale, come per es. 10, 100, 1000 *ohm* come sulla figura, ovvero 1, 10, 100, 1000 *ohm*, ecc.; e per mezzo di esse il rapporto $R'' : R'$ può farsi uguale a 1, 10, 100,.... $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$,.... Sugli altri tre lati sono distribuite per gruppi, come si è detto di sopra, le resistenze dalla cui combinazione si possono avere per la resistenza R di confronto tutti i valori dentro certi limiti: nel caso della figura, tutti i valori da 1 a 11 110 *ohm* procedendo di *ohm* in *ohm*. Fra *b* ed *n* si inserisce la resistenza X da misurare; fra *a* e *b* la pila e fra *m* e *n* il galvanometro, o viceversa, con delle chiavi di contatto per l'una e per l'altro.

Quanto al galvanometro si richiede solo che esso sia molto sensibile, servendo a dimostrare la non esistenza

di una corrente, e lo si intercala momentaneamente nelle prove successive dei diversi valori di R, per evitare che il passaggio prolungato di una forte corrente abbia a danneggiarlo. Dal verso dalla deviazione si giudica se il valore di R che via via si prova sia troppo grande o troppo piccolo. Così si procede avvicinandosi alla condizione di equilibrio, e allora si può far durare più a lungo la chiusura del galvanometro. Alla fine, o si trova il valore di R per cui l'equilibrio è raggiunto, o si trovano due valori R_0 ed $R_0 + \alpha$ (α essendo la più piccola delle resistenze della cassetta) tali che per R_0 l'ago dia una deviazione δ in un verso e per $R_0 + \alpha$ una deviazione δ' in verso opposto: e in questo secondo caso il giusto valore di R si può calcolare per interpolazione aggiungendo ad R_0 la quantità $\alpha \frac{\delta}{\delta + \delta'}$.

Disponendo convenientemente del rapporto $R'' : R'$ si possono estendere le misure a resistenze superiori ed inferiori a quelle offerte direttamente dalla cassetta. Così con la cassetta di cui si è dato il diagramma si possono misurare delle resistenze che vanno dal millesimo di *ohm* al *megohm*.

Ponte a corsoio. — I due bracci del ponte possono essere costituiti dalle due parti in cui il filo di un reocordo

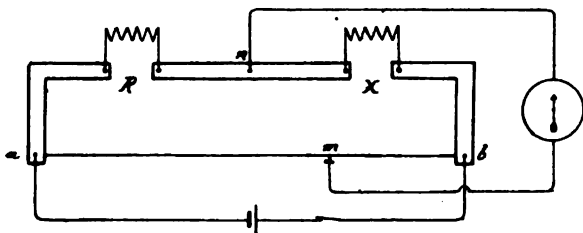



Fig. 38

(fig. 38) viene diviso dal contatto scorrevole, prendendo per terzo lato una resistenza nota R e per il quarto la resistenza X da misurare. Una delle diagonali, per es.

quella del galvanometro, è collegata da una parte a un punto n compreso fra questi ultimi due lati e dall'altra al punto mobile m rappresentato dal contatto scorrevole, mentre l'altra diagonale, su cui è inserita la pila, fa capo ai due estremi del reocordo. Facendo scorrere il contatto mobile lungo il filo varierà il rapporto $R'' : R'$, il quale sarà misurato dal rapporto delle lunghezze, indicate dal regolo graduato, delle due parti in cui il filo è diviso dal contatto mobile. La misura si fa spostando il corsoio fino a che l'ago del galvanometro non dia più alcuna deviazione e leggendo quindi il valore del detto rapporto: la resistenza cercata X si otterrà moltiplicando per quest'ultimo il valore della resistenza fissa R.

Il metodo del ponte, nell'una o nell'altra forma, è il più generalmente usato in pratica, come quello che, oltre alla comodità, presenta il vantaggio di essere affatto indipendente dalle condizioni del galvanometro, richiedendosi solo che questo abbia la voluta sensibilità.

Si può domandare su quale delle due diagonali convenga inserire il galvanometro e su quale la pila, per ottenere la maggiore sensibilità, cioè una deviazione apprezzabile del galvanometro con la minore variazione della resistenza a partire dal giusto valore corrispondente alla condizione di equilibrio. Dalla discussione del problema trattato in generale colle equazioni di Kirchhoff (§ 64) si ricava in ordine a ciò la semplice regola: che, data la resistenza del galvanometro e quella della pila, conviene che la maggiore delle due occupi la diagonale che va dal punto ove concorrono i lati di maggior resistenza al punto dove concorrono quelli di resistenza minore. La stessa discussione insegna poi che in generale è vantaggioso che le resistenze R, R', R'' sieno dello stesso ordine di grandezza della resistenza X da misurare.

Con una leggera modificazione il metodo può servire anche alla *misura della resistenza del galvanometro*

stesso di cui si fa uso. Si colloca quest' ultimo al posto della resistenza X, e sulla diagonale $m\ n$ si mette in sua vece un interruttore T (fig. 39); poi si regola la resistenza R in guisa che la deviazione dell' ago rimanga la stessa tanto stabilendo il contatto in T quanto interrompendolo. Questo è segno che nel ponte non passa corrente al chiudere di T e che però è soddisfatta la relazione di equilibrio fra la resistenza dei lati del quadrilatero, onde la resistenza X del galvanometro si calcola al modo solito.

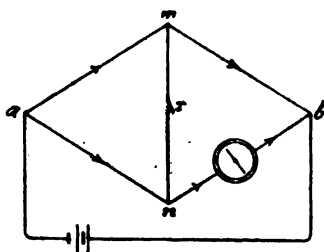



Fig. 39

Ponte doppio. — È un' altra modificazione ideata dal Thomson per il caso in cui si tratti di misurare resistenze molto piccole, ed intesa ad eliminare le incertezze derivanti dalle resistenze delle connessioni, le quali col metodo ordinario possono in questo caso falsare i risultati. La fig. 40 ne rappresenta lo schema: la resistenza da misurare, compresa fra i punti M ed N, è messa in serie nel circuito di una pila col filo di un reocordo, di grossezza conveniente, di cui due punti P e Q sono riuniti ai punti M e N con due derivazioni comprendenti ciascuna due resistenze uguali fra loro, ma diverse da quelle dell' altra derivazione. Un galvanometro sensibile è inserito fra i punti di mezzo delle due derivazioni. Si regola il tratto PQ in guisa che il galvanometro non dia più alcuna deviazione: allora la resistenza cercata è uguale a quella del tratto PQ.

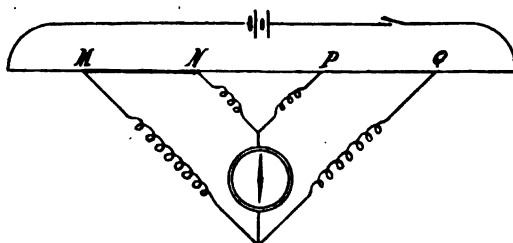



Fig. 40

In questa disposizione l'immobilità del galvanometro prova in sostanza l'uguaglianza della differenza di potenziale fra i punti P, Q e i punti M, N. Abbiamo qui un'applicazione di un metodo generale che consiste nel determinare il rapporto di due resistenze per mezzo del rapporto delle cadute di potenziale cui esse danno luogo nel circuito di una medesima corrente.

Ohmmetro. — Si dà questo nome ad un apparecchio destinato ad indicare il valore di una resistenza in *ohm* mediante una semplice lettura. È costituito da un galvanometro con due rocchetti ad angolo retto fra di loro, l'uno a filo sottile e con molti giri e l'altro a filo grosso e corto. Quest'ultimo è messo in comunicazione direttamente con una pila e in esso s'inserisce la resistenza da misurarsi, mentre l'altro circuito è montato in derivazione alle estremità del tratto che comprende la detta resistenza. Così i due rocchetti sono percorsi da correnti il cui rapporto d'intensità dipende solo dalla resistenza X dell'intervallo di derivazione. Perciò anche la posizione assunta dall'ago viene a dipendere solo da X: e l'istrumento si può graduare in modo che sulla scala si legga senz'altro questo valore espresso in *ohm.*

Per la misura di *resistenze grandissime* si suol ricorrere all'osservazione della corrente che si ha sotto l'azione di una *f. e. m.* nota e di grandezza conveniente in un circuito di cui esse facciano parte e in cui sia inserito un galvanometro a grande sensibilità adattato a questo scopo. La resistenza del galvanometro e del resto del circuito si può generalmente in questi casi ritenere trascurabile rispetto a quella da determinarsi, il cui valore si desume quindi senz'altro per la legge di Ohm dal quoziente della *f. e. m.* divisa per l'intensità della corrente osservata. Con un galvanometro capace di indicare il millesimo di *microampère* (§ 96) e una *f. e. m.* di 10 *volta* si possono così misurare delle resistenze fino a 10 000 *megohm.*

Se il galvanometro non è già tarato, si fa un' esperienza preliminare con la maggior resistenza nota di cui si possa disporre, servendosi di una debole *f. e. m.* e di un *shunt* per ridurre la sensibilità. Se p. es. con una differenza di potenziale di un decimo di *volta*, con una resistenza di 100 000 *ohm* ed un *shunt* che riduca la corrente nel galvanometro ad un millesimo si osserva una deviazione rappresentata da δ divisioni della scala, ogni divisione corrisponderà a $10^{-9} : \delta$ *ampère.*

Così si misurano le *resistenze d'isolamento.* Conviene però di regola attendere che sia stabilito lo stato di regime per fare la misura; perchè nei primi momenti, a partire dall' istante in cui si fa la connessione, interviene la corrente di carica, la quale dipende dall' estensione delle superficie degl' isolanti e dalle loro proprietà dielettriche.

Resistenza dei liquidi. — Qui la misura viene resa più difficile in causa dei fenomeni di polarizzazione che falsano le indicazioni, sia per lo sviluppo di *f. e. m.*, sia per la modificazione delle superficie degli elettrodi. Conviene perciò ricorrere a metodi speciali.

Uno di questi consiste nell' inserire successivamente nel circuito di una pila costante, che comprenda un galvanometro, diverse lunghezze di una colonna a sezione costante dello stesso elettrolito, e per mezzo di un reostato ridurre l' intensità della corrente ad essere la stessa. Così la resistenza delle porzioni aggiunte o sottratte della colonna liquida equivale alle resistenze compensatrici. Per le soluzioni di sali metallici si elimina sufficientemente l' effetto della polarizzazione servendosi di elettrodi dello stesso metallo della soluzione di cui si tratta, e si possono quindi approssimativamente riguardare le colonne liquide come resistenze ordinarie.

Un altro metodo di eliminare l' influenza della polarizzazione si fonda sull' uso di una successione rapida

di correnti alternative, colle quali si può applicare il metodo del ponte di *Wheatstone.* In tal caso il galvanometro viene sostituito da un elettrodinamometro sensibile o meglio da un telefono che rappresenta un mezzo squisito per rilevare coll' orecchio ogni minima fluttuazione di corrente che lo attraversi. Al cessare del rumore si ha la certezza dell' equilibrio raggiunto. Questo metodo è stato indicato dal Kohlrausch. Conviene però nella sua applicazione porsi in condizioni tali che sieno trascurabili gli effetti della capacità elettrostatica degli elettrodi e della induttanza dei diversi rami del circuito, dei quali effetti si tratterà in altra parte parlando delle correnti alternative.

La resistenza specifica degli elettroliti o conduttori di seconda classe è in generale molto grande rispetto a quella dei metalli; e si può dire che essa si esprime in *ohm* con numeri dello stesso ordine come quella in *microhm* (§ 104). Per es. per le soluzioni di *acido solforico* e di *acido nitrico*, che sono fra i migliori conduttori liquidi, considerate alla temperatura media ordinaria (16° a 18° C.) e nelle proporzioni corrispondenti al massimo di conduttività, la resistenza specifica è rappresentata in *ohm* da numeri poco diversi da 1; per quelle di *cloruro di sodio* è prossima a 5; per quelle di *solfato di rame* e di *solfato di zinco* è prossima a 22. Essa poi varia colla temperatura e, contrariamente a quel che accade pei metalli, decresce col crescere di quella: il coefficiente di variazione, cioè la variazione corrispondente all' aumento di un grado, ha un valore relativamente considerevole, che è diverso da liquido a liquido ma si aggira intorno al 2 %.

Resistenza interna delle pile. — Avendo un numero pari di elementi uguali, si possono mettere in opposizione in guisa che le *f. e. m.* si annullino, e quindi determinare col metodo ordinario la resistenza del sistema. Un altro

metodo conveniente è quello di Mance fondato sopra una modificazione del principio del ponte di *Wheatstone.*

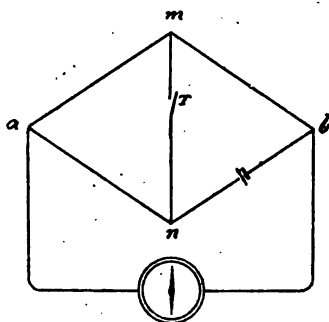



Fig. 41

Stando le cose come è indicato dalla fig. 41, dove nel lato *nb* sta la pila di cui si vuol determinare la resistenza X, nella diagonale *mn* un interruttore T e nella diagonale *ab* il galvanometro, si aggiustano le resistenze in modo che al chiudere del contatto in T la deviazione del galvanometro rimanga invariata; e allora, come facilmente si dimostra, si ha fra le resistenze dei lati la solita relazione di proporzionalità, per mezzo della quale si calcola la X al modo ordinario.

§ 106. **Misura delle *f. e. m.*** — Il valore di una *f. e. m.* vien definito (§ 53) per mezzo della differenza di potenziale che essa produce o tende a produrre e alla quale si riporta la sua misura.

La differenza di potenziale si produce effettivamente quante volte la *f. e. m.* agisca in un circuito aperto, e si può osservare alle estremità di questo. A circuito chiuso invece, essendovi corrente, il potenziale è variariabile da punto a punto (§ 55). La legge di Ohm e le equazioni di Kirchhoff (§§ 58, 59, 64) danno in questo caso il mezzo per risalire ai valori delle *f. e. m.*; ma allora intervengono in generale delle cause secondarie che possono alterare i risultati, sia modificando i valori delle stesse *f. e. m.*, come i fenomeni di polarizzazione, sia producendo una variazione delle resistenze. Perciò le misure di *f. e. m.* si fanno con sicurezza solo con quei metodi che permettono di determinare una differenza di potenziale senza corrente durevole, o almeno senza corrente durevole di intensità capace di produrre alterazioni apprezzabili.

Come campione di *f. e. m.* si usa generalmente la *f. e. m.* di un elemento Clark (§ 92) rappresentabile con

$$1,434 \, [1 - 0,008 \, (t - 15)]$$

dove t indica la temperatura in gradi centesimali. L'elemento essendo polarizzabile, non va adoperato che a circuito aperto, o chiuso in condizioni tali che esso non sia attraversato durevolmente da una corrente se non d'intensità minima (non superiore a 0,0001 *ampère* per centimetro quadrato della superficie dell' elettrodo di zinco).

Accanto a questo, che va riguardato come il campione normale, si usano per comodità anche altri elementi che ben si prestano a tale scopo. Citiamo in particolare l'elemento *Weston* che differisce dall'elemento Clark per la sostituzione di un amalgama di cadmio allo zinco e di solfato di cadmio al solfato di zinco. La sua *f. e. m.* differisce poco da 1 *volta* essendo uguale a 1,019 *volta* alla temperatura di 20° C., e la sua variazione colla temperatura è appena un ventesimo di quella dell' elemento Clark, tanto che nella maggior parte dei casi può trascurarsi. Anche l' elemento *Daniell* (§ 70) preparato convenientemente può essere un buon campione: adoperando zinco distillato chimicamente puro, amalgato, rame elettrolitico puro e soluzioni di solfato di zinco e solfato di rame similmente pure e a titolo esattamente definito, con una disposizione che assicuri la loro separazione perfetta, si ottiene una *f. e. m.* di valore ben determinato e costante, la cui variazione colla temperatura è pressochè nulla nei limiti ordinarii di temperatura dei laboratorii. Per es. colle soluzioni di solfato di zinco e di solfato di rame aventi le densità rispettive 1,4 e 1,1 a 15° C. tale *f. e. m.* è di 1,069 *volta*. L' elemento Daniell ha poi il vantaggio di non essere polarizzabile come i precedenti e potersi usare sotto corrente.

Ciò posto, la misura delle *f. e m.* potrà farsi a circuito aperto misurando la relativa differenza di potenziale con un elettrometro od un voltometro elettrostatico (§ 101), e confrontando i risultati con quelli forniti da un elemento campione. Meno corretto, ma pure ammissibile in pratica, è l'impiego dei voltometri reometrici (§ 100), purchè la corrente si mantenga al di sotto dell'intensità capace di alterare il valore delle indicazioni in ordine agli scopi delle misure.

Un secondo metodo si fonda sull' uso del galvanometro balistico (§ 97), col quale si può misurare la quantità di elettricità raccolta in un condensatore di data capacità, caricato mediante la *f. e. m.* di cui si vuol conoscere il valore, e confrontarla con quella data allo stesso modo dall'elemento campione. Scaricando il condensatore attraverso il galvanometro si ha una deviazione che serve ad indicare la differenza di potenziale fra le armature (cui è proporzionale la detta quantità di elettricità) e quindi la *f. e. m.* che ha prodotto la carica.

Vi sono poi altri metodi in cui la determinazione si fa mediante riduzione a zero di un galvanometro. Supponendo per fissare le idee che si tratti di confrontare le *f. e. m.* E ed E' di due pile, si ha in primo luogo la disposizione indicata dalla fig. 42, dove si vedono le due pile messe in serie in un circuito il quale è diviso in due mediante un ponte $m n$ in cui si trova un galvanometro. Le resistenze dei due circuiti parziali sono regolabili, e con ciò si può far sì che il galvanometro si riduca a zero. A questo punto il potenziale avrà lo stesso valore in m e in n, e la corrente sarà la stessa nelle

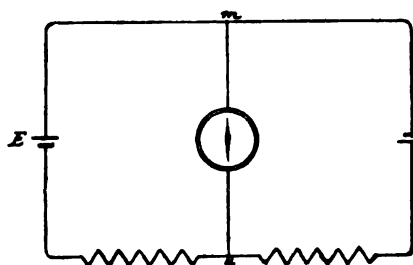



Fig. 42

due parti del circuito separate dal ponte mm e comprendenti rispettivamente le *f. e. m.* E ed E'. Denotando con R ed R' ordinatamente le resistenze di queste due parti, si avranno pertanto (§ 59) i prodotti RI ed $R'I$ uguali rispettivamente ad E ed E'; onde risulta il rapporto $E : E'$ uguale al rapporto $R : R'$ delle resistenze.

Vi è qui l' inconveniente che la misura delle *f. e. m.* si fa sotto corrente; ed inoltre si suppone la conoscenza della resistenza interna delle pile E ed E'. Ma servendosi di resistenze ausiliarie abbastanza grandi, si può ottenere che la corrente sia resa debolissima e che le altre resistenze sieno trascurabili rispetto ad esse, di guisa che il rapporto $R : R'$ si riduca sensibilmente a quello delle resistenze ausiliarie.

Supponendo E' minore di E, si può modificare la disposizione collocando E' nel ramo mn in serie col galvanometro: e si ha allora il *metodo di compensazione* di Poggendorff. Regolando come sopra le resistenze in modo da ottenere la riduzione a zero, sarà in tal caso E uguale a $(R + R')\ I$ ed E' uguale ancora ad $R'I$; e se prendiamo ora ad indicare con K la resistenza totale $R + R'$, si avrà il rapporto $E : E'$ rappresentato da $K : R'$. Con questa disposizione E', quando è raggiunto lo stato di equilibrio, non è più attraversata da alcuna corrente. Sostituendo ad E' un' altra *f. e. m.* E'', l' equilibrio verrà rotto, ma nell' ipotesi che E'' sia anch' essa minore di E, si potrà ristabilire mantenendo fissa la E e facendo variare R' senza alterare la resistenza totale K, il che può farsi regolando la posizione dei punti m e n oppure variando contemporaneamente le resistenze delle due parti in modo che ciò che si toglie da una parte si aggiunga dall' altra. Conseguito di nuovo l' equilibrio, il rapporto $E : E''$ sarà dato similmente da $K : R''$, dove R'' è il nuovo valore della resistenza compresa fra m e n; ed ora dal confronto dei due risultati si deduce il valore del rapporto $E'' : E'$ delle due *f. e. m.* messe

successivamente in relazione con la E, mediante il rapporto $R'' : R$ delle resistenze rispettive corrispondenti alla condizione di equilibrio.

Abbiamo così il principio di un metodo fecondo e preciso per il confronto delle *f. e. m.*, in cui resta eliminata completamente l'influenza della corrente, perchè il confronto si fa tra E'' ed E' considerate nell'atto in cui, per effetto di compensazione mediante la *f. e. m.* ausiliaria E, esse non sono attraversate da corrente alcuna.

Il principio in sostanza si riduce ad un'applicazione speciale della legge relativa ad un qualunque tratto di circuito (§ 59), secondo cui se fra due punti m e n di un circuito percorso da una corrente si mette in derivazione un ramo che comprenda una *f. e. m.* uguale e contraria alla differenza di potenziale fra i due punti (cioè tale da determinare per conto proprio alle estremità del ramo la stessa differenza di potenziale), non vi è corrente, e reciprocamente dall' assenza della corrente si può concludere l'esistenza di una *f. e. m.* corrispondente all'anzidetta differenza di potenziale. E siccome la differenza di potenziale fra m e n è proporzionale alla resistenza della porzione di circuito rappresentata da mn, lo stesso accade delle predette forze elettromotrici che con essa si compensano.

Su questo principio si fondano gli *apparecchi di compensazione* o *potenziometri*, di grande importanza e di uso frequente nei laboratorii. Ve n' ha, come pel ponte di Wheatstone, a cassetta ed a filo diviso, ed anche di quelli in cui sono associati i due sistemi facendo uso del contatto scorrevole lungo un reocordo per l' aggiustamento finale delle resistenze regolate prima approssimativamente colle cassette.

Il potenziometro di Clark nella sua forma più semplice comprende un reocordo messo in serie con un sistema di resistenze variabili nel circuito di una pila ausiliaria costante, un elemento campione ed un galva-

nometro sensibile da inserirsi, insieme con una grande resistenza ausiliaria che si possa mettere o togliere a piacere, in un ramo derivato fra due punti del primo circuito, uno dei quali è rappresentato dal contatto scorrevole. Si regola mediante quest'ultimo la resistenza fra i due punti (facendo uso in principio della resistenza ausiliaria per impedire che una corrente troppo forte traversi l'elemento e togliendola quando si è vicini alla posizione di equilibrio) fino a che il galvanometro sia ridotto a zero, e si nota il suo valore; poi si ripete l'operazione sostituendo alla *f. e. m.* dell'elemento campione quella che si vuol misurare: e dal rapporto delle resistenze dei due tratti di compensazione che adducono successivamente l'equilibrio si desume quello delle rispettive *f. e. m.*

La disposizione pratica può essere quella indicata schematicamente dalla fig. 43. Le due *f. e. m.* da com-

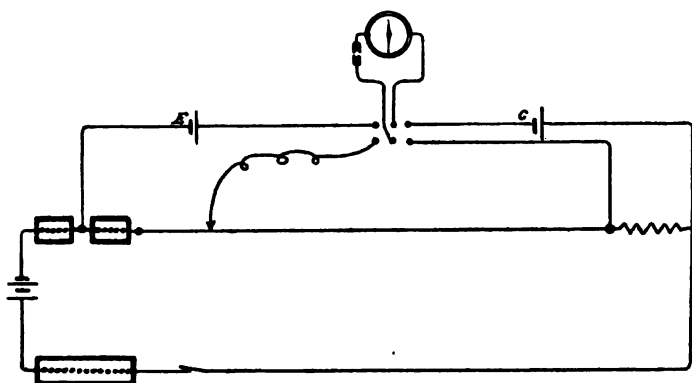



Fig. 43

parare sono inserite in due rami distinti con due interruzioni da potersi, mediante un tasto o commutatore, chiudere l'una o l'altra a piacere attraverso il circuito del galvanometro. La resistenza del tratto di compensazione per la *f. e. m.* da misurare si regola mediante un

contatto scorrevole, mentre quella per l'elemento campione si può per comodo stabilire preventivamente in un numero di *ohm* uguale al numero di *volta* rappresentato dall'elemento campione, o allo stesso numero moltiplicato per 10, per 100, ecc., e quindi regolare la resistenza del circuito principale in guisa che chiudendo il ramo che contiene l'elemento campione attraverso il galvanometro, questo resti a zero: con che ad ogni *ohm* di resistenza verrà a corrispondere sul circuito principale una caduta di potenziale di 1 *volta*, o rispettivamente di un decimo, un centesimo di *volta*, ecc. Allora la *f. e. m.* da misurare sarà data senz'altro in *volta*, o in decimi, in centesimi di *volta*, ecc., dal numero che rappresenta in *ohm* la resistenza del tratto di compensazione ad essa relativo.

Il filo del reocordo (il quale si suppone ben calibrato ed uguale in tutta la sua lunghezza per modo che a parti di ugual lunghezza corrispondano in tutto il suo corso resistenze uguali) può essere scelto in guisa da rappresentare esattamente coll' intera sua lunghezza 1 *ohm* e con le sue divisioni (cioè con le parti corrispondenti alle singole divisioni del regolo graduato su cui si misurano le lunghezze) 1 millesimo di *ohm*; e ad esso si possono unire due cassette di resistenza identiche, l'una delle quali sia compresa nel tratto di compensazione della *f. e. m.* da misurare e l'altra sia fuori, destinate a poter variare a piacere la resistenza del tratto medesimo per numeri interi di *ohm* senza variare la resistenza totale del circuito principale, manovrando contemporaneamente colle due cassette in senso opposto.

Così, supponendo p. es. regolata la resistenza del circuito principale, come si è detto di sopra, in guisa che 1 *ohm* corrisponda ad una caduta di potenziale di un centesimo di *volta*, si potranno fare valutazioni di *f. e. m.* esatte fino ai centomillesimi di *volta*. L'estensione delle misure, quando si abbiano resistenze ausiliarie sufficienti,

è limitata soltanto dalla grandezza della *f. e. m.* ausiliaria di cui si può disporre.

Per *f. e. m.* maggiori si può mutare la disposizione mettendo queste stesse al posto della *f. e. m.* ausiliaria e regolando, come si è detto precedentemente, la resistenza totale del circuito in modo che la caduta di potenziale, valutata col processo di compensazione a mezzo dell'elemento campione, assuma il valore conveniente al caso. Con ciò si ricade sul primo metodo di Poggendorff, ed il rapporto della *f. e. m.* di cui si cerca il valore a quella dell'elemento campione sarà dato dal rapporto della resistenza totale del circuito a quella del tratto di compensazione per l'elemento campione.

A questo modo la *f. e. m.* si misura sotto corrente: ma, qualora non facciano difetto le resistenze disponibili, si potrà sempre ridurre l'intensità di questa in modo che non abbia a falsare i risultati. Così in quei casi in cui sia ammissibile una corrente di $^1/_{100}$ di *ampère* si regolerà la caduta di potenziale a $^1/_{100}$ di *volta* per *ohm*, e basterà per ciò poter disporre di una resistenza di un numero di *ohm* cento volte maggiore del numero di *volta* rappresentato dalla *f. e. m.* da misurare, onde con 100000 *ohm* si potranno misurare *f. e. m.* fino a 1000 *volta*; potendo ammettere invece una corrente di $^1/_{10}$ di *ampère*, le stesse resistenze servirebbero per *f. e. m.* dieci volte maggiori, e così via via.

Il metodo del potenziometro, per la precisione e l'estensione delle misure che esso consente, è di grande importanza soprattutto perchè esso può servire alla taratura e graduazione dei voltometri. E vi sono degli apparecchi, come p. es. il *ponte di compensazione* di Feussner, in cui si trova riunito tutto l'occorrente per fare le determinazioni con precisione, comodità e speditezza.

Oltre che alla misura di *f. e. m.* e differenze di potenziale, il metodo stesso si presta indirettamente anche alla misura delle correnti e alla comparazione delle

resistenze col medesimo grado di precisione: perchè dalla differenza di potenziale osservata ai capi di una resistenza normale nota si desume l'intensità della corrente che la percorre, e dal rapporto delle cadute di potenziale in due tratti del circuito di una stessa corrente si desume il rapporto delle resistenze di quei due tratti.

§ 107. **Misure di capacità.** — Queste si possono ricondurre alla misura di quantità di elettricità fatta mediante un galvanometro balistico. Avendo un galvanometro tarato il quale permetta di assegnare in *micro-coulomb* il valore delle cariche corrispondenti alle deviazioni osservate, si determineranno le capacità caricando con una differenza di potenziale nota, per es. con uno o più elementi campione, e poi dividendo il numero dei *micro-coulomb* indicato dalla deviazione ottenuta all'atto della scarica per il numero esprimente in *volta* la differenza di potenziale o *f. e. m.* che ha servito alla carica: così si otterrà la capacità espressa in *micro-faraday.*

Il *micro-faraday* è l'unità comunemente usata per esprimere le capacità, perchè il *faraday* rappresenta una capacità troppo grande rispetto a quelle che ricorrono in pratica. Si hanno poi dei *campioni di capacità* fatti ordinariamente con dei fogli di stagnola separati da lamine di mica e sovrapposti in modo da avere una successione alternata di armature di stagnola e di strati isolanti di mica. Si riuniscono insieme metallicamente in due sistemi distinti tutte le armature di ordine pari e tutte quelle di ordine dispari; e i due sistemi costituiscono le due armature del condensatore risultante, il quale si tiene perfettamente isolato e riparato dall'umidità dentro una cassetta. Due bottoni esterni servono per le comunicazioni colle armature. Anche qui, come per le resistenze, si hanno delle serie graduate di diverse capacità per poter fare le varie combinazioni.

Qualora, potendo disporre di un condensatore campione, si tratti solo di fare il confronto di due capacità, il loro rapporto può desumersi da quello delle cariche ottenute con una medesima differenza di potenziale, per es. caricando con una medesima pila quale si voglia. Dalle deviazioni osservate scaricando attraverso un galvanometro si ricaverà il rapporto delle cariche (per il che non occorre che il galvanometro sia tarato) e quindi quello delle capacità.

Il confronto può farsi anche mediante riduzione a zero del galvanometro con una disposizione a ponte come la seguente indicata da Sauty. Nelle condizioni rappresentate dalla figura 44 il galvanometro non darà deviazione all' atto della chiusura del circuito in T se fra le capacità C' e C'' inserite nei rami mb e nb e le resistenze R' e R'' dei rami corrispondenti am ed an esiste la relazione

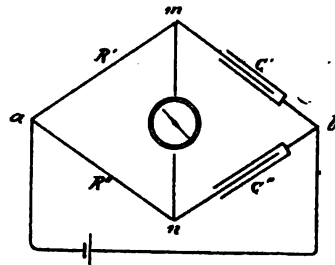



Fig. 44

$$R' C' = R'' C'',$$

e reciprocamente, se il galvanometro non dà deviazione, si può concludere che esiste una tale relazione.

Applicando infatti il secondo principio di Kirchhoff (§ 64) al circuito $amna$, si ha in ogni istante del periodo che segue la chiusura

$$R' i' + R i - R'' i'' = \varepsilon' + \varepsilon - \varepsilon''$$

dove R', R, R'' indicano ordinatamente le resistenze ed i', i, i''; ε', ε, ε'' i valori istantanei delle intensità di corrente e delle *f. e. m.* indotte nei rami am, mn, na, essendo i termini relativi al ramo na presi con segno negativo in causa del verso. Un' equazione simile a questa si ha per le correnti totali e le *f. e. m.* totali: onde notando

che queste ultime sono nulle, perchè alla fine le correnti ritornano nulle come in principio, e che le correnti totali non sono altro che le quantità di elettricità che attraversano i tre rami, e che indicheremo rispettivamente con q', q, q'', si ha per queste

$$R' q' + R q - R'' q'' = o.$$

Se il galvanometro non dà alcun segno, sarà $q = o$, e reciprocamente; e in tal caso si ha semplicemente $R' q' = R'' q''$, dove q' e q'' corrispondono ora alle cariche affluite alle armature dei due condensatori. Per le quali ponendo rispettivamente i prodotti delle capacità C' e C'' per la comune differenza di potenziale, si viene senz'altro alla relazione suddetta.

In virtù di tale relazione si desume il valore del rapporto $C'' : C'$ di due capacità dal rapporto $R' : R''$ delle resistenze regolate in modo che il galvanometro non dia deviazione all' atto della chiusura della pila.

Si può accrescere la sensibilità del metodo mediante l'impiego di una successione di correnti alternative invece di una corrente continua sostituendo al galvanometro un telefono, come si fa per le misure di resistenza degli elettroliti col metodo di Kohlrausch (§ 105). Ma in tal caso le *f. e. m.* indotte, che qui sopra rimanevano senza effetto, possono esercitare un' azione perturbatrice ed impedire che il telefono si riduca al silenzio. Ciò sarà evitato qualora l'induttanza mutua dei rami am, an sia trascurabile, e le induttanze proprie dei rami stessi sieno trascurabili, oppure sieno proporzionali alle rispettive resistenze (nel qual caso la loro azione non fa che rallentare l'andamento della carica senza alterare la condizione di equilibrio nel ponte). Ad ogni modo, quando si giunge a ridurre il telefono al silenzio, si può concludere che la predetta relazione è soddisfatta.

Vi sono poi varie altre disposizioni dello stesso genere per il confronto delle capacità: quella di Sauty

che abbiamo indicato è la più semplice, e ad essa ci limitiamo.

Faremo cenno invece di un altro metodo importante per la determinazione delle capacità fondato sull'osservazione della scarica fatta attraverso una grande resistenza. In questo caso l'andamento può essere abbastanza lento da permettere di tener dietro coll'osservazione alla variazione dei valori della differenza di potenziale. Si trova che la successione dei valori considerati a intervalli uguali di tempo va decrescendo in progressione geometrica, di guisa che il rapporto si mantiene costante e che, indicando con θ il logaritmo di questo rapporto diviso per la durata dell'intervallo in secondi, θ risulta uguale a $1 : CR$, dove C denota la capacità in *faraday* ed R la resistenza in *ohm*. Qui si parla di logaritmi *naturali* o *nèperiani*: volendo riferirsi ai logaritmi volgari o decimali, interviene il fattore di riduzione rappresentato dal numero 2,3 per cui si hanno a moltiplicare i logaritmi decimali per passare ai logaritmi naturali. Il valore di θ desunto dall'osservazione ci fa quindi conoscere il valore del prodotto CR, talchè conoscendo R, si può dedurne il valore di C, come reciprocamente, dato C, si può allo stesso modo determinare la R.

Questo metodo, detto *della perdita di carica*, che è stato indicato da W. SIEMENS, serve pertanto sia alle misure di capacità sia a quelle di resistenza, e fornisce i valori assoluti. Per es. supponendo di avere osservato che scaricando un condensatore attraverso una resistenza di 140 000 *ohm*, si ha dopo $^1/_5$ di secondo la differenza di potenziale ridotta ad $^1/_{10}$ del suo valore, nel qual caso

$$\theta = 2{,}3 \times 5 = 11{,}5,$$

si avrebbe

$$C = 1 : 11{,}5 \times 1{,}4 \,.\, 10^5 = 1 : 1{,}61 \,.\, 10^6 =$$
$$= 0{,}621 \textit{ micro-faraday}.$$

La considerazione della capacità entra, come vedremo, quale elemento importante nelle quistioni relative alle funzioni delle correnti alternative, e quindi le misure di capacità hanno pure interesse tecnico.

Esse sono richieste anche per gli usi della telegrafia sottomarina. Un cavo sottomarino rappresenta infatti un condensatore di grande capacità di cui l' armatura interna è costituita dal conduttore metallico e l' esterna dall' acqua, essendo separate fra loro dall' involucro isolante. E mentre negli ordinarî circuiti la corrente si stabilisce in un tempo inapprezzabile, qui richiede un tempo relativamente grande e variabile colla capacità del cavo, dalla quale dipende perciò essenzialmente la rapidità di trasmissione dei segnali.

§ 108. **Misura delle induttanze.** — La misura del coefficiente d' induzione mutua di due circuiti può farsi misurando la quantità q di elettricità che attraversa uno dei circuiti, messo in serie con un galvanometro balistico, in causa della corrente indotta provocata dalla chiusura o dall' apertura di una corrente di determinata intensità I nell' altro circuito. Se M è il cofficiente d' induzione mutua che si vuol determinare, sarà MI il valore della *f. e. m.* indotta totale derivante dalla chiusura o apertura della corrente I (§ 86) e quindi $\frac{MI}{R}$ la predetta quantità q di elettricità messa in giro dalla corrente indotta, R essendo la resistenza complessiva del circuito indotto (compreso il galvanometro) che si suppone nota. Determinato che sia q mediante l' osservazione della deviazione del galvanometro, si avrà il valore di M in *henry* per mezzo dell' espressione $Rq : I$, dove q, I ed R si intendono espresse in unità pratiche.

Ma si può anche qui ricorrere ad un metodo di compensazione mediante l' impiego di un condensatore

di capacità nota, inviando in senso opposto attraverso lo stesso galvanometro (fig. 45) la corrente $\frac{MI}{R}$ generata nella spirale indotta all' atto della chiusura o apertura del circuito inducente, e la corrente di carica o scarica del condensatore messo in derivazione fra due punti del circuito inducente comprendenti fra loro una resistenza non induttiva r regolabile e quindi una differenza di potenziale rI, onde la corrente sarà rappresentata da CrI. Regolando r e la resistenza R del circuito indotto, si può ottenere che il galvanometro resti immobile all' atto della chiusura e dell' apertura del circuito inducente. Allora le due correnti si compensano; e dall' eguaglianza delle loro espressioni si desume la relazione

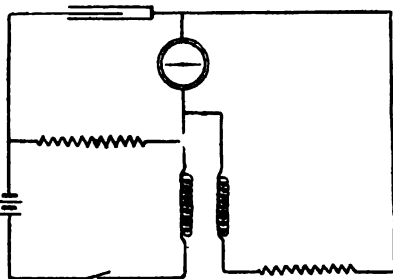



Fig. 45

$$M = rRC$$

la quale ci fa conoscere il valore di M per mezzo della capacità C e delle resistenze r e R.

È facile vedere come una disposizione analoga possa servire altresì a confrontare fra loro due coefficienti di induzione mutua inviando in senso opposto attraverso il galvanometro le rispettive correnti indotte determinate dall' apertura o chiusura di una stessa corrente che circoli nelle spirali inducenti, e regolando le resistenze dei due circuiti indotti fino a che l' ago del galvanometro resti immobile.

Lo stesso processo di compensazione può con una disposizione a ponte servire alla determinazione dei coefficienti di autoinduzione. La spirale di cui si vuol deter-

minare il coefficiente di autoinduzione L occupa uno dei lati (fig. 46), gli altri tre essendo costituiti da resistenze non induttive: e le cose sono regolate in guisa che a circuito chiuso permanentemente si abbia equilibrio. Si mette quindi il condensatore in derivazione sul lato opposto ad L, e si regolano le resistenze in modo che sussista ancora l' equilibrio all' atto dell' apertura e della chiusura del circuito, il che potrà ottenersi variando contemporaneamente R ed R' nello stesso rapporto.

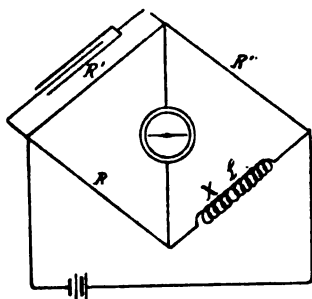



Fig. 46

A questo punto la quantità di elettricità messa in giro dall' estracorrente viene ad essere compensata da quella corrispondente alla carica del condensatore, il che, come facilmente si dimostra, porta alla relazione

$$L = C R' X.$$

Questo è uno dei varî metodi di compensazione che si sono ideati per la misura dei coefficienti L, ed è dovuto a Sumpner. L' impiego delle correnti alternative fornisce altri metodi più convenienti all' uso pratico per la misura delle induttanze, come vedremo più avanti trattando delle correnti stesse.

PARTE SECONDA

CAPITOLO VIII

Correnti alternative.

§ 109. **Grandezze alternative.** — Si dà questo nome in generale alle grandezze di qualsiasi specie che variano periodicamente passando per una successione di valori che va dallo zero ad un massimo valore positivo, ridiscende quindi a zero e poi s' inverte percorrendo con uguale andamento gli stessi valori presi negativamente, e ripetendo quindi indefinitamente la stessa vicenda.

L' intervallo di tempo che corre fra due passaggi consecutivi allo zero o fra un massimo e il minimo corrispondente (massimo negativo) che si seguano immediatamente, costituisce un *semiperiodo.* Il *periodo*, che indicheremo in generale con T, consta di due semiperiodi, nel secondo dei quali si riproducono i valori del primo, ma con segno cangiato.

Si chiama *frequenza* il numero dei periodi contenuti in un minuto secondo.

Indicando con n un tal numero si ha

$$nT = 1 : \; n = \frac{1}{T}.$$

Le grandezze alternative si sogliono rappresentare segnando i tempi successivi sopra una linea retta aa'

(fig. 47) e i valori della grandezza sopra delle perpendico-

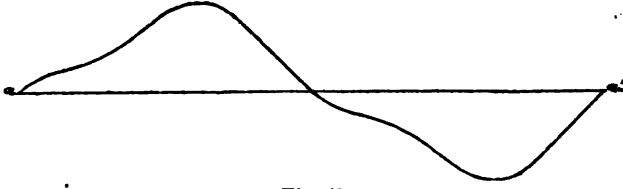



Fig. 47

lari elevate nei punti corrispondenti da una parte o dall' altra della retta stessa a seconda del segno.

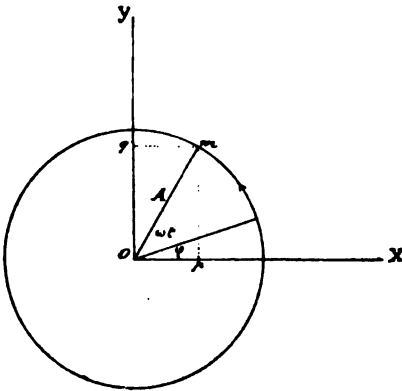
Si ottiene così per ogni caso una curva la quale ci mostra l' andamento della grandezza alternativa che si considera.

§ 110. **Grandezze sinusoidali - Rappresentazione polare - Ampiezza, fase.** — Il tipo più semplice ed importante di grandezza alternativa ci è dato dalle grandezze alternative sinusoidali rappresentate da espressioni della forma

$$A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

dove A, ω, φ sono delle costanti, e t indica il tempo contato a partire da un certo istante.

Fig. 48

Cangiando φ in $\varphi + \frac{\pi}{2}$, $A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$ si cangia in $A \cos(\omega t + \varphi)$ che rappresenta quindi una grandezza alternativa della stessa specie.

Se s' immagina (figura 48) una retta Om di lunghezza uguale ad A che ruoti con velocità angolare uniforme ω intorno ad un punto O, e se φ indica l' angolo di essa retta con una direzione fissa OX nell' istante da cui si conta il tempo ($t = o$),

la proiezione Op della retta sopra la direzione OX in un istante qualunque risulta uguale ad $A \cos(\omega t + \varphi)$, e la sua proiezione sulla direzione OY perpendicolare OX è similmente uguale ad $A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$: onde si vede che le grandezze alternative sinusoidali possono rappresentarsi mediante la proiezione sopra una direzione fissa di una retta rotante con velocità uniforme. Questa dicesi *rappresentazione polare.*

La costante A indica il valore massimo della grandezza alternativa, che dicesi ampiezza, e corrisponde alla lunghezza della retta rotante; la costante ω, corrispondente alla velocità angolare, è legata al periodo T e alla frequenza n dalla relazione $\omega T = 2\pi$ (perchè quando ωt aumenta di 2π, *sen* $(\omega t + \varphi)$ e *cos* $(\omega t + \varphi)$ ripigliano lo stesso valore), onde si ha

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{ovvero } \omega = 2\pi n;$$

e la costante φ infine, che corrisponde all'angolo iniziale della retta rotante, chiamasi angolo di fase o valore angolare della fase: mentre per *fase* propriamente s'intende la frazione di periodo già trascorsa al tempo $t = 0$.

Il medesimo processo rotativo ci fornisce il modo di tracciare la sinusoide, ossia la curva rappresentativa

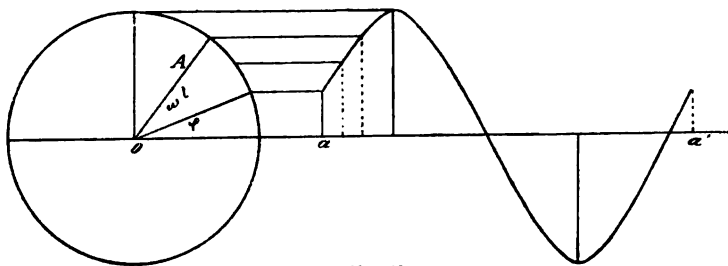



Fig. 49

di una grandezza alternativa sinusoidale, come si vede chiaramente dalla fig. 49.

Siccome la rotazione si può sempre sottintendere, segue da quanto sopra che la rappresentazione di una grandezza alternativa sinusoidale si può fare semplicemente mediante una retta di lunghezza corrispondente all'ampiezza e condotta in direzione corrispondente alla fase della detta grandezza alternativa.

La considerazione della fase non ha importanza finchè si tratta di una grandezza alternativa presa da sola, perchè l'istante da cui si contano i tempi è arbitrario e si può scegliere sempre all'inizio di un periodo, con che l'angolo di fase si riduce a zero: ha importanza invece quando si mettono in relazione due o più grandezze alternative di ugual frequenza, nel qual caso occorre tener conto delle rispettive differenze di fase. Queste si traducono graficamente mediante l'angolo che fanno fra loro le rette rappresentative o mediante lo spostamento relativo delle rispettive curve sinusoidali.

Due grandezze alternative sinusoidali si dicono in quadratura quando la loro differenza di fare corrisponde a $^1/_4$ di periodo e quindi ad un angolo retto: ai massimi e minimi dell' una corrispondono i passaggi allo zero dell'altra, e le curve hanno la disposizione indicata alla figura 50.

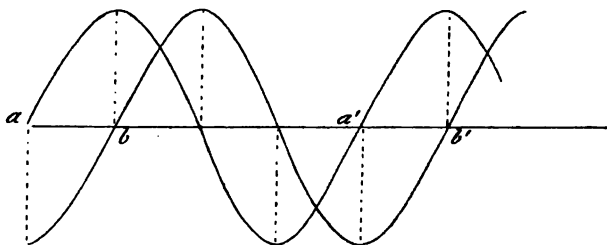



Fig. 50

Le espressioni $A\ sen\ (\omega t + \varphi)$ ed $A\ cos\ (\omega t + \varphi)$ ci danno appunto l'esempio di due grandezze in quadratura di uguale ampiezza.

Due grandezze alternative sinusoidali diconsi poi in opposizione quando la loro differenza di fase è di $\frac{1}{2}$ periodo e quindi equivale ad un angolo di 180°: i loro valori sono sempre di segno diverso, e ai massimi dell'una corrispondono i minimi dell'altra.

§ 111. Velocità di variazione di una grandezza alternativa sinusoidale. — Data una grandezza altertiva sinusoidale come $A\,sen\,(\omega t + \varphi)$ oppure $A\cos(\omega t + \varphi)$, se si considera la sua variazione nel corso di un breve tempuscolo τ e si fa quindi il rapporto di questa variazione al tempuscolo τ durante il quale essa è avvenuta, si ha la *variazione riferita all'unità di tempo*, che può anche chiamarsi *velocità di variazione.*

Sulla figura 21 la variazione di $A\,sen\,(\omega t + \varphi)$ e $A\cos(\omega t + \varphi)$ sono rappresentate rispettivamente da qq' e da pp', ossia dai cateti sm' e sm del piccolo triangolo smm', la cui ipotenusa è la corda dell'arco elementare mm' percorso da Om nel tempuscolo τ e dato in grandezza da $A\omega\tau$.

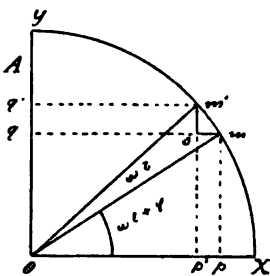



Fig. 51

Per la piccolezza dell'angolo $\omega\tau$ si può sostituire l'arco alla corda, e quindi si ha dal triangolo suddetto

$$qq' = A\,\omega\,\tau\cos\widehat{sm'm},$$
$$pp' = -A\,\omega\,\tau\,sen\,\widehat{sm'm},$$

dove nella seconda il segno — sta a significare che pp rappresenta la diminuzione di

$$A\cos(\omega t + \varphi).$$

Dividendo per τ, la prima equazione ci dà la variazione riferita all'unità di tempo o la velocità di variazione di $A\,sen\,(\omega t + \varphi)$, espressa da $A\,\omega\cos\widehat{sm'm}$, e la

seconda ci dà similmente la variazione riferita all'unità di tempo o la velocità di variazione di $A\cos(\omega t + \varphi)$ espressa da $- A\omega\, sen\, \widehat{sm'm}$.

Ora l'angolo $\widehat{sm'm}$ è uguale all'angolo XOm', ossia all'angolo che la retta rotante Om fa con OX alla fine del tempuscolo τ, cui, supponendo τ estremamente piccolo, si può sostituire l'angolo $\omega t + \varphi$ che la stessa retta fa con OX al principio di detto tempuscolo: onde si ha la velocità di variazione di $A\, sen(\omega t + \varphi)$ rappresentata da $A\omega\cos(\omega t + \varphi)$, e quella di $A\cos(\omega t + \varphi)$ rappresentata da $- A\omega\, sen(\omega t + \varphi)$.

Siccome poi si ha

$$\cos(\omega t + \varphi) = sen\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$- sen(\omega t + \varphi) = \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

ne segue che la velocità di variazione di $A\, sen(\omega t + \varphi)$ e di $A\cos(\omega t + \varphi)$ vengono rappresentate rispettivamente da $A\omega\, sen\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ e da $A\omega\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$, vale a dire: che *la velocità di variazione di una grandezza alternativa sinusoidale è anch'essa una grandezza alternativa sinusoidale la cui ampiezza è uguale all'ampiezza della prima moltiplicata per* ω, *e che ha una precedenza di fase di* $^1/_4$ *di periodo, ossia di un angolo retto, sulla prima.*

Graficamente essa è rappresentata da una retta di lunghezza $A\omega$ condotta normalmente alla retta che rappresenta la grandezza primitiva nel verso che corrisponde ad una rotazione in avanti rispetto alla direzione di questa.

§ 112. Valor medio e valore efficace delle grandezze alternative. — Oltre al valor massimo di una

grandezza alternativa, accade sovente di dover considerare il suo *valor medio* e il cosidetto *valore efficace.*

Per valore medio s'intende qui, non già la media dei valori algebrici per un intero periodo, la quale trattandosi di grandezze alternative sarebbe in ogni caso uguale a zero, ma la media dei valori assoluti o, ciò che torna lo stesso, la media dei valori di ugual segno per un semiperiodo.

Per valore efficace poi s'intende la media quadratica, ossia la radice quadrata della media dei quadrati.

Queste definizioni valgono per le grandezze alternative in genere.

Nel caso poi di grandezze alternative sinusoidali il valore medio ed il valore efficace sono in relazione molto semplice coll'ampiezza, ossia col valore massimo. Si trova cioè facilmente col calcolo che il valore medio si deduce dal valore massimo moltiplicando per $\frac{2}{\pi}$ o in frazione decimale per 0,637; e il valore efficace si deduce parimente dal valor massimo moltiplicando per $\frac{1}{\sqrt{2}}$ o per 0,707.

Denotando con A il valore massimo, con A_m il valor medio e con $\mathcal{A}$ il valore efficace, si ha dunque per le grandezze alternative sinusoidali

$$A_m = \frac{2}{\pi} A = 0{,}637\, A; \qquad \mathcal{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} A = 0{,}707\, A.$$

§ 113. **Somma di più grandezze alternative sinusoidali di ugual frequenza.** — Se si conducono le rette rappresentative Om, Om' di due grandezze alternative sinusoidali di ugual frequenza, e colla legge del parallelogrammo se ne trova la risultante o somma geometrica On, quest'ultima rappresenta una grandezza alternativa sinusoidale uguale in ciascun istante alla somma.

delle due grandezze alternative rappresentate da Om e Om', come è evidente senz'altro osservando che la proiezione della risultante sopra una direzione qualunque è uguale alla somma delle proiezioni delle componenti.

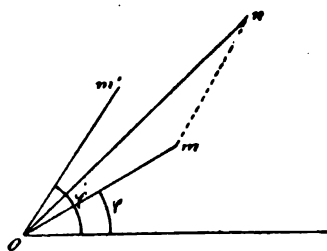



Fig. 52

La retta rappresentativa della differenza di due grandezze alternative sinusoidali si ottiene allo stesso modo ponendo per la grandezza da sottrarsi la sua retta rappresentativa con verso opposto.

Di qui si deduce una regola semplicissima per avere la rappresentazione geometrica della somma di un numero qualunque di grandezze alternative sinusoidali di ugual periodo. Basta cioè condurre la retta rappresentativa della prima grandezza; dal punto cui così si arriva condurre la retta rappresentativa della seconda, e così di seguito fino all'ultima, e quindi condurre la retta che unisce l' origine al punto estremo della poligonale costituita dalla successione delle rette rappresentative delle singole grandezze. Si ha così la risultante o somma geometrica di tali rette, che è la retta rappresentativa della somma delle grandezze stesse. L' ordine con cui si procede non ha influenza sul risultato.

Così la rappresentazione polare ci fornisce un processo grafico che è spesso molto utile per la trattazione delle grandezze alternative sinusoidali; ed è in questo senso che va intesa la cosa quando, rispetto a tali grandezze, si parla di *somma geometrica*.

§ 114. **Prodotto e quoziente di segmenti complanari - Numeri complessi.** — Le rette rappresentative di grandezze sinusoidali sono segmenti considerati in un piano. Rispetto ai vettori in generale (§ 4) è questo un caso particolare notevole per una circostanza importante:

ed è che qui si può parlare di *prodotto* di segmenti in senso proprio, cioè con tutti gli attributi di un vero prodotto.

Sieno $\overline{A}$, $\overline{B}$ due segmenti di grandezze A e B (ci serviremo spesso d' ora innanzi di una linea sovrapposta per designare i segmenti in un piano quando si considerano come tali e distinguerli dalle loro grandezze) e che facciano colla retta OX di riferimento, che si suppone fissata nel piano, gli angoli rispettivi φ e ψ contati nel verso positivo (da destra a sinistra): chiameremo *prodotto* di $\overline{A}$ e $\overline{B}$, e indicheremo con $\overline{A}\,\overline{B}$, *il segmento che ha per grandezza il prodotto* AB *delle grandezze e il cui angolo colla* OX *è la somma* $\varphi + \psi$ *degli angoli dei due segmenti.*

Il prodotto così definito è dunque un segmento, cioè una quantità della *stessa specie*, e gode delle proprietà : *commutativa*, *distributiva* e *associativa*. La prima e la terza risultano senz' altro evidenti dalla definizione; e la seconda si riconosce pur facilmente. Poichè se $\overline{B} = \overline{B}' + \overline{B}''$ cioè se $\overline{B}$ è somma geometrica di $\overline{B}'$ e $\overline{B}''$, costituendo il terzo lato di un triangolo di cui gli altri due lati sieno rappresentati da $\overline{B}'$ e $\overline{B}''$ posti di seguito, considerando il triangolo simile che si ottiene variando le tre lunghezze nel rapporto da 1 ad A e supponendolo ruotato verso sinistra di un angolo φ, ne risulta un triangolo i cui due primi lati posti di seguito sono i prodotti $\overline{A}\,\overline{B}'$ e $\overline{A}\,\overline{B}''$ giusta la definizione, e il terzo lato è il prodotto $\overline{A}\,\overline{B}$: onde si ha $\overline{A}\,\overline{B} = \overline{A}\,\overline{B}' + \overline{A}\,\overline{B}''$, e quindi resta dimostrata anche la proprietà distributiva. Vi sono dunque tutti i caratteri dei prodotti ordinarii.

Dalla definizione precedente si deduce poi senz' altro quella di *quoziente*, cioè: *il quoziente* $\overline{A}/\overline{B}$ *di due segmenti* A *e* B *è un segmento di grandezzza* A/B *e di direzione* $\varphi - \psi$.

Un segmento nel piano si può riguardare come la somma geometrica delle due componenti ortogonali se-

condo la retta OX di riferimento e secondo una perpendicolare OY elevata nel verso che corrisponde alla sinistra della OX, ciascuna delle quali componenti può rappresentarsi mediante il prodotto di un numero positivo o negativo (secondo che le componenti cadono nel verso delle OX, OY o nel verso opposto) e di un segmento unitario preso nella direzione di OX per la prima e di OY per la seconda. Il primo di questi segmenti si suol sottintendere senza indicarlo, mentre il secondo si suole indicare con la lettera i. Per la definizione stessa di i e quella di prodotto data dianzi, il prodotto $i\bar{A}$, di i per un segmento $\bar{A}$, rappresenta un segmento della stessa grandezza di $\bar{A}$ e che si trova girato rispetto ad $\bar{A}$ di un angolo retto verso sinistra. In particolare poi il prodotto di i per i dà un segmento nella stessa direzione e nel verso opposto della OX che si rappresenta numericamente con -1, onde si ha $i^2 = -1$.

Perciò un qualunque segmento $\bar{Z}$ si può rappresentare con

$$\bar{Z} = X + i\ Y$$

dove X e Y sono i valori *numerici* delle due componenti suddette, e per la grandezza Z si avrà

$$Z = \sqrt{X^2 + Y^2}.$$

E in virtù della legge distributiva il prodotto di due segmenti $\bar{Z}$ e $\bar{Z}'$ si può ricondurre al prodotto delle due espressioni $X + iY$, e $X' + iY'$ che si fa con le regole ordinarie, salvo che al posto di i^2 si deve porre -1. Lo stesso vale evidentemente per le altre operazioni algebriche.

Diconsi *coniugati* due segmenti di ugual lunghezza e simmetricamente disposti rispetto alla OX: essi hanno uguale la componente secondo OX ed uguale ed opposta quella secondo OY. La loro somma geometrica dà il doppio della prima componente e la loro differenza dà

il doppio della seconda: il loro prodotto è un vettore diretto nel verso positivo della OX e di grandezza uguale al quadrato della grandezza comune dei due segmenti.

Nella rappresentazione suddetta, se un segmento è espresso da $X + iY$, il suo coniugato sarà $X - iY$: onde operando con le regole ordinarie si ha $2X$ per la somma, $2iY$ per la differenza e $X^2 + Y^2$ per il prodotto.

Il *prodotto scalare* (§ 4) di due segmenti si riduce qui alla *componente secondo OX del prodotto di uno di essi per il coniugato dell' altro.* Infatti se φ e ψ sono le direzioni dei due vettori dati, il prodotto del primo per il coniugato del secondo avrà la direzione $\varphi - \psi$ e la sua componente secondo OX sarà uguale al prodotto delle grandezze per $\cos(\varphi - \psi)$; e questo non è altro che il suddetto prodotto scalare.

Il segmento i, caratterizzato dalla proprietà espressa dall' equazione $i^2 = -1$ cui corrisponde $i = \sqrt{-1}$, è il rappresentante dell'*immaginario* in algebra, e le espressioni della forma $X + iY$ che abbiamo indicato per le rappresentazioni dei segmenti non sono altro che i *numeri complessi* che si considerano in algebra estendendo ai medesimi le operazioni dei numeri *reali*: si suol chiamare *modulo* la grandezza e *argomento* l' angolo di direzione. Le definizioni date di sopra approdano dunque in fondo a ciò che si sa già dall' algebra: e se le abbiamo date in quella forma è solo per tenerci alla rappresentazione geometrica e per non presupporre in tutti la conoscenza del calcolo degl' immaginarii.

Ad ogni modo, l' applicazione che se ne può fare trattando delle grandezze alternative sinusoidali è di grande vantaggio per la semplificazione che porta nel maneggio delle relazioni; e noi ce ne varremo d' ora innanzi, servendoci ancora delle denominazioni: *reale*, *immaginario*, *complesso*, nel senso testè indicato.

La rotazione che si suppongono avere le rette rappresentative delle dette grandezze può esprimersi mediante un

fattore rotante $\bar{u}$ consistente in un segmento di grandezza uguale a 1 e la cui direzione sia data in ciascun istante dall' angolo ωt: poichè se $\bar{A}$ è un segmento fisso, il prodotto $\bar{A}\bar{u}$ sarà appunto un segmento di ugual grandezza che ruota con velocità ω e che per $t = o$ ha la posizione di $\bar{A}$. Si avrà poi per quanto sopra

$$\bar{u} = \cos(\omega t) + i \operatorname{sen}(\omega t)$$

Questo fattore $\bar{u}$ può sottintendersi nelle formole, come si sottintende la rotazione sulla figura.

§ 115. **Produzione di *f.e.m.* alternative.** — Consideriamo un circuito, costituito p. es. da una spirale piana di N giri tutti uguali, che ruoti con velocità angolare costante ω in un campo magnetico uniforme, e supponiamo l' asse di rotazione normale alla direzione del campo. Se S è l' area abbracciata da un giro del circuito, espressa in cm.^{2}, il numero di linee di induzione abbracciate dal circuito, quand' esso si trova nel piano normale alla direzione del campo, sarà dato da NSB, B essendo il numero di linee per cm.^{2} che sta a definire l' intensità del campo.

Per ogni altra posizione del circuito in cui il suo piano faccia un angolo θ col piano predetto, sarà $S \cos \theta$ la proiezione su questo piano dell' area S e quindi

$$NSB \cos \theta$$

il numero di linee d' induzione abbracciate dal circuito.

Supponendo di contare il tempo dall' istante in cui il circuito ruotando fa un passaggio per il piano anzidetto, sarà in un altro tempo t qualsivoglia l' angolo θ rappresentato da ωt, e quindi denotando con A il prodotto NSB, il flusso Φ abbracciato dal circuito al tempo t sarà rappresentato da

$$\Phi = A \cos(\omega t).$$

Esso è dunque una grandezza alternativa sinusoidale; e la sua velocità di variazione, per quanto si è detto di sopra (§ 111), è pure una grandezza alternativa sinusoidale rappresentata da $-A\omega$ sen (ωt).

Ora, per la legge fondamentale dell' induzione (§ 83), la detta velocità presa negativamente dà la *f. e. m.* indotta nel circuito espressa in unità assolute, da cui dividendo per 10^8 si ha la stessa *f. e. m.* in *volta*.

Denotando quest' ultima con e e posto $A\omega . 10^{-8} = E$, avremo dunque l' espressione di e per un istante qualunque data da

$$e = E \text{ sen } (\omega t).$$

Talchè si vede che in queste condizioni si produce per induzione nel circuito una *f. e. m.* alternativa sinusoidale di cui

$$E = NSB\omega 10^{-8}$$

rappresenta il valor massimo in *volta*.

Se il circuito ruotasse in un campo non uniforme, si avrebbe sempre una *f. e. m.* indotta alternativa, ma che in generale non sarebbe più sinusoidale.

§ 116. **Effetti dell' autoinduzione in un circuito soggetto ad una *f. e. m.* alternativa.** — Per intendere più chiaramente la natura di questi effetti, ricorriamo ad un confronto meccanico servendoci ancora dell' esempio del volante, cui ora supporremo applicata una coppia motrice non più costante, ma alternativa.

Se il volante si suppone leggerissimo, in modo che sia trascurabile il suo momento d' inerzia, l' azione della coppia motrice alternativa non trovando altra opposizione all' infuori della resistenza di attrito, determina un movimento alternativo del volante in cui la velocità i di quest' ultimo corrisponde in ogni istante al valore che ha in quel medesimo istante la coppia motrice e, giusta

la relazione $Ri = e$; onde i varia di conserva con e, mantenendosi sempre uguale ad $\frac{e}{R}$.

Ma la cosa procede altrimenti se si tratta di un volante il cui momento d'inerzia L non sia più trascurabile.

All' azione della coppia motrice alternativa si contrappone allora, oltre la resistenza di attrito, anche la reazione d'inerzia, la quale da un lato concorrerà insieme con la resistenza a limitare la velocità del moto alternativo del volante, mentre d'altro lato farà sì che il volante, nel seguire le fasi delle variazioni della coppia motrice, verrà a trovarsi in ritardo: per modo che quando p. es. la coppia passa per lo zero invertendosi, la velocità del volante non sarà nulla e l' inversione del movimento si farà solo più tardi; e similmente quando la coppia motrice sarà al suo massimo, la velocità del volante non avrà ancora per parte sua raggiunto il massimo.

Riassumendo, l'azione dell' inerzia del volante determinerà una diminuzione di velocità ed un ritardo nell' andamento del moto del volante rispetto a quello dell' azione della coppia motrice; e questi effetti si accentueranno tanto più quanto più grande sarà il momento d' inerzia.

Ciò premesso, veniamo a considerare il caso di un circuito soggetto all' azione di una *f. e. m.* alternativa sinusoidale.

Questa darà luogo ad una corrente parimenti alternativa e sinusoidale. Ma per trattare la questione più facilmente, giova dapprima invertirla, cercando qual è la *f. e. m.* occorrente per produrre una data corrente alternativa sinusoidale.

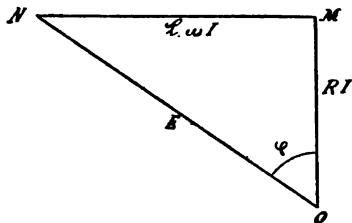
All' azione di questa *f. e. m.* si contrapporrà in ogni istante l' azione combinata della *f. c. e. m.* (forza contro

elettromotrice) che proviene dalla resistenza del circuito e della *f. c. e. m.* derivante dall'autoinduzione.

Indicando con i l'intensità della corrente, la prima sarà rappresentata dal prodotto della resistenza R del circuito per i, e la seconda dal prodotto del coefficiente di autoinduzione del circuito stesso per la velocità di variazione di i, ambedue i prodotti essendo da prendersi con segno cangiato.

E poichè alle due insieme deve in ogni istante essere uguale e contraria la *f. e. m.* agente sul circuito, ne viene che questa dovrà in ogni istante corrispondere alla somma dei due prodotti anzidetti, e quindi la sua retta rappresentativa sarà la risultante delle rette rappresentative di quei due prodotti.

Assunta a piacere la direzione OM (fig. 53) per la retta rappresentativa della i e presa su questa una lunghezza OM uguale ad RI, dove I indica il valor massimo di i, avremo in OM la retta rappresentativa del primo prodotto; prendendo poi sulla perpendicolare MN una lunghezza uguale ad ωI avremo, per quanto precede, la retta rappresentativa della velocità di variazione di i, da cui, moltiplicando per L, cioè prendendo

Fig. 53

$$MN = L \omega I,$$

avremo infine la retta rappresentativa del secondo prodotto.

La risultante ON ci rappresenterà una grandezza alternativa sinusoidale e di ampiezza $E = ON$ che presenta rispetto all'intensità i una precedenza di fase corrispondente all'angolo $\varphi = \widehat{NOM}$.

Reciprocamente, supponendo data la *f. e. m.* alternativa sinusoidale rappresentata da *ON*, la stessa figura, mediante le relazioni di grandezza e di posizione delle rette che la compongono, ci fa conoscere la corrente alternativa sinusoidale cui essa dà luogo, mostrandoci la sua dipendenza dalla *f. e. m.* data, dalla resistenza R e dal coefficiente di autoinduzione L del circuito.

Si vede che la corrente ha rispetto alla *f. e. m.* un ritardo di fase corrispondente all' angolo φ definito dall' equazione

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{L\omega}{R},$$

che si deduce senz' altro dall' ispezione al triangolo.

Dallo stesso triangolo poi si ricava

$$E^2 = R^2 I^2 + L^2 \omega^2 I^2 = I^2 (R^2 + L^2 \omega^2)$$

da cui

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}.$$

§ 117. **Reattanza, impedenza: legge di Ohm in senso vettoriale.** — Confrontando questa colla solita formola di Ohm, si vede che qui, a costituire il denominatore, oltre alla resistenza R entra il termine $L\omega$ dipendente dal coefficiente di autoinduzione e dalla frequenza, cui si dà il nome di reattanza. La quantità tutta che sta al denominatore al posto di R, ossia $\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$, chiamasi *impedenza.*

Quando $L\omega$ è trascurabile di fronte ad R, si ha $\varphi = 0$ ed $I = \frac{E}{R}$, cioè non vi ha ritardo di fase e la intensità corrisponde in ogni istante alla legge di Ohm pura e semplice.

Quando invece $L\omega$ è molto grande di fronte ad R, φ si avvicina ad un angolo retto, vale a dire che la corrente è pressochè in quadratura colla *f. e. m.*, ed il

valore di I si riduce prossimamente ad $\frac{E}{L\omega}$, venendo così a dipendere dalla sola reattanza.

Onde per effetto della reattanza, quando questa è considerevole, l'intensità della corrente può risultare molto piccola relativamente alla *f. e. m.* anche se la resistenza del circuito è piccolissima. Ciò è in piena corrispondenza coi fenomeni dovuti all'inerzia nel caso del volante.

Osserviamo che esprimendo che nel triangolo OMN il lato ON è la somma geometrica di OM e MN e che i detti lati, riguardati come segmenti nel piano, corrispondono ordinatamente ad $\overline{E}$, $R\overline{I}$ ed $iL\omega\overline{I}$, dove i ha il significato indicato al § 114 (che va distinto, come ben s'intende, dal valore istantaneo dell'intensità rappresentato dalla stessa lettera *i)*, si è condotti all'equazione

$$R\overline{I} + iL\omega\overline{I} = \overline{E}$$

la quale può riguardarsi sia come semplice traduzione della relazione geometrica, sia come equazione fra numeri complessi. La stessa equazione può scriversi:

$$(R + iL\omega)\,\overline{I} = \overline{E};$$

e se poniamo $\overline{Z} = R + iL\omega$, cioè indichiamo con $\overline{Z}$ il segmento che ha per componenti la resistenza R e la reattanza $L\omega$ e per grandezza $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$, o il numero complesso che ha per parte reale R e per coefficiente dell'immaginario $L\omega$ e quindi per modulo Z, e se il nome di impedenza, dato di sopra alla grandezza Z, si trasporta al segmento $\overline{Z}$, o numero complesso, l'equazione prende la forma

$$\overline{Z}\,\overline{I} = \overline{E}, \text{ da cui } \overline{I} = \frac{\overline{E}}{\overline{Z}}$$

la quale coincide formalmente con quella che esprime la legge di Ohm per le correnti continue. Solo che qui

si tratta di un' equazione vettoriale o geometrica, o fra numeri complessi, e che al posto della resistenza entra l'impedenza definita come sopra. Ma poichè le regole di calcolo pei numeri complessi sono le stesse che per i numeri ordinarii, si vede che la trattazione è ridotta alla stessa semplicità formale.

Si ha poi da tener presente che $\overline{E}$, $\overline{I}$ si riferiscono ai segmenti considerati all' istante $t = o$, i quali colla loro lunghezza e direzione danno rispettivamente il valor massimo e la fase delle corrispondenti quantità alternative sinusoidali e, i (§§ 110, 113, 114) restando sottintesa la rotazione con velocità costante ω o l'affissione del fattore rotante $\overline{u}$: onde esse definiscono completamente le quantità stesse i cui valori istantanei e, i in un qualunque istante succesivo t risultano, come venne dichiarato, dalle componenti variabili con t dei segmenti rotanti o numeri complessi $\overline{E}\,\overline{u}$, $\overline{I}\,\overline{u}$ secondo le direzioni di riferimento. Quanto a $\overline{Z}$ che di sua natura è fisso, esso non entra nelle equazioni che come moltiplicatore o divisore di altri segmenti importando con ciò una variazione di ampiezza ed uno spostamento di fase della grandezza alternativa sinusoidale rappresentata dal segmento cui è associato. Così $\overline{Z}\,\overline{I}$ significa un segmento di lunghezza $Z\,I$ che sta in avanti di un angolo φ (angolo che definisce la direzione propria di $\overline{Z}$ o argomento di $\overline{Z}$) rispetto al segmento $\overline{I}$ e che rappresenta una grandezza sinusoidale di ampiezza $Z\,I$ in precedenza di fase di un angolo φ su quella rappresentata da I; e similmente $\frac{\overline{E}}{\overline{Z}}$ è un segmento di lunghezza $\frac{E}{Z}$ che sta indietro di un angolo φ rispetto ad $\overline{E}$ e che rappresenta una grandezza sinusoidale di ampiezza $\frac{E}{Z}$ in ritardo di fase di un angolo φ su quella rappresentata da E.

§ 118. Effetto di capacità: confronto meccanico. — L' inserzione di un condensatore in un circuito, sog-

getto all'azione di una *f. e. m.* costante, impedisce il passaggio della corrente; e solo all'atto in cui si stabiliscono le comunicazioni colle armature vi è una corrente di carica, di brevissima durata, in virtù della quale si determina una differenza di potenziale fra le due armature, uguale al valore della *f. e. m.*

Ben s'intende però come se, invece di una *f. e. m.* costante, si tratta di una *f. e. m.* alternativa, dovendo ad ogni inversione di questa prodursi una corrispondente inversione delle cariche sulle due armature, ciò dà luogo ad una corrente alternativa, la quale, oltre che dalla grandezza della *f. e. m.*, dipenderà dalla capacità del condensatore e dalla frequenza.

Riprendiamo ancora una volta l'esempio meccanico del volante, e supponiamo ora di avere aggiunto al medesimo una molla elastica che tenda a mantenerlo in una determinata posizione e a ricondurvelo quando ne sia rimosso, sviluppando una coppia di reazione elastica proporzionale all'angolo di scartamento; talchè denotando con q quest'angolo e con d la detta coppia, si abbia $q = Cd$, dove C è una costante che indica l'angolo di scartamento che produce una coppia $= 1$, mentre $\frac{1}{C}$ indica la coppia sviluppata per uno scartamento $q = 1$.

Rimosso dalla posizione di equilibrio e quindi abbandonato a sè stesso, il volante prende ad oscillare intorno alla medesima a guisa di un pendolo, e in queste oscillazioni si ha una vicenda di trasformazioni di energia di deformazione elastica in forza viva e reciprocamente.

Prescindendo dalla resistenza di attrito, si avrebbe così un moto alternativo sinusoidale rappresentabile con

$$q = Q \operatorname{sen} (\omega_0 t)$$

dove $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$, T_0 denotando il periodo, il cui valore dipende dalla relativa grandezza del momento d'inerzia

(L) del volante e della coppia elastica $\left(\frac{1}{C}\right)$, e si può determinare facilmente.

Se indichiamo con i la velocità angolare del volante (velocità di variazione di q), il suo valore massimo I sarà, per quanto precede, uguale a $\omega_0 Q$, e la corrispondente forza viva massima sarà $\frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L \omega^2_0 Q^2$; l'energia di deformazione elastica sarà data in ogni istante da $\frac{1}{2} q d = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$, ed il suo valor massimo da $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$: e poichè il valor massimo della forza viva e il valor massimo dell' energia di deformazione debbono evidentemente corrispondersi, eguagliando le due espressioni si ottiene

$$\frac{1}{2} L \omega^2_0 Q^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C},$$

ossia

$$L \omega^2_0 = \frac{1}{C},$$

e quindi

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C}}$$

da cui si desume il valore di $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2 \pi \sqrt{L C}.$ La resistenza di attrito, da cui si è qui fatta astrazione, modifica il movimento aumentando la durata delle oscillazioni e facendone diminuire grado a grado l' ampiezza fino a che il movimento si spegne. Si hanno così, come si dice, delle oscillazioni smorzate con dissipazione di energia che si converte in calore.

§ 119. **Scarica oscillante.** — Perfettamente analoghi sono i fenomeni cui dà luogo la scarica di un condensatore.

Indicando qui con q la carica, con d la differenza di potenziale sulle armature, con C la capacità, con i

l' intensità della corrente, l' energia elettrocinetica, rappresentata in ogni istante da $\frac{1}{2} L i^2$, (L coefficiente di autoinduzione del circuito), viene a corrispondere alla forza viva del volante, mentre l'energia elettrostatica, rappresentata in ogni istante da $\frac{1}{2} q d$, viene a corrispondere all'energia di deformazione elastica; e la corrispondenza è perfetta anche dal lato quantitativo, come appare dall' uguaglianza delle rispettive espressioni.

Il condensatore carico è comparabile al volante rimosso dalla sua posizione di equilibrio: la carica risponde all' angolo di deviazione; la differenza di potenziale, alla coppia di reazione elastica; la capacità, all' angolo di deviazione pel quale si ha una coppia di reazione elastica eguale a 1.

L' atto della scarica trova il suo riscontro nel moto oscillatorio del volante reso libero dopo essere stato rimosso dalla posizione di equilibrio.

La scarica ha appunto, come già fu detto altra volta, carattere oscillatorio; e consta di una serie di oscillazioni smorzate, ossia di correnti che si succedono rapidamente in direzione opposta e vanno a mano a mano decrescendo, talchè il fenomeno non dura in generale che per un tempo brevissimo. Ciò è dovuto all' effetto della resistenza, senza di che le oscillazioni si prolungherebbero indefinitamente con legge sinusoidale e con un periodo determinato dalla medesima equazione già trovata per il volante:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}.$$

§ 120. **Capacità ed autoinduzione nel circuito di una *f. e. m.* alternativa.** — Guardiamo ora quel che accade quando al volante venga applicata una coppia

motrice alternativa, che indicheremo con *e*, o nel circuito del condensatore venga inserita una *f. e. m.* alternativa, che denoteremo del pari con *e*; e consideriamo parallelamente i due ordini di fenomeni nei loro caratteri generali e nelle relazioni quantitative che, mediante l'impiego degli stessi segni per le quantità che si corrispondono, valgono in comune per l'uno e per l'altro.

L'azione della *f. e. m.* (coppia motrice) alternativa, che supponiamo sinusoidale, determina nel circuito (volante) una corrente alternativa (moto alternativo) del pari sinusoidale e avente lo stesso periodo della suddetta *f. e. m.* (coppia motrice): la differenza di potenziale alternativa che si produce sulle armature del condensatore (coppia di reazione elastica) entra in giuoco contrapponendosi alla forza controelettromotrice di autoinduzione (reazione d'inerzia) per modo che ne risulta un compenso parziale dei due effetti, e quindi in complesso una minor reazione contro la *f. e. m.* (coppia motrice). Questo compenso poi avviene in misura tanto maggiore quanto più il periodo delle alternazioni della *f. e. m.* (coppia motrice) si accosta al periodo proprio delle oscillazioni libere del sistema considerato di per sè; e quando i due periodi coincidono e vi ha, come si dice, risonanza, allora i due effetti si bilanciano completamente, e non rimane in opposizione alla *f. e. m.* (coppia motrice) che la reazione d'attrito dovuta alla resistenza. Se quest'ultima è molto piccola, basta quindi una debole *f. e. m.* a determinare una corrente alternativa (moto oscillatorio del volante) assai forte. In questo caso sono le oscillazioni proprie del sistema, con la rispettiva vicenda di trasformazioni di energia elettrostatica (energia di deformazione elastica) in energia elettrocinetica (forza viva del volante) e viceversa, che eccitate ritmicamente dalle pulsazioni della *f. e. m.* (coppia motrice) possono acquistare grande intensità, essendo

per la supposta piccolezza della resistenza lievi le perdite d'attrito cui deve sopperire il lavoro della *f. e. m.* (coppia motrice).

Delineati così i caratteri generali del fenomeno, per istabilire le relazioni quantitative ci varremo dello stesso metodo che ci ha servito nel caso precedente, da cui questo differisce solo per l'aggiunta dell'effetto di capacità derivante dall'inserzione del condensatore.

Cercheremo quindi con lo stesso processo quale è la *f. e. m.* richiesta per mantenere una data corrente alternativa sinusoidale nel circuito.

All'azione di questa *f. e. m.* si contrapporrà ora in ogni istante, oltre alla *f. c. e. m.* dovuta alla resistenza e alla *f. c. e. m.* derivante dall'autoinduzione, anche la differenza di potenziale che si ha sulle armature; talchè la retta rappresentativa della *f. e. m.* sarà la risultante delle tre rette corrispondenti ordinatamente alle due *f. c. e. m.* predette ed alla predetta differenza di potenziale.

Partendo come sopra da una direzione assunta a piacere per la retta rappresentativa dell'intensità i, la costruzione delle due prime rette si fa precisamente allo stesso modo indicato di sopra.

Quanto alla terza, che deve rappresentare la differenza di potenziale d sulle armature, si osserva che dall'essere $q = Cd$ e dall'essere l'intensità i della corrente uguale alla velocità di variazione di q, segue che la retta rappresentativa di i è in precedenza di un angolo retto su quella di q e di lunghezza uguale al prodotto della lunghezza di essa per ω, e quindi in precedenza pure di un angolo retto su quella di d e di lunghezza uguale al prodotto della lunghezza di essa per $C\omega$: reciprocamente segue che la retta rappresentativa di d ha una direzione che sta di un angolo retto all'indietro rispetto a quella di i ed ha una lunghezza uguale alla lunghezza della medesima divisa per $C\omega$.

Le due rette MN e MN' (fig. 54), che rappresentano rispettivamente la *f. c. e. m.* di autoinduzione e la differenza di potenziale sulle armature e che hanno le rispettive lunghezze $L\omega I$ ed $\frac{I}{C\omega}$, sono quindi in direzione opposta e si compongono per differenza in una retta di lunghezza

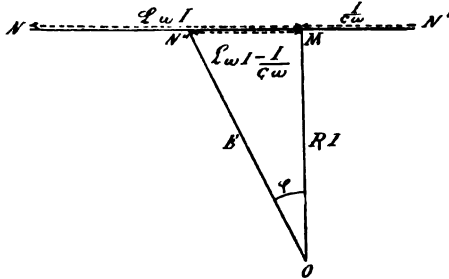



Fig. 54

$$MN'' = L\omega I - \frac{I}{C\omega}$$

ad angolo retto con OM, in avanti o all'indietro secondo che la differenza $L\omega - \frac{1}{C\omega}$, che indicheremo con S, è positiva o negativa. Congiungendo O con N'' si ha la retta rappresentativa della *f. e. m.* alternativa sinusoidale $\bar{E}$ occorrente a produrre la corrente $\bar{I}$, e reciprocamente la stessa figura, supponendo data la *f. e. m.* $\bar{E}$ rappresentata da ON'', ci fa conoscere la corrente alternativa sinusoidale cui essa dà luogo.

§ 121. **Reattanza positiva e negativa.** — Si vede come gli effetti dell'autoinduzione e della capacità, che possono intendersi misurati rispettivamente da $L\omega I$ e $\frac{I}{C\omega}$, si contrappongano, e come, secondo che prevale l'uno o l'altro, ossia secondo che S è positivo o negativo, ne risulti un ritardo o una precedenza di fase della corrente rispetto alla *f. e. m.*

Per $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, ossia $S = 0$, i due effetti si compensano completamente e la corrente si trova in fase colla *f. e. m.* In questo caso si ha $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, vale a dire che

ω coincide col valore ω_0 relativo al periodo di oscillazione proprio del circuito, che abbiamo trovato di sopra, e vi ha *risonanza.*

Si ha poi dalla figura:

$$tang\,\varphi = \frac{S}{R} \qquad \left(S = L\omega - \frac{1}{C\omega}\right),$$

$$E = I\sqrt{R^2 + S^2} \quad : \quad I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + S^2}}.$$

Alla quantità S rappresentata dalla differenza

$$L\,\omega - \frac{1}{C\omega}$$

si dà ancora il nome di *reattanza*, distinguendo le sue due parti coi nomi di reattanza induttiva e reattanza di capacità, od anche semplicemente reattanza positiva e reattanza negativa. Ciascuna delle due parti, e quindi anche la S, ha le dimensioni di una resistenza e si esprime come questa in *ohm.*

Ripetendo i ragionamenti del § precedente si trova anche qui che la relazione geometrica rappresentata dalla figura si traduce coll'equazione

$$(R + iS)\,\bar{I} = \bar{E},$$

e ponendo come sopra $\bar{Z} = R + iS$, prende ancora la forma

$$\bar{Z}\,\bar{I} = \bar{E} \quad \text{da cui} \quad \bar{I} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}},$$

dove il segmento $\bar{Z}$ si chiama ancora *impedenza* ed è come sopra la risultante della resistenza R e della reattanza S, ed ha per grandezza $Z = \sqrt{R^2 + S^2}$.

Questa si riduce a R per $S = 0$, quando cioè gli effetti di autoinduzione e di capacità o non esistono, oppure si compensano perfettamente essendovi risonanza.

Se in quest' ultimo caso anche R sia piccolissima, basterà una piccola *f. e. m.* per mantenere una corrente di grande intensità, conforme a ciò che si è dichiarato di sopra.

Come la resistenza totale di un circuito composto di più parti è data dalla somma delle resistenze spettanti alle singole parti, così anche la reattanza totale si ottiene sommando le reattanze delle singole parti: se non che qui si tratta di ***somma algebrica,*** potendo, come si è visto, le reattanze essere positive o negative.

Quanto all' impedenza totale, essa viene rappresentata in grandezza dalla radice quadrata della somma dei quadrati della resistenza totale e della reattanza totale, ossia, geometricamente, dall' ipotenusa del triangolo i cui lati rappresentano la somma delle resistenze e rispettivamente la somma algebrica delle reattanze.

Per meglio marcare la distinzione fra resistenza e reattanza, impedenza, si usa talvolta specificare la resistenza propriamente detta chiamandola ***resistenza ohmica.***

Dalle relazioni stabilite si deduce una regola molto semplice per trovare graficamente l' intensità della corrente prodotta da una data *f. e. m.* alternativa sinusoidale in un circuito di cui sieno note la resistenza totale R e le condizioni di autoinduzione e capacità, da cui, conoscendo ω, si desume il valore della reattanza totale S nel modo che si è visto.

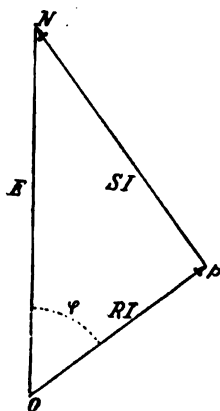



Fig. 55

Tracciata con una direzione scelta ad arbitrio la retta ON (fig. 55) rappresentativa della *f. e. m.* data, e descritto un circolo avente ON per diametro, basta condurre dal punto O una retta che faccia con ON un angolo φ pel quale sia $tang\,\varphi = \frac{S}{R}$, fino all' incontro colla circonferenza. L' an-

golo $\varphi = \widehat{NOp}$ sarà da prendersi a destra o a sinistra di ON secondo che S è positivo o negativo.

La retta Op ci darà la direzione della retta rappresentativa dell'intensità $\bar{I}$, la cui lunghezza si otterrà dividendo per R la lunghezza $Op = RI$.

Qui, come nei precedenti diagrammi (fig. 53, 54), la *f. e. m.* $\bar{E}$, a senso dell'equazione $\bar{E} = \bar{Z}\bar{I} = R\bar{I} + iS\bar{I}$, viene rappresentata come risultante di due parti fra loro in quadratura, la prima delle quali, in fase con $\bar{I}$, va spesa contro la resistenza, e la seconda, in quadratura con I, va spesa contro la reattanza.

Riferendosi invece alla equazione stessa risoluta rispetto ad $\bar{I}$, che denotando con $\bar{W}$ il segmento o numero complesso corrispondente all'inversa dell'impedenza:

$$\bar{W} = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R + iS} = \frac{R - iS}{Z^2} = U - iV:$$

$$U = \frac{R}{Z^2}, \quad V = \frac{S}{Z^2},$$

prende la forma

$$\bar{I} = \bar{W}\bar{E} = U\bar{E} - iV\bar{E},$$

si ha una rappresentazione analoga per l'intensità $\bar{I}$ la quale ci appare come la risultante di due correnti, $U\bar{E}$ e $-iV\bar{E}$, l'una in fase e l'altra in quadratura con $\bar{E}$, e quindi in quadratura fra loro.

Nel primo modo di rappresentazione si viene a sostituire al circuito il sistema equivalente di due rami *in serie* contenenti rispettivamente la resistenza R e la reattanza S; mentre nel secondo modo allo stesso circuito si viene a sostituire il sistema equivalente di due rami *in parallelo*, l'uno di resistenza $\frac{1}{V} = \frac{Z^2}{R}$ e l'altro di reattanza $-\frac{1}{V} = -\frac{Z^2}{S}$, dalla cui unione risulta il circuito d'impedenza Z. Ambedue i modi possono a seconda dei casi presentare dei vantaggi.

Alla quantità $\overline{W} = U - i V$, inversa dell'impedenza, si dà talvolta il nome di *ammettenza* (ingl. *admittance*), ed alle U e V rispettivamente quello di *conduttanza* (*conductance*) e *suscettanza* (*susceptance*). Le U sono di loro natura sempre positive come le resistenze, mentre le V possono, come le reattanze, essere positive o negative. Si ha poi, denotando come per l'addietro con φ l'angolo di fase,

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{V}{W}, \quad \cos \varphi = \frac{U}{W}, \quad \operatorname{tang} \varphi = \frac{V}{U}.$$

Noteremo infine che tutto quanto si è detto fin qui per un intero circuito si applica egualmente ad una porzione qualsiasi di circuito, qualora al posto della *f. e. m.* si ponga la differenza di potenziale ai capi della porzione considerata, ove in questa non abbia sede alcuna *f. e. m.*, oppure la stessa differenza di potenziale in unione con la *f. e. m.* quivi esistente (§ 50).

§ 122. **Correnti alternative in rami derivati.** — Se si considerano due o più rami inseriti in parallelo fra due punti in cui vi abbia una differenza di potenziale alternativa sinusoidale d, vi sarà in ciascun ramo una corrente alternativa, la quale, supponendo che non vi sia da tener conto di azioni induttive mutue fra i diversi rami, dipenderà da d e dalle condizioni di resistenza e di reattanza del ramo stesso. La sua rappresentazione potrà aversi con una costruzione uguale alla precedente, prendendo ora ON (fig. 56) a rappresentare la comune differenza di potenziale.

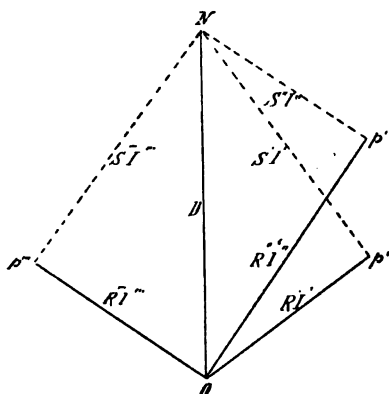



Fig. 56

Si avranno per le singole correnti equazioni della forma

$$\overline{Z}'\,\overline{I}' = \overline{D}, \quad \overline{Z}''\,\overline{I}'' = \overline{D}, \quad \overline{Z}'''\,\overline{I}''' = \overline{D}, \ldots$$

oppure

$$\overline{I}' = \overline{W}'\,\overline{D}, \quad \overline{I}'' = \overline{W}''\,\overline{D}, \quad \overline{I}''' = \overline{W}'''\,\overline{D}, \ldots\ldots$$

dove $\overline{Z}'$, $\overline{Z}''$, $\overline{Z}'''$,....; $\overline{W}'$, $\overline{W}''$, $\overline{W}'''$.... indicano le rispettive impedenze e le loro inverse. Onde si vede che le intensità si distribuiscono nei diversi rami in ragione inversa delle singole impedenze e quindi in ragione diretta della $\overline{W}'$, $\overline{W}''$, $\overline{W}'''$....

La somma geometrica o risultante delle singole intensità rappresenta l'intensità totale, cioè l'intensità della corrente che dal circuito principale va a ripartirsi nel fascio di rami in parallelo; la quale sarà espressa da

$$\overline{I} = \overline{W}\,\overline{D}$$

denotando con $\overline{W}$ la somma geometrica $\overline{W}' + \overline{W}'' + \ldots$

La $\overline{W}$ così definita è quella che competerebbe ad un ramo unico equivalente al fascio di rami in parallelo, e i relativi valori di U e V corrispondono semplicemente alla somma $U' + U'' + \ldots$, ed alla somma algebrica $V' + V'' + \ldots$: talchè si ha che per un sistema di rami in parallelo le *ammettenze*, o inverse delle impedenze, si sommano geometricamente e le loro componenti si sommano aritmeticamente o algebricamente.

Dai valori di U, V, $\overline{W}$ si deducono poi la resistenza R, la reattanza S e l'impedenza $\overline{Z}$ del ramo equivalente, mediante le relazioni

$$R = \frac{U}{W^2}, \; S = \frac{V}{W^2}; \; \overline{Z} = \frac{1}{\overline{W}};$$

e quindi l'angolo di fase φ, la cui tangente è data dal rapporto $S : R = V : U$.

La differenza di fase fra le correnti di due rami quali si voglia, p. es. fra la I' e la I'', sarà data da

$$\operatorname{tang}(\varphi'-\varphi'')=\frac{\operatorname{tang}\varphi'-\operatorname{tang}\varphi''}{1+\operatorname{tang}\varphi'\operatorname{tang}\varphi''}=$$

$$=\frac{S'/R'-S''/R''}{1+S'/R'.\,S''/R''}=\frac{S'R''-S''R'}{R'R''+S'S''}.$$

Essa, come si vede, non dipende che dalle condizioni dei due rami ed è indipendente dal resto del fascio.

L'intensità totale, si è detto, corrisponde alla somma geometrica o risultante delle singole intensità. Ora può darsi, contrariamente a ciò che accade per le correnti continue, che questa risultante sia minore di alcuna delle componenti ed anche minore di ognuna di esse.

Consideriamo per es. il caso di due soli rami derivati aventi ambedue una resistenza molto piccola ed invece una reattanza considerevole, e supponiamo che per uno di essi tale reattanza sia dovuta all'autoinduzione e quindi sia positiva, e nell'altro dipenda dall'inserzione di un condensatore e sia perciò negativa. Le rette Oq', Oq'' (fig. 57) rappresentatrici delle rispettive inten-

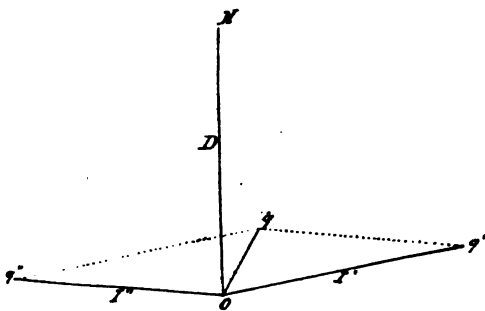



Fig. 57

sità verranno a cadere l'una a destra e l'altra a sinistra di ON, e saranno pressochè ad angolo retto con essa; e si vede come la loro risultante Oq possa riu-

scire comparativamente piccola e minore di ciascuna di esse.

Supponendo addirittura trascurabile la resistenza dei due rami e le loro reattanze uguali e di segno opposto, talchè sia $L'\omega = \frac{1}{C''\omega}$, dove L' è il coefficiente di autoinduzione del primo circuito e C'' è la capacità del condensatore inserito nel secondo, avremo in tal caso Oq' e Oq'' ad angolo retto con ON e quindi opposte fra loro, ed inoltre di lunghezza uguale: onde la loro risultante si ridurrà a zero. In questo caso i due rami vengono a costituire insieme un circuito il cui periodo proprio di oscillazione, determinato dall' equazione $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L'C''}}$, coincide con quello della differenza di potenziale d: onde vi ha risonanza.

La detta differenza di potenziale non fa che eccitare le oscillazioni proprie di siffatto circuito, il quale non riceve dal di fuori che una corrente trascurabile.

§ 123. **Lavoro di una *f. e. m.* alternativa.** — Da quanto si è detto risulta che la *f. e. m.* si può considerare in generale come divisa in due parti, una delle quali va consumata contro la resistenza ed è in fase con la corrente, e l' altra serve a vincere la reattanza ed è in quadratura colla corrente stessa. La prima fa un lavoro che si traduce in calore svolto, mentre la seconda, impegnata nella vicenda delle fluttuazioni dell' energia elettrostatica ed elettrocinetica, non fa in complesso alcun lavoro: poichè la successione di lavori positivi e negativi corrispondenti alle variazioni periodiche dell' energia dà una somma algebrica uguale a zero. Perciò la prima chiamasi *componente attiva* e l' altra *componente reattiva.*

Nel calcolo del lavoro entra quindi in considerazione solo la prima, il cui valor massimo è rappresentato da RI ovvero $E\cos\varphi$ ed il valore efficace da $R\mathfrak{J}$ ovvero

$\mathcal{E} \cos \varphi$: moltiplicando quest' ultimo per il valore efficace dell' intensità si ha l' espressione della potenza, cioè del lavoro per unità di tempo della *f. e. m.*, sotto la forma

$$R \mathfrak{I}^2 \text{ ovvero } \mathcal{E} \mathfrak{I} \cos \varphi .$$

Coi valori massimi le stesse espressioni sono rappresentate da

$$\frac{1}{2} R I^2 \text{ ovvero } \frac{1}{2} E I \cos \varphi .$$

L' espressione $R \mathfrak{I}^2$, corrispondendo alla media dei valori istantanei $R i^2$, significa anche il calore svolto dalla corrente nell' unità di tempo conforme alla legge di Joule, cioè l' effetto in cui l' anzidetto lavoro si traduce. L' espressione $\mathcal{E} \mathfrak{I} \cos \varphi$ mediante il fattore $\cos \varphi$ mostra come questo lavoro dipenda essenzialmente dalla fase, diventando, a parità di altre circostanze, tanto più piccolo quanto più la differenza di fase si avvicina ad un angolo retto.

Allo stesso risultato si giunge considerando invece risoluta la $\overline{I}$ (§ 121) in due componenti $U\overline{E}$ e $i V \overline{E}$, la prima in fase con E e la seconda in quadratura e di valor massimo rispettivo UE e VE. Il lavoro dipende solo dalla prima, che per analogia si può chiamare *corrente attiva*, mentre la componente in quadratura è una *corrente reattiva* che non importa alcun lavoro rispondendo alla suddetta fluttuazione dell' energia. Facendo infatti il prodotto di $\mathcal{E}$ per $U\mathcal{E}$ e tenuto conto del valore di U, si ritrova per il lavoro il valore dato di sopra.

Osserviamo da ultimo che i caratteri generali dei fenomeni si mantengono gli stessi anche quando non si verifichi esattamente la legge sinusoidale che si è posta a base della trattazione. E così in particolare la potenza, o il lavoro effettivo per l' unità di tempo, risulta generalmente diverso dal lavoro apparente, dato dal pro-

dotto $\mathcal{E}\mathcal{I}$, e minore di esso. Indicando con P la potenza, il rapporto

$$\frac{P}{\mathcal{E}\mathcal{I}}$$

è quindi in generale minore di 1. Quando si tratta di legge sinusoidale il valore di quel rapporto è rappresentato, come si è visto, da $\cos\varphi$, φ essendo la differenza di fase fra la *f. e. m.* e l'intensità di corrente. Trattandosi invece di legge non sinusoidale e di curve non simili per la *f. e. m.* e l'intensità, riuscirebbe molto difficile definire la differenza di fase: e allora a questo ufficio può farsi servire il valore del detto rapporto, chiamato sovente *fattore di potenza*, che, per essere sempre minore di 1, può venire considerato come il coseno di un angolo, il quale si prende come angolo di fase.

Le cose dette ora rendono ragione delle osservazioni fatte al § 102 parlando dei *wattometri* o misuratori di potenza; e mostrano anche come un wattometro che dia la misura di P, associato con un voltometro ed un amperometro, che facciano conoscere separatamente $\mathcal{E}$ ed $\mathcal{I}$ e quindi il prodotto $\mathcal{E}\mathcal{I}$, possa servire a misurare le differenze di fase.

§ 124. **Regime dei circuiti a corrente alternativa.** — L'uso delle rette rappresentative o dei numeri complessi permette di ridurre la trattazione delle correnti alternative ad equazioni della stessa forma di quelle delle correnti continue. Così, insieme con l'equazione relativa alla legge di Ohm, sono applicabili alle correnti alternative le equazioni di Kirchhoff (§ 64): intendendo sempre che le equazioni si prendano in senso geometrico, o come equazioni fra quantità complesse, e che al posto delle resistenze compariscano dappertutto le impedenze. Dopo quanto si è detto, ciò appare evidente nel caso in cui non vi sia da tener conto di induzioni mutue; poichè allora dalle equazioni di Ohm e Kirchhoff applicate ai

valori istantanei si viene senz' altro ad equazioni vettoriali o complesse della stessa forma. Quando entrano in giuoco le induzioni mutue, la loro azione, come vedremo, si traduce in una modificazione delle impedenze, le quali allora non dipendono più soltanto dalle resistenze e reattanze proprie delle parti prese di per sè; ma le equazioni possono ancora ridursi alla stessa forma.

Questa somiglianza formale delle equazioni non toglie che, trattandosi qui di relazioni vettoriali, vi siano notevoli differenze di comportamento e che i circuiti a correnti alternative posseggano proprietà peculiari che non hanno riscontro nel caso delle correnti continue e derivano dall' influenza della *fase*: elemento nuovo che imprime una fisonomia speciale ed un carattere di grande varietà alle manifestazioni, come già appare da quanto finora si è detto.

Così p. es. per regolare l'intensità della corrente in un circuito a corrente continua alimentato da una data *f. e. m.* non vi ha altro mezzo che quello di modificare la resistenza del circuito. Con correnti alternative invece lo stesso effetto si può ottenere anche modificando la reattanza, con questa differenza: che mentre l'aggiunta in serie di una nuova resistenza importa necessariamente un aumento della resistenza del circuito, l' aggiunta di una nuova reattanza, per esservi reattanze positive e reattanze negative, può significare una diminuzione, quando essa sia di segno contrario a quella che già prima esisteva. A ciò si aggiunge: che mentre l' inserzione di una resistenza r nel circuito implica una dissipazione di energia, perchè la forza controelettromotrice rI, cui essa dà luogo, assorbe in ogni caso un lavoro $rI.I = rI^2$ che si traduce in calore, una reattanza invece, introducendo una forza controelettromotrice in quadratura con I, produce la diminuzione della corrente senza consumo di lavoro. Questo rappresenta in pratica un vantaggio considerevole che consiglia a sostituire

all' uso degli ordinarii reostati quello di spirali di resistenza minima e di induttanza relativamente grande e variabile costituita da rocchetti con una cavità interna nella quale si fa entrare a piacimento un nucleo formato da fasci di fili di ferro.

Un' altra differenza caratteristica si riscontra nella distribuzione dei valori del potenziale lungo il circuito. In un circuito a corrente continua la differenza D_{ab} di potenziale fra le estremità a e b di un tratto in cui non abbia sede alcuna *f. e. m.*, differenza espressa da $R_{ab}\, I$ dove R_{ab} indica la resistenza del tratto, è sempre minore della *f. e. m.* complessiva agente nel circuito, rappresentata dal prodotto $R\,I$ della resistenza totale per l' intensità I; e non può che crescere per ogni nuova porzione che si aggiunga fra a e b. In un circuito a corrente alternata si hanno espressioni della stessa forma:

$$\overline{D}_{ab} = \overline{Z}_{ab}\, \overline{I}, \qquad \overline{E} = \overline{Z}\, \overline{I};$$

ma qui Z_{ab} può benissimo essere maggiore di Z e quindi D_{ab} maggiore di E: ed una porzione aggiunta fra a e b può importare una diminuzione di Z_{ab} anzichè un aumento, qualora la porzione aggiunta contenga una reattanza di segno contrario a quella preesistente.

Supponendo p. es. un circuito di resistenza totale R assai piccola nel quale si succedano in serie in due tratti diversi due reattanze relativamente grandi e prossimamente uguali ed opposte, la Z differirà poco da R e sarà piccola, mentre la Z_{ab}, qualora il tratto $a\,b$ comprenda una delle due reattanze e non l' altra, avrà un valore in relazione con la grandezza della reattanza medesima: onde il rapporto $Z_{ab} : Z$, e quindi il rapporto $D_{ab} : E$, potrà non solo essere maggiore di 1, ma essere espresso da un numero molto grande. E si vede altresì come D_{ab} potrà essere impiccolita mediante l' inserzione fra a e b di una reattanza di segno contrario a quella che già vi si trova.

Quel che si dice per le differenze di potenziale relative ai diversi tratti in serie di un medesimo circuito, i cui rapporti corrispondono ai rapporti delle rispettive impedenze, può ripetersi per le intensità nei diversi rami in parallelo di un sistema di correnti derivate (§ 122), i cui rapporti sono determinati dai rapporti delle rispettive ammettenze: alla *f. e. m.* agente nel circuito nel primo caso viene qui a corrispondere l'intensità totale, che si è già notato poter essere inferiore alle intensità dei singoli rami.

Per meglio mettere in rilievo i caratteri dei circuiti a corrente alternativa prenderemo a considerare partitamente un caso di pratica importanza: quello di un circuito che comprenda un *generatore* della corrente, un *ricevitore* in cui la corrente venga utilizzata ed una *linea* che serva di collegamento fra i due.

Se si trattasse di una corrente continua, denotando con E la *f. e. m.* del generatore, con D la differenza di potenziale ai capi del ricevitore, con I l'intensità della corrente e con R la resistenza della linea, compresa la resistenza interna del generatore, si avrebbe la relazione

$$E = D + RI;$$

alla quale fa qui riscontro la relazione vettoriale

$$\overline{E} = \overline{D} + \overline{Z}\,\overline{I},$$

che si può tradurre brevemente dicendo: che *la* f. e. m. *del generatore corrisponde alla somma geometrica della differenza di potenziale ai capi del ricevitore e della forza controelettromotrice derivante dall'impedenza della linea.*

Ora una somma geometrica dipende non solo dalla grandezza ma anche dalla direzione delle componenti: onde si vede come sulla variazione del potenziale lungo la linea debbano in generale avere influenza le relazioni di fase che saranno determinate dalle condizioni del ricevitore e della linea.

Quanto al ricevitore nel quale, oltre alle condizioni di resistenza e di reattanza, potrà per la natura delle sue funzioni intervenire talvolta uno sviluppo di forze elettromotrici interne, vi saranno da considerare i tre casi: che $\overline{I}$ sia in fase con $\overline{D}$, o che $\overline{I}$ sia in ritardo, o in precedenza.

Ciascuno poi di questi tre casi si può suddividere in altri tre per riguardo alle condizioni della linea, secondo che questa contenga:

a) una pura resistenza senza reattanza;

b) una reattanza positiva;

c) una reattanza negativa.

Assunta a piacere una direzione nel piano per rappresentare l'intensità $\overline{I}$, la direzione della retta rappresentativa di $\overline{D}$ coinciderà con quella nel 1.° dei tre casi suindicati, cadrà a sinistra della medesima nel 2.° e cadrà a destra nel 3.°; mentre la direzione della retta rappresentativa di $\overline{Z}\,\overline{I}$, ossia della *f. c. e. m.* dovuta all'impedenza della linea, sarà alla sua volta coincidente con la direzione predetta nel caso *a*), cadrà a sinistra di essa nel caso *b*) e a destra di essa nel caso *c*). Onde potrà succedere tanto che le direzioni di $\overline{D}$ e di $\overline{Z}\,\overline{I}$ coincidano o differiscano di poco, quanto che esse includano un angolo considerevole che può arrivare fin presso a due angoli retti, qualora $\overline{D}$ e $\overline{Z}\,\overline{I}$ cadano da parti opposte e sieno pressochè in quadratura con la $\overline{I}$.

Quando l'angolo fra $\overline{D}$ e $\overline{Z}\,\overline{I}$, che chiameremo ψ, è nullo o piccolissimo, la loro risultante, che come si è detto corrisponde alla *f. e. m.* del generatore, è uguale in grandezza alla somma delle loro grandezze o ne differisce di poco; ma la sua grandezza decresce poi rapidamente col crescere dell' angolo suddetto.

Ne segue che quando ψ è piccolo, E supera D di una grandezza presso a poco uguale a ZI, mentre a misura che ψ va crescendo, E si accosta a D sino ad eguagliarlo, e poi, seguitando ancora, diviene inferiore ad esso. Vice-

versa, supponendo E fisso, D cresce col crescere di ψ fino a raggiungere e quindi superare il valore di E.

In altre parole, la caduta del potenziale lungo la linea, che è massima ed uguale all' intero importo di ZI quando $\psi = 0$, decresce col crescere di ψ fino a ridursi a zero e convertirsi in aumento.

§ 125. **Regolazione in serie e in parallelo.** — La direzione di $\bar{Z}\bar{I}$ dipende dalla grandezza e dal segno del rapporto $S : R$, che rappresenta la tangente dell' angolo che la detta direzione fa con la direzione di $\bar{I}$. Facendo variare, mediante l' inserzione di una reattanza convenientemente scelta, la direzione di $\bar{Z}\bar{I}$, si può dunque modificare il valore di ψ, il quale corrisponde alla somma o alla differenza degli angoli che fanno con la $\bar{I}$ le direzioni di $\bar{D}$ e di ZI secondo che esse cadono da parti opposte o dalla stessa parte. Onde supponendo data la direzione di $\bar{D}$, dipendente dalle condizioni del ricevitore, ed indicando con φ l' angolo compreso fra $\bar{I}$ e $\bar{D}$, considerato in valore assoluto, si puo far variare ψ da zero fino al limite $\frac{\pi}{2} + \varphi$.

Questo limite cresce dunque con φ, e quando φ si avvicina a 90°, esso si avvicina a 180°.

In quest' ultimo caso si può sempre arrivare a valori di ψ tali che D riesca maggiore di E, come si vede dal-

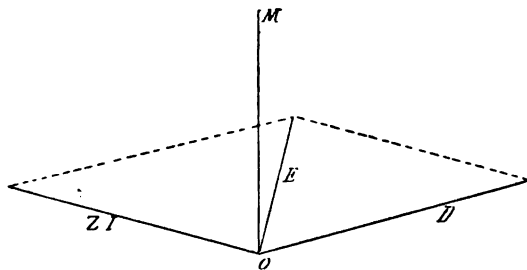



Fig. 58

l' esempio rappresentato dalla fig. 58: onde si ha questo

fatto notevole, che mediante l' inserzione sulla linea di una induttanza o di una capacità, a seconda dei casi, si può elevare la differenza di potenziale ai capi del ricevitore.

L' effetto suindicato proviene dalla variazione della componente reattiva della *f. e. m.* che la reattanza aggiunta sulla linea in ***serie col ricevitore***, come qui si è supposto, determina modificando la S e con essa la *f. c. e. m.* $i\overline{S I}$ in quadratura con $\overline{I}$: e si può regolare S in modo che $S I$ sia uguale ed opposta alla componente D sen φ della D in quadratura con I, con che $\overline{D} + \overline{Z}\,\overline{I}$ si riduce alla sola componente in fase con $\overline{I}$ e quindi $\overline{E}$ si riduce alla sola componente attiva, e si ha

$$E = D\cos\varphi + R I.$$

Così $D\cos\varphi$ viene a corrispondere alla grandezza della *f. e. m.* diminuita della parte $R I$ consumata contro la resistenza: onde se quest' ultima è relativamente piccola, il valore di D coll' impiccolire di $\cos\varphi$ può riuscire maggiore di E e divenire grandissimo qualora φ si accosti a $\frac{\pi}{2}$.

Questa sopraelevazione di tensione è in pieno accordo con quanto si disse nel § precedente circa la distribuzione del potenziale: poichè qualunque sia la causa cui è dovuto lo spostamento di fase φ, esso può rappresentarsi come l' effetto di una reattanza che si trovi nel circuito del ricevitore, cui si contrappone la reattanza compensatrice inserita nella linea. Siamo dunque ancora nel caso che là considerammo, di due reattanze sensibilmente uguali ed opposte messe in serie sullo stesso circuito.

Nelle condizioni suddette la E, per la mancanza della componente reattiva, vien tutta utilizzata alla produzione di lavoro, e la potenza sviluppata dal generatore viene data senz' altro dal prodotto $\mathfrak{I}.\mathfrak{E}$, Giusta l' equazione precedente essa si divide nella parte $R\,\mathfrak{I}^2$

che va perduta in calore lungo la linea e nella parte $\mathfrak{D}\mathfrak{J}\cos\varphi$ impressa al ricevitore.

In altro modo si può ottenere la regolazione del circuito mediante l'aggiunta di una reattanza *in parallelo col ricevitore.*

Immaginando $\overline{I}$ divisa in due componenti $\overline{I}_1$ e $\overline{I}_2$, la prima, di grandezza $I\cos\varphi$, in fase con $\overline{D}$ e la seconda, di grandezza $I\,\mathrm{sen}\,\varphi$, in quadratura, si può regolare la reattanza aggiunta in modo che la corrente $\overline{I}_3$ derivata attraverso la medesima componendosi con la $\overline{I}_2$ faccia sì che sulla linea, dove la corrente viene poi a risultare dalla somma $\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3$, la parte $\overline{I}_2 + \overline{I}_3$ in quadratura con $\overline{D}$ sia modificata a piacere.

Essa può p. es. essere ridotta a zero, con che la linea non porterà che la $\overline{I}_1$ che entra sola in conto nella potenza impressa al ricevitore. Così la perdita in calore lungo la linea si ridurrà ad $^1/_2\,RI_1^2$ dal valore $^1/_2\,RI^2 = {}^1/_2\,R\,(I_1^2 + I_2^2)$ che avrebbe avuto senza la derivazione aggiunta. — Supponendo ad es. $\cos\varphi = 0{,}6$ e quindi $I_1 = 0{,}6\,I$, sarebbe $RI_1^2 = 0{,}36\,RI^2$, e la perdita in calore sarebbe ridotta a poco più del terzo. Ciò mostra l'importanza pratica che può avere questa disposizione in quei casi in cui un ricevitore pel quale $\cos\varphi$ sia piccolo venga alimentato mediante una lunga linea.

In generale, si ha che l'effetto immediato di ogni derivazione che esista o che venga aggiunta fra due punti della linea in parallelo col ricevitore si traduce in una variazione della $\overline{I}$ sulla linea, la quale poi mediante il termine $Z\overline{I}$ influisce sulla distribuzione del potenziale lungo la linea e sulla relazione fra $\overline{E}$ e $\overline{D}$.

E si vede, dietro le considerazioni del § precedente, come l'effetto risultante venga a dipendere sia dalle condizioni della linea, sia da quelle del ricevitore: talchè può, a seconda di tali condizioni, l'intensità della corrente sulla linea essere maggiore o minore di quella

del ricevitore e la differenza di potenziale andare crescendo o decrescendo dal ricevitore al generatore. Resta quindi, caso per caso, da esaminare le condizioni stesse per giudicare in concreto.

Talvolta la regolazione può essere intesa a conseguire effetti speciali. Come caso interessante citiamo il seguente. Suppongasi di avere in serie sulla linea una reattanza S e in parallelo col ricevitore una reattanza uguale e di segno opposto $-S$, e suppongasi trascurabile la resistenza della linea: avremo $\bar{D} = -iS\bar{I}_3$, denotando come sopra con $\bar{I}_3$ la corrente derivata, e quindi

$$\bar{E} = iS\bar{I} - iS\bar{I}_3 = iS(\bar{I} - \bar{I}_3): \quad \bar{I} - \bar{I}_3 = \frac{\bar{E}}{iS}.$$

Ora $\bar{I} - \bar{I}_3$ rappresenta la corrente che attraversa il ricevitore la quale, come si vede dalla sua espressione, non dipende che da $\bar{E}$ e da S ed è al tutto indipendente dalle condizioni del ricevitore; e quindi non varia comunque si facciano variare queste ultime, qualora si mantenga costante la $\bar{E}$. Abbiamo così la trasformazione di una distribuzione *a tensione costante* in una *a intensità costante.*

Suppongasi in secondo luogo il ricevitore, i cui capi indicheremo qui con a e b, privo di reattanza (come p. es. un circuito di lampade), e si abbia aggiunta in serie sopra uno degli estremi della linea che termina ad a una reattanza S compresa fra a ed un altro punto a' della linea, e quindi fra a' e b, in parallelo col sistema costituito dal ricevitore e da S, una reattanza $-S$: la linea sia del resto quale si voglia. Chiamando $\bar{D}'$ la differenza di potenziale fra a' e b, sarà

$$\bar{D}' = -iS\bar{I}_3, \quad \bar{D}' - \bar{D} = iS(\bar{I} - \bar{I}_3): \quad \bar{D} = -iS\bar{I};$$

onde si vede che la differenza $\bar{D}$ di potenziale ai capi del ricevitore non dipende che da $\bar{I}$ e da S e risulta

indipendente dalla resistenza del ricevitore stesso. Per $\overline{I}$ costante, $\overline{D}$ si mantiene costante comunque varii la detta resistenza; e quindi abbiamo una trasformazione reciproca della precedente, cioe ***da intensità costante a potenziale costante.***

Le due combinazioni si possono fondere insieme in un' unica combinazione reversibile: basta nella seconda aggiungere in serie sulla linea, prima del punto a', una reattanza S uguale a quella compresa fra a' ed a, e quindi uguale ed opposta a quella compresa fra a' e b, e supporre ora la linea priva di resistenza sensibile e di ogni altra reattanza: ne risulta un sistema che alimentato a tensione costante (E cost.) dà nel ricevitore una corrente d'intensità costante, cioè indipendente dalla sua resistenza; e reciprocamente alimentato a intensità costante (I cost.) dà ai capi del ricevitore una differenza D di potenziale parimenti costante o indipendente dalla sua resistenza.

Basti ciò che si è detto a dare un' idea degli svariati effetti determinati dal giuoco delle reattanze e del loro uso per regolare le condizioni dei circuiti a corrente alternativa.

§ 126. **Considerazioni pratiche.** — Le reattanze positive provengono, come si è visto, dalle induttanze. Il circuito di una corrente possiede sempre una certa induttanza propria, perchè non si può mai rendere addirittura nullo il flusso di induzione magnetica concatenato col circuito: essa dipende dalla disposizione del circuito e dalla permeabilità magnetica dei corpi che si trovano nel campo magnetico.

Dove non intervengono il ferro, l'acciaio, e in generale le sostanze fortemente magnetiche, le induttanze per una determinata disposizione dei circuiti hanno un valore determinato e costante; dove invece quelle intervengono, le induttanze acquistano valori molto

più elevati, ma cessano di essere costanti, per il variare della permeabilità insieme con l'intensità del campo, il che complica le relazioni ed impedisce una trattazione rigorosa dando alle relazioni stesse il carattere di relazioni approssimate.

L'induttanza di un circuito non può, si è detto, essere mai nulla, come non può essere nulla la resistenza; ma può alle volte essere così piccola da potersi trascurare senza troppo grave errore: ed è questo che s' intende quando si parla di circuiti non induttivi o resistenze non induttive.

Tale è p. es. il caso per una linea formata da due fili cilindrici che corrano paralleli e vicini l' uno all' altro, la cui induttanza L in unità assolute si calcola colla formola

$$L = 2l\left(\log\frac{d^2}{rr'} + \frac{1}{2}\right)$$

l denotando in *cm.* la lunghezza della linea, r ed r' i raggi dei fili, d la distanza dei loro assi, e il segno *log* riferendosi ai logaritmi naturali che corrispondono ai logaritmi decimali moltiplicati per il fattore 2,3. Il minimo valore di L si ha quando i due fili sono ravvicinati fino al limite di contatto e sono di ugual raggio: allora $d = r + r' = 2r$; $L = 2l\ \left(\log 4 + \frac{1}{2}\right) = 3{,}7726\ l.$ Questo valore va poi diviso per 10^9 per ridurlo in *henry*, e viene quindi ad essere rappresentato da un numero assai piccolo per linee di moderata lunghezza.

Meglio ancora se si tratta di un cavo concentrico costituito da un conduttore centrale cilindrico e da un altro tubulare che circondi il primo e sia conassiale con esso, nel qual caso si ha

$$L = 2l\log\frac{r'}{r}$$

dove l indica come sopra la lunghezza della linea, r il raggio del cilindro interno ed r' il raggio esterno del tubo che si suppone di spessore assai piccolo. — Oltre il caso delle linee, l' esempio più comune di resistenze considerate come non induttive è quello offerto dai circuiti di lampade.

Le reattanze negative provengono dagli effetti di capacità e variano in ragione inversa di questa.

Ogni circuito è anche dotato di capacità; ma al contrario dell' induttanza, la capacità in condizioni ordinarie si presenta in parallelo. Infatti non si hanno in pratica condensatori in serie se non s' introducono apposta o non risultano come conseguenza di una interruzione; mentre per effetto della distribuzione del potenziale lungo la linea ogni piccolo tratto di questa funge naturalmente da condensatore in parallelo.

Così in un cavo concentrico i due conduttori separati dall' isolante interposto rappresentano le armature di un vero condensatore cilindrico. La sua capacità in unità elettrostatiche si calcola colla formola

$$C = \frac{k\, l}{2 \log \frac{r'}{r}}$$

dove r' è il raggio interno del tubo, r è come sopra il raggio del cilindro interno, l la lunghezza del cavo e k denota la costante dielettrica dell' isolante. La riduzione in *microfarady*, si ottiene dividendo per $0{,}9.\,10^6$.

Nel caso di due cavi paralleli ognuno di essi equivale ad un condensatore avente per armatura esterna l' involucro metallico protettore del cavo: le due armature esterne comunicano fra di loro per mezzo della terra o dell' acqua in cui sono immerse, e però il sistema dei due canapi equivale a due condensatori cilindrici disposti in tensione (§ 31); e la sua capacità C si

desume dalle capacità C_1 e C_2 di questi ultimi mediante la relazione

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}: \quad C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Nelle linee aeree il campo elettrico si stabilisce fra i due conduttori e fra ognuno di questi e la terra. È quindi la risultante di due effetti per il calcolo dei quali servono di norma le due formule

$$C = \frac{l}{4 \log \frac{d}{r}}, \quad C = \frac{l}{2 \log \frac{d}{r}}$$

la prima delle quali dà l' espressione approssimata della capacità per due fili di raggio r relativamente piccolo tesi parallelamente nell' aria alla distanza d, e la seconda dà quella di un filo solo teso nell' aria alla distanza d dalla terra.

La capacità in questo caso è assai minore, ma non sempre trascurabile : tanto più che gl' isolatori da cui il filo è sorretto contribuiscono ad aumentarla equivalendo a condensatori posti in derivazione fra il filo e la terra.

Di queste condizioni conviene tener conto nello studio delle trasmissioni di correnti alternative.

La valutazione esatta degli effetti della capacità distribuita con continuità sulle linee porta in generale a calcoli complicati; ma nella maggior parte dei casi può bastare la valutazione approssimata che si ottiene considerando un condensatore di capacità uguale a quella dell' intera linea, messo in derivazione sul mezzo di questa. Un' approssimazione anche maggiore si ha considerando tre condensatori, uno di capacità uguale a $^2/_3$ della capacità totale posto come sopra nel mezzo, e gli altri due, ciascuno di capacità uguale ad $^1/_6$, posti alle

estremità della linea in parallelo rispettivamente col generatore e col ricevitore.

Quanto poi all' uso delle capacità introdotte apposta a scopo di regolazione, ossia all' impiego di condensatori in serie o in parallelo, vi è da osservare che siccome la reattanza S derivante da una capacità C, prescindendo dal segno, è rappresentata da $\frac{1}{C\omega}$, se si considerano le ordinarie frequenze, a capacità di moderata grandezza vengono a corrispondere valori considerevoli di S e quindi piccoli valori per l' intensità di corrente, che risulta dividendo per S la differenza di potenziale, a meno che non si abbiano valori elevati per quest' ultima. Data la difficoltà di avere dei condensatori la cui capacità superi pochi *microfaraday*, questo mostra che l' impiego pratico dei condensatori è limitato al caso di correnti ad alta tensione: perchè è solo in questo caso che da un lato si potranno avere correnti d' una certa intensità con capacità moderate, mentre d' altro lato a intensità moderate corrisponderanno valori considerevoli della potenza.

Così mentre con una differenza di potenziale efficace di 100 *volta*, supponendo $\omega = 300$ (che corrisponde prossimamente a 48 alternazioni per secondo), l' intensità efficace sarebbe solo di 0,03 *ampère* per un *microfaraday* e la potenza di 3 *watt* al massimo, con 1000 *volta* si avrebbero rispettivamente 0,3 *ampère* e 300 *watt*, e salendo a 10000 *volta* si avrebbero 3 *ampère* e 30 *chilowatt*. Onde si vede come nelle distribuzioni ad alta tensione, potendo disporre di condensatori della capacità di qualche *microfaraday* e capaci di sopportare tensioni siffatte, si possa, mediante un impiego razionale, trarne vantaggi rilevanti.

La costruzione di condensatori di carattere industriale per alte tensioni viene per ciò ad acquistare una grande importanza; ed il problema pare ora in via di

soluzione per opera principalmente del prof. LOMBARDI, il quale ha recentemente indicato un processo per costrurre dei condensatori a lamine di paraffina che sembrano rispondere a tutte le esigenze.

Aggiungeremo qualche ulteriore avvertenza in ordine all' impiego dei condensatori in serie per prevenire la deduzione di conseguenze illusorie da ciò che di sopra si è detto e richiamare ancora l' attenzione sopra gli effetti di sopraelevazione di tensione di cui si è già fatto cenno: e per maggior chiarezza ci riferiremo ad un caso concreto. Si supponga un circuito della resistenza di 1 *ohm* e di reattanza induttiva relativamente grande $S = L\omega = 900$ *ohm* ($L = 3$ *henry*, $\omega = 300$) alimentato da una *f. e. m.* di 100 *volta* efficaci. L' intensità efficace della corrente sarebbe così senz' altro di poco superiore a 0,11 *ampère*: aggiungendo in serie un condensatore di una capacità di 3,7 *microfaraday* ($C = 3{,}7 \,.\, 10^{-6}$), si avrebbe prossimamente $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ e vi sarebbe quindi il compenso, e la corrente dovrebbe elevarsi a 100 *ampère*.

Ciò è perfettamente giusto in astratto; ma è attuabile?

Si rifletta che la differènza di potenziale sulle armature per una corrente di 100 *ampère*, essendo qui

$$\frac{1}{C\omega} = 900,$$

risulterebbe uguale a 90000 *volta* efficaci, e che è impossibile avere un condensatore di tale capacità atto a sopportare una tale tensione: la quale del resto supera di molto il limite ritenuto finora come ammissibile in pratica.

Onde si vede che i calcoli fondati sul computo delle reattanze senza tenere conto della sopraelevazione di

tensione a cui il compenso dà luogo, possono condurre a conseguenze non pratiche. Conviene quindi sempre aver riguardo ai valori della tensione e al limite superiore ammissibile per questa.

Denotando con Δ questo limite, il rapporto $\Delta : S'$, dove S' significa una reattanza da compensare, ci indicherà il limite superiore I dell'intensità ammissibile. Dividendo per quest'ultimo il valore della *f. e. m.* agente nel circuito si avrà il limite inferiore dell'impedenza totale, da cui si desume poi il valore della reattanza S'' di compensazione occorrente per conseguire la detta intensità.

Nell'esempio precedente assumendo $\Delta = 10000$ *volta* efficaci, ed essendo $S' = L\omega = 900$, si ha per l'intensità il valore $10000 : 900 = 100 : 9$; per il qual numero dividendo il numero 100 che esprime il valore efficace della *f. e. m.*, si ottiene per l'impedenza totale il valore $Z = 9$. Dopo di che mediante l'equazione $Z^2 = R^2 + (S' - S'')^2$ si deduce il valore di $S'' = S' - \sqrt{Z^2 - R^2}$, dove ponendo per S', Z, R i relativi numeri 900, 9, 1, risulta prossimamente $S'' = 891$; e poichè $S'' = 1 : C\omega$, si ha così per la capacità C di compensazione

$$C = 1 : S''\omega = 1 : 891 \times 300 = 1 : 267300 = 3.741.10^{-6}$$

ossia $C = 3{,}741$ *microfaraday*. La differenza col valore $C = 3{,}7$ trovato di sopra pel caso della compensazione completa (risonanza) è assai piccola, ma questa basta per ridurre la sopraelevazione di tensione da 90000 a 10000 *volta*.

In quei casi in cui la risonanza può, come qui, portare sopraelevazioni pericolose, conviene pertanto prevenire la possibilità che per effetto di eventuali variazioni dei valori delle reattanze essa abbia a prodursi con conseguenze dannose: il che può farsi con qualche disposizione che impedisca all'intensità della corrente di superare un limite prefisso determinando la

interruzione del circuito prima che ciò accada. Servono a tal uopo gl' *interruttori automatici*, il cui tipo più semplice è rappresentato dalle così dette *valvole fusibili*, consistenti in conduttori che inseriti in circuito vengono a fondersi quando per il crescere dell' intensità il riscaldamento arriva ad un certo punto, e così producono la rottura del circuito stesso.

§ 127. **Effetti delle alte frequenze.** — Si è detto che ogni linea possiede una certa induttanza ed una certa capacità distribuita lungo il suo corso, i cui effetti possono nei casi ordinarii trascurarsi o valutarsi approssimativamente mediante uno o più condensatori che si suppongano messi in derivazione sulla linea. Ma se dalle frequenze abituali si passa a considerare frequenze più alte, specialmente quando si tratta di lunghe linee, l' azione combinata dell' induttanza e della capacità, accentuandosi, imprime ai fenomeni un carattere particolare e più complesso di cui conviene tener conto.

L' intensità della corrente viene a variare con continuità lungo la linea, sia in grandezza sia in fase, per le derivazioni dovute alla capacità, e così pure va variando la differenza di potenziale. Si trova, nel caso più semplice, che i valori massimi dell' intensità lungo la linea, a partire dal generatore, vanno decrescendo con legge geometrica col crescere della distanza, talchè il rapporto per due punti equidistanti si mantiene costante; mentre gli angoli di fase vanno decrescendo in progressione aritmetica, cioè presentano per punti equidistanti una differenza costante. Quel che si è detto dell' intensità vale anche per le differenze di potenziale.

Denotando con x la lunghezza della linea compresa fra il generatore e il punto che si considera, con D_x ed I_x i valori massimi della differenza di potenziale e dell' intensità e con d_x ed i_x i valori istantanei, si hanno per questi ultimi le espressioni

$$d_x = D_x \operatorname{sen}(\omega t - \alpha x), \quad i_x = I_x \operatorname{sen}(\omega t - \alpha x - \varphi)$$

dove D_x ed I_x vanno decrescendo in ragione geometrica, uguale per ambedue, mentre φ rappresenta la differenza di fase fra i_x e d_x, che si mantiene costante, ed αx rappresenta il comune ritardo progressivo di fase, α essendo pure una costante. Le costanti φ ed α definiscono le condizioni di fase, mentre il valore comune del rapporto di I_x o di D_x alla quantità stessa considerata nel punto che precede all' unità di distanza, o il suo logaritmo che indicheremo con λ (logaritmo delle differenze o *decremento logaritmico*), è un' altra costante che dà la misura del progressivo decremento di ampiezza.

A un dato istante t, l' intensità i_x sarà nulla in *tutti i punti* pei quali $\omega t - \alpha x - \varphi$ è nullo o uguale ad un multiplo di π: la distanza fra due consecutivi di questi punti viene così ad essere rappresentata da $\frac{\pi}{\alpha}$. Col procedere di t ognuno di questi punti, p. es. il primo pel quale si ha

$$\omega t - \alpha x - \varphi = o : \ x = \frac{\omega}{\alpha} t - \frac{\varphi}{\alpha}$$

si muove con velocità uniforme ed uguale ad $\frac{\omega}{\alpha}$. Si ha dunque un'*onda* che si propaga con velocità $\frac{\omega}{\alpha}$ e di cui $\frac{\pi}{\alpha}$ rappresenta la *semi-lunghezza* e $\frac{2\pi}{\alpha}$ la *lunghezza.*

In un *dato punto* x, l' intensità i_x sarà nulla in *tutti gl' istanti* in cui $\omega t - \alpha x - \varphi$ riesce come sopra nullo o uguale ad un multiplo di π: l' intervallo fra due successivi di questi istanti è dato da $\frac{\pi}{\omega}$, e rappresenta la durata di una *semi-onda:* $\frac{2\pi}{\omega}$ sarà quella di un' onda intera, la quale dunque coincide colla durata del periodo corrispondente alla frequenza.

Le stesse considerazioni valgono per la differenza di potenziale d_x.

Esse mostrano chiaramente la natura del fenomeno. Si ha, come si vede, una successione di onde che dal generatore vengono corrispondentemente alla frequenza trasmesse lungo la linea con velocità uniforme $\frac{\omega}{\alpha}$ e con ampiezza decrescente come per effetto di smorzamento, tanto per l' intensità come per la differenza di potenziale fra le quali si mantiene una differenza di fase costante rappresentata da φ. La misura dello smorzamento vien data dal suddetto decremento logaritmico λ: il quale poi, come tutte le altre quantità qui sopra considerate, viene a dipendere da ω, e cresce col crescere di ω. Perciò le onde corrispondenti ad alte frequenze si smorzano maggiormente: esse hanno anche una maggiore velocità di propagazione.

Tutte le nominate quantità dipendono naturalmente dall' induttanza e dalla capacità della linea: e segnatamente il decremento logaritmico cresce col crescere della capacità e decresce invece col crescere dell' induttanza.

Queste considerazioni trovano in particolare un'applicazione importante nel caso delle trasmissioni telefoniche. Quivi si tratta in generale di onde complesse risultanti dalla sovrapposizione delle onde corrispondenti ai diversi armonici che entrano sempre a costituire i suoni. Nella trasmissione i suoni più acuti corrispondendo a più alte frequenze risentono di più lo smorzamento. Ciò produce un' alterazione dei suoni composti, alla quale concorre anche la diversa velocità di propagazione delle onde corrispondenti a diverse frequenze.

Un altro effetto notevole delle alte frequenze si ha nella ineguale ripartizione della corrente nell' interno dei fili conduttori, con diminuzione d' intensità nella parte centrale del filo. La ragione di questo effetto è

facile ad intendersi. Le linee del campo magnetico generato dalla corrente, che nel caso di un conduttore cilindrico rettilineo sono rappresentate da circonferenze aventi il loro centro sull' asse del cilindro, corrono parte nello spazio esterno al cilindro e parte nell' interno: di guisa che immaginando il cilindro diviso in filamenti sottili, i filamenti centrali sono abbracciati da un maggior numero di linee d' induzione magnetica dei filamenti periferici; e quindi, se si tratta di corrente alternativa e perciò di campo alternativo, i filamenti centrali divengono sede di *f. c. e. m.* indotte più intense che determinano un indebolimento della corrente, onde l' intensità risulta in essi minore che nei filamenti periferici. Questo effetto non esiste con una corrente continua, la quale perciò si distribuisce uniformemente in tutta la sezione, ed è poco sensibile con correnti alternative di bassa frequenza; ma si accentua col crescere della frequenza: tanto che con frequenze molto alte la corrente si riduce quasi per intero in un sottile strato superficiale. A parità di frequenza esso cresce rapidamente colla sezione del filo.

La concentrazione della corrente verso la periferia della sezione equivale ad una diminuzione della sezione utile ed importa perciò un *aumento della resistenza* del filo e quindi anche un corrispondente aumento del calore svolto per l' effetto Joule. Ad altissime frequenze la resistenza oltre al crescere a dismisura tende altresì a diventare indipendente dalla resistenza specifica del conduttore: perchè lo strato in cui la corrente si riduce diviene tanto più sottile quanto più piccola è la detta resistenza specifica. Si ha vantaggio sostituendo un tubo ad un cilindro, ed in generale con tutte quelle forme che a parità di sezione offrono maggior superficie, come nastri o fasci di fili sottili tenuti a qualche distanza fra di loro.

Questi effetti si fanno sentire anch' essi sulle linee telefoniche. Acquistano poi un' importanza prevalente nel caso delle scariche oscillanti (§ 37, 119) che consistono

appunto in una successione di correnti alternative generalmente di altissima frequenza. Sono essi per es. che rappresentano la parte più essenziale nel comportamento dei *parafulmini.*

Nelle trasmissioni in uso per le applicazioni industriali, con fili di diametro generalmente inferiore a 1 cm. e con frequenze che abitualmente sono di 40 o 50 e ad ogni modo raramente superiori a 100, tali effetti possono invece ritenersi come trascurabili.

Da quanto si è detto poi s' intende come l' aumento di resistenza per la diminuzione della sezione utile del filo dovuta al condensamento superficiale della corrente, che in inglese con denominazione espressiva suol chiamarsi *skin-effect* (*skin*, pelle), si debba distinguere dall' aumento generale dell' impedenza del fascio di filamenti sottili che, come si disse, si può immaginare sostituito al filo. Vi ha col crescere della frequenza un aumento generale nelle reattanze dei filamenti, onde un aumento della reattanza del fascio, ed inoltre una variazione nella distribuzione delle reattanze stesse, perchè l' aumento è maggiore nei filamenti centrali che nei periferici, variazione che si ripercuote sul valore della resistenza propriamente detta (resistenza *ohmica*) accrescendola. Per una data intensità della corrente il primo effetto generale è espresso quantitativamente dall' aumento della *f. c. e. m.* (ZI) ed il secondo dall' aumento del calore svolto ($\frac{1}{2} R I^2$).

§ 128. **Misure con correnti alternative.** — Chiuderemo questo capitolo con alcune osservazioni in ordine alle misure elettriche nel caso di correnti alternative, a complemento di quanto su ciò fu già detto nel capitolo VII.

Noteremo anzitutto che le grandezze alternative con cui si ha da fare in realtà si scostano in generale

più o meno dalla semplice legge sinusoidale. Ma si dimostra che qualunque grandezza alternativa, q, quale venne da noi definita (§ 109), può sempre riguardarsi come risultante di più grandezze sinusoidali della medesima specie le cui frequenze vanno crescendo secondo la progressione dei numeri dispari, talchè può rappresentarsi con una somma di termini della forma

$$Q_1 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha_1) + Q_3 \operatorname{sen}(3\omega t + \alpha_3) + Q_5 \operatorname{sen}(5\omega t + \alpha_5) + \ldots.$$

dove ω corrisponde alla frequenza della grandezza data. Si dimostra inoltre che il suo valore efficace, che è quello cui sempre si riferiscono le misure, viene espresso da

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{Q_1^2 + Q_3^2 + Q_5^2 + \ldots.} = \frac{Q_1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \theta_3^2 + \theta_5^2 + \ldots}$$

dove θ_3, θ_5,.... indicano i rapporti $Q_3 : Q_1$, $Q_5 : Q_1$,.... dal cui valore dipende la deviazione più o meno forte dalla semplice legge sinusoidale per effetto degli *armonici superiori*, come si sogliono chiamare i termini che seguono il primo. Quando le θ sieno nulle o trascurabili si ricade sulla legge sinusoidale.

Se ora in particolare si considera una *f. e. m.* o una differenza di potenziale d, l'intensità i della corrente che essa determina in un circuito, o tratto di circuito, sarà rappresentata dalla sovrapposizione di tante correnti sinusoidali corrispondenti ai singoli termini componenti la d, e il suo valore efficace sarà dato quindi da un'espressione della forma

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \ldots} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{D_1^2}{Z_1^2} + \frac{D_3^2}{Z_3^2} + \frac{D_5^2}{Z_5^2} + \ldots}$$

dove Z_1, Z_3, Z_5,.... denotano i valori dell' impedenza del circuito corrispondenti rispettivamente alle frequenze ω, 3ω, 5ω, ...

Questi valori differiscono fra loro per cagione della reattanza S la quale, secondo che venne da noi definita

in base alla legge sinusoidale, viene a dipendere dalla frequenza, e ne dipende in modo diverso per la parte S' che spetta alla reattanza positiva o induttiva ($S' = L\omega$) e per la parte S'' che spetta alla reattanza negativa o di capacità ($S'' = 1 : C\omega$), la prima essendo direttamente proporzionale e la seconda inversamente proporzionale alla frequenza: talchè si ha

$$S'_3 = 3S'_1,\ S'_5 = 5S'_1, \dots ;\ S''_3 = \frac{1}{3} S''_1,\ S''_5 = \frac{1}{5} S''_1, \dots$$

E si vede che le S_1, S_3, $S_5, \dots$, considerate algebricamente, vanno crescendo sia per il crescere delle S' sia per il decrescere delle S'': esse saranno tutte positive se tale è S_1, mentre se S_1 è negativa, le seguenti potranno a un certo punto cangiar segno.

Dal confronto dell' espressione di $\mathfrak{J}$ che può scriversi

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{D}_1 \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{\theta_3^2}{Z_3^2} + \frac{\theta_5^2}{Z_5^2} + \dots}$$

con l' espressione di $\mathfrak{D}$, notando che il rapporto $\mathfrak{J} : \mathfrak{D}$ corrisponde all' inversa del valore *effettivo* dell' impedenza (quale si desume dall' osservazione dell' intensità efficace e della differenza di potenziale efficace) che indicheremo con Z, risulta la relazione

$$Z_1 = KZ, \text{ con } K = \sqrt{\frac{1 + \theta_3^2 \left(\frac{Z_1}{Z_3}\right)^2 + \theta_5^2 \left(\frac{Z_1}{Z_5}\right)^2 + \dots}{1 + \theta_3^2 + \theta_5^2 + \dots}}$$

la quale stabilisce la dipendenza fra Z ed il valore Z_1 corrispondente alla semplice legge sinusoidale con la frequenza data.

Il rapposto K fra Z_1 e Z vien determinato dai coefficienti θ_3, $\theta_5, \dots$ e dai rapporti $Z_1 : Z_3$, $Z_1 : Z_5, \dots$: i quali ultimi, per quanto si è detto testè circa la reattanza, saranno minori di 1 e in progressione decrescente quando prevale l' induttanza, e maggiori di 1 e

in progressione crescente, almeno in principio, quando prevale la capacità. Siccome d'altra parte θ_3, θ_5,... saranno generalmente piccoli, si vede che K sarà poco diverso da 1 nel primo caso, specialmente se è piccola la resistenza del circuito, mentre potrà riuscire considerevolmente maggiore nel secondo caso. È quanto dire, in sostanza, che l'influenza degli armonici superiori sull'intensità della corrente è relativamente piccola nel primo caso e molto più sensibile nel secondo caso: il che è ovvio, tenuto conto di quanto si è detto per l'addietro circa gli effetti dell'induttanza e della capacità.

Ciò premesso, osserviamo che le relazioni fra le intensità di corrente, le *f. e. m.* o le differenze di potenziale e le resistenze, che servono di base alla maggior parte delle misure indicate nel capitolo VII, si mantengono per correnti alternative convertendosi in relazioni geometriche con le impedenze al posto delle resistenze e i segmenti di lunghezza corrispondente al valor massimo, o, come qui meglio conviene, al valor efficace, e di direzione corrispondente alla fase, per le altre quantità. Ne segue che gli stessi processi di misura rimangono applicabili, dove per mezzo delle impedenze intervengono ora le reattanze e quindi gli elementi da cui queste dipendono, cioè induttanza, capacità e frequenza.

Degli apparecchi per la misura delle intensità efficaci delle correnti alternative e delle differenze di potenziale efficaci si parlò già; ed ora le nozioni che abbiamo ci permettono, senz'altro, di meglio intendere le loro funzioni, specialmente per ciò che riguarda l'influenza delle resistenze induttive eventualmente contenute negli apparecchi stessi.

Quanto ai metodi di misura delle resistenze, essi applicati ora alle impedenze possono riferirsi o alla sola grandezza o alla grandezza e direzione insieme, e in questo secondo caso servire a determinare le due compo-

nenti dell'impedenza, cioè la resistenza e la reattanza. Si viene così alla misura delle reattanze, dalle quali, nel supposto della legge sinusoidale, si potranno a seconda dei casi desumere i valori delle induttanze o delle capacità cui sono dovute, quando sia nota la frequenza, o reciprocamente si potrà desumere il valore della frequenza, quando si tratti di induttanze o di capacità note.

Vediamo p. es. come sia applicabile il metodo del *ponte di Wheatstone* (§ 105, fig. 36), supponendo per semplicità i due lati am, mb costituiti da due resistenze R' e R'' prive di reattanza, il braccio an contenente al posto della resistenza R una impedenza $R + iS$, e finalmente il braccio nb contenente la impedenza $X + iY$ in cui Y è la reattanza che si vuol misurare.

Se, con una differenza di potenziale alternativa applicata in a, b, si ha l'equilibrio nel ponte, sussisterà la relazione

$$\frac{X + iY}{R''} = \frac{R + iS}{R'}$$

equivalente alle due equazioni distinte, che si ottengono eguagliando le due componenti:

$$\frac{X}{R''} = \frac{R}{R'}, \quad \frac{Y}{R''} = \frac{S}{R'};$$

la prima delle quali ci mostra che le quattro resistenze debbono soddisfare all'ordinaria condizione di equilibrio con corrente continua, mentre la seconda ci fa conoscere la reattanza Y per mezzo della S che si suppone nota. Da esse risulta anche l'eguaglianza dei rapporti $Y : X$ ed $S : R$ fra la reattanza e la resistenza che costituiscono ciascuna delle due impedenze. E si vede altresì che, affinchè l'equilibrio sia possibile, conviene che Y ed S siano del medesimo regno.

In pratica il metodo serve specialmente per il confronto fra due coefficienti di autoinduzione L, L_0 ($Y = L\omega$,

$S = L_0 \omega$). Si incomincia col regolare le resistenze stabilendo l'equilibrio con una corrente continua; poi si applica in a, b una differenza di potenziale alternativa e si ristabilisce l'equilibrio (servendosi ora, naturalmente, in mn di un reometro per correnti alternative) sia col far variare L_0, qualora si disponga di un' autoinduzione variabile, sia facendo variare contemporaneamente nel medesimo rapporto le due resistenze R e R'. Raggiunto l'equilibrio, si ha $L = R'' L_0 / R'$.

Un sistema di autoinduzione variabile che si presta all'uopo è quello ideato da AYRTON e PERY, consistente in due rocchetti circolari concentrici messi in serie, di cui l'uno è girevole intorno a un asse contenuto nel piano dell'altro, di guisa che i loro piani si possano disporre sotto angoli diversi: così l'autoinduzione si può far variare da un valore massimo che si ha quando i due piani sono paralleli con le correnti nel medesimo verso, ad un minimo che si ha coi piani ancora paralleli e le correnti opposte (rotazione di 180°).

Per confrontare col metodo del ponte due reattanze di segno contrario ($Y, -S'$), si dispone una di queste ($-S'$) in parallelo sul lato am opposto al lato nb su cui, come sopra, si trova l'altra. L'impedenza del lato am diviene così $-i R' S' : (R' - i S')$, e la condizione di equilibrio si traduce in

$$- i R' S' (X + i Y) = R R'' (R' - i S');$$

onde, eguagliando ancora le due componenti e riducendo, risultano le due equazioni

$$R' X = R R'', \quad S' Y = R R'',$$

da cui si ha anche $S' Y = R' X$. Ponendo $Y = L \omega$, $S' = 1 : C \omega$, si ottiene di qui la stessa equazione

$$L = C R' X$$

già data al § 108 per la determinazione di un coeffi-

ciente di autoinduzione in funzione di una capacità col metodo del ponte.

Ma il metodo generalmente più conveniente per la misura delle reattanze è quello della doppia misura di una differenza di potenziale e di un' intensità, il cui rapporto, come si è detto di sopra, dà la grandezza dell' impedenza effettiva, dalla quale, conoscendo la resistenza, si desume poi la reattanza. Quando la resistenza sia trascurabile, il detto rapporto dà senz' altro il valore della reattanza, cioè il valore di $L\omega$, se si tratta di autoinduzione, e il valore di $1 : C\omega$, se si tratta di capacità. Nel secondo caso, per le osservazioni fatte di sopra, importa che la differenza di potenziale sia sensibilmente sinusoidale (affinchè $1 : C\omega$ corrisponda al valore osservato), mentre nel primo caso ciò ha minore influenza sul risultato.

Conoscendo ω si possono in questa guisa agevolmente fare delle misure sufficientemente esatte di coefficienti di autoinduzione oppure di capacità; come reciprocamente, quando si disponga di una capacità nota o di un rocchetto di induttanza nota, si ha un mezzo comodo per determinare la frequenza.

Misure di potenza. — Il wattometro (§ 102) indica direttamente il valore della potenza, cioè il valore di $\mathfrak{D}\mathfrak{J} \cos\varphi = \frac{1}{2} D I \cos\varphi$ (§ 123), purchè l' introduzione dello strumento non modifichi i fattori del prodotto. Per ciò si richiede soprattutto che la spirale voltometrica sia sensibilmente priva d' induttanza e che la sua resistenza (comprese eventualmente le resistenze addizionali messe in serie con essa) sia molto grande rispetto a quella del tratto di circuito compreso fra i punti di derivazione: nel qual caso la corrente derivata nella spirale potrà ritenersi in fase con $\overline{D}$, e la sua differenza di fase rispetto alla corrente che circola nella spirale ampero-

metrica (differenza che è quella cui rispondono le indicazioni dell' istrumento) coinciderà quindi con φ, mentre d' altra parte la derivazione non altererà il valore primitivo di D.

In altro modo si può determinare la potenza servendosi di tre voltometri oppure di tre amperometri col sussidio di una resistenza non induttiva r messa in serie o rispettivamente in parallelo colla parte di circuito per cui si cerca la potenza.

Nel primo caso indicando con $\bar{D}_1$, $\bar{D}_2$, $\bar{D}$ rispettivamente le differenze di potenziale i cui valori efficaci si rilevano contemporaneamente coi tre voltometri alle estremità della parte suddetta, di impedenza $Z = R + iS$, della resistenza r, e del tratto complessivo che comprende Z ed r, di impedenza $R + r + iS$, e con $\bar{I}$ l' intensità della corrente, si ha pei valori massimi

$$D_1^2 = (R^2 + S^2) I^2, \; D_2^2 = r^2 I^2,$$
$$D^2 = \left((R + r)^2 + S^2 \right) I^2;$$

da cui

$$D^2 - D_1^2 - D_2^2 = 2 R r I^2 = 4 r P,$$

dove $P = \frac{1}{2} R I^2$ rappresenta la potenza che si cerca, la cui espressione mediante i valori efficaci sarà data quindi da

$$P = \frac{1}{2r} (\mathfrak{D}^2 - \mathfrak{D}_1^2 - \mathfrak{D}_2^2).$$

Nel secondo caso indicando con $\bar{I}_1$ e $\bar{I}_2$, l' intensità nel ramo Z e nel ramo r, in ciascuno dei quali è inserito un amperometro, e con I l' intensità complessiva nel ramo indiviso ove è inserito il terzo amperometro, con $\bar{D}$ la comune differenza di potenziale e osservando che si ha

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos\varphi =$$
$$= I_1^2 + I_2^2 + 2 \frac{D I_1}{r} \cos\varphi,$$

φ significando la differenza di fase fra $\bar{I}_1$ e $\bar{I}_2$ ossia fra $\bar{I}_1$ e $\bar{D}$ (poichè $\bar{I}_2$ è in fase con $\bar{D}$), si ottiene la potenza $P = \frac{1}{2} D I_1 \cos\varphi$ espressa da

$$P = \frac{r}{2} (\mathfrak{J}^2 - \mathfrak{J}_1^2 - \mathfrak{J}_2^2).$$

Misura delle differenze di fase. — Associando al wattometro, che indica il valore di $\mathfrak{D}\,\mathfrak{J} \cos\varphi$, un voltometro ed un amperometro che diano $\mathfrak{D}$ ed $\mathfrak{J}$ con cui si calcola il prodotto $\mathfrak{D}\,\mathfrak{J}$, si ottiene mediante divisione il valore di $\cos\varphi$ e quindi la differenza di fase fra D ed $\bar{I}$, come già fu osservato altra volta (§ 123).

Per due correnti $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$ che siano diramazioni di una corrente unica $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$, per mezzo della relazione $\mathfrak{J}^2 = \mathfrak{J}_1^2 + \mathfrak{J}_2^2 + 2\,\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{J}_2 \cos\varphi$, di cui è fatto uso anche dianzi, si può dedurre il valore di $\cos\varphi$ dalle indicazioni di tre amperometri che diano rispettivamente $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}_1$ ed $\mathfrak{J}$

Per misurare in generale la differenza di fase fra due correnti alternative quali si voglia, di ugual frequenza, si ha il metodo dei tre elettrodinamometri indicato dal Ferraris. Due elettrodinamometri segnano separatamente le intensità $\mathfrak{J}_1$ e $\mathfrak{J}_2$ delle due correnti, mentre il terzo elettrodinamometro, le cui due spirali sono attraversate singolarmente l' una dall' una e l' altra dall' altra corrente, fa conoscere il valore di $\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{J}_2 \cos\varphi$. Dividendo questo numero per il prodotto dei numeri forniti dai primi due elettrodinamometri, si ottiene così il valore di $\cos\varphi$. Giusta la osservazione del § 123, con questi metodi si può definire la differenza di fase anche quando si tratti di legge non sinusoidale e di curve non simili.

Del resto si hanno per lo studio delle fasi altri metodi ed anche apparecchi speciali, sui quali non ci tratterremo.

CAPITOLO IX

Trasformatori

§ 129. **Due circuiti in presenza.** — Consideriamo ora un circuito, che chiameremo *primario*, soggetto alla azione di una qualunque *f. e. m.*, in presenza di un altro circuito, che chiameremo *secondario*: denotiamo con E la *f. e. m.* che agisce nel primario, con R, L, I, la resistenza, il coefficiente di autoinduzione e l' intensità di corrente nel primario stesso; con R', L', I' le corrispondenti quantità del secondario e infine con M il coefficiente di induzione mutua. Per effetto di tale induzione mutua ogni variazione della corrente nel primario, dovuta ad un cangiamento della *f. e. m.*, si ripercuote sul secondario provocando una corrente indotta la quale alla sua volta reagisce per induzione sul primario (§§ 80, 86).

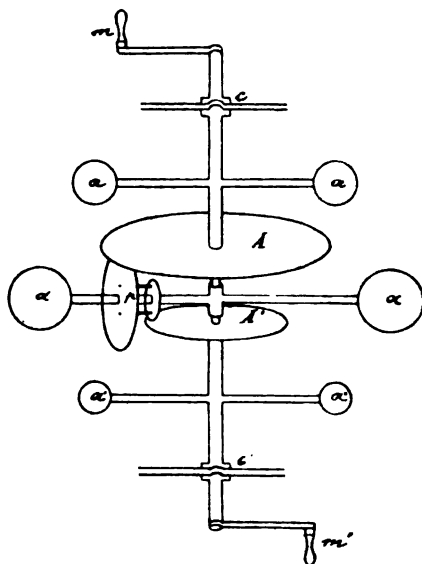
I due circuiti si trovano quindi in uno stato di reciproca dipendenza, dovuto a ciò che le linee d'induzione del campo magnetico determinato da una corrente che circoli in uno di essi sono in parte abbracciate dall' altro.

Siffatta dipendenza può venire illustrata per mezzo di un confronto meccanico ispirato agli stessi concetti di quello che ci ha servito ripetutamente per il caso di

un solo circuito (§§ 87, 116). Il modello a cui ci riferiremo è un *biciclo* rappresentato schematicamente dalla fig. 59: dove la parte al di sopra di A, considerata da sè, corrisponde al volante per il caso di un solo circuito, come pure la parte inferiore ad A', considerata parimenti da sè, mentre la parte compresa fra A ed A' è destinata a rappresentare il collegamento fra i due circuiti.

Fig. 59

Qui invece di volanti si vedono dei sistemi rotativi equivalenti rappresentati da due masse uguali disposte simmetricamente rispetto all'asse di rotazione alle estremità di un braccio rigido, masse che determinano il momento d'inerzia di ciascun sistema; mentre tutto il resto s'intende significare organi cinematici privi di inerzia propria.

Questi sistemi sono tre, girevoli intorno ad un asse comune: il sistema superiore e l'inferiore, che designeremo con S e S', sono muniti di freni c e c' destinati a sviluppare ciascuno una coppia d'attrito proporzionale alla velocità di rotazione; il sistema intermedio, Σ, serve di collegamento fra gli altri due mediante una specie di puleggia, p, girevole liberamente intorno al braccio che porta le masse α, α, formata mediante l'unione di due dischi circolari di raggi r e r' i cui contorni si appoggiano rispettivamente sopra due piani A, A' normali

all' asse di rotazione e connessi rigidamente il primo con S e il secondo con S' e rotanti insieme con essi.

Quando A ruota con velocità angolare I insieme con S, trasporta con sè il contorno del primo disco (supponendosi escluso lo strisciamento), di guisa che se A' sta fermo, il braccio che porta la puleggia, e con esso tutto il sistema Σ, è obbligato a ruotare con velocità θI, dove θ indica il rapporto $r' : (r + r')$: similmente se ruota A' con velocità I' stando fermo A, Σ ruota con velocità $\theta' I'$, dove con $\theta' = r : (r + r')$; e quando infine A ed A' ruotano ambedue colle rispettive velocità I ed I' — le quali si considerano come positive quando la rotazione avviene in un certo verso, p. es. quello da destra a sinistra, e come negative quando avviene in verso opposto —, il sistema intermedio Σ ruota con velocità angolare $\theta I + \theta' I'$.

Così per mezzo della solidarietà di movimento della puleggia coi piani A ed A' viene stabilita una dipendenza cinematica fra i tre sistemi: la quale, tenendo conto dei relativi momenti d' inerzia, che indicheremo con h e h' per S e S' e con k per Σ e sono determinati dalle rispettive coppie di masse (a, a), (a', a') ed (α', α'), e tenendo conto al tempo stesso dell' azione dei freni in c e c' che sviluppano due coppie resistenti d'attrito rappresentabili con RI e $R'I'$, si traduce in una speciale dipendenza dinamica atta a rappresentare fedelmente le relazioni provenienti dalla induzione mutua fra i due circuiti insieme con l' autoinduzione che si produce in ciascuno di essi.

Esaminiamo p. es. i fenomeni che accompagnano l' apertura o la chiusura del circuito primario attivato da una *f. e. m.* costante (sistema superiore soggetto ad una coppia motrice costante applicata in m) considerati nei loro caratteri generali.

Alla chiusura corrisponde (§ 87) l' applicazione fatta a un tratto della coppia motrice o, se questa vi è già, la soppressione di un arresto rigido che prima impe-

disca il movimento. All' azione della coppia motrice, oltre la resistenza in c e l' inerzia propria del sistema S, si oppone, per il giuoco della puleggia p che trasmette il moto al sistema Σ, anche l' inerzia di quest' ultimo, la quale ha per effetto di trattenere il braccio che porta la puleggia, sì che questa seguendo il moto del piano A imprime ad A' e quindi ad S' un moto in senso contrario. Ciò ha luogo nei primi istanti; ma a poco a poco il braccio suddetto si mette a ruotare insieme con Σ mentre la resistenza in c' fa estinguere gradatamente il moto di S', di guisa che alla fine S' si riduce in quiete e Σ acquista un moto uniforme con velocità angolare θI, I essendo la velocità angolare costante che viene ad assumere il sistema S. A questo punto è raggiunto lo stato di regime in cui all' azione della coppia motrice E fa equilibrio la coppia resistente RI.

La corrispondenza col fenomeno elettrico della corrente indotta all' atto della chiusura, che si sviluppa nel circuito secondario in verso contrario alla corrente inducente cessando dopo i primi istanti, è evidente senz' altro: e allo stesso modo si trova che vi ha piena corrispondenza fra quello che accade sopprimendo ad un tratto l' azione della coppia motrice, o arrestando bruscamente il sistema S, e lo sviluppo della corrente indotta che si produce nel circuito secondario all' atto della soppressione della *f. e. m.* o dell' interruzione del circuito primario. E non solo le correnti indotte d' apertura e chiusura, ma anche quelle provocate da ogni variazione d' intensità della corrente primaria trovano qui riscontro nelle reazioni che accompagnano ogni variazione nella velocità di rotazione del sistema S. E in generale tutti i fenomeni elettromagnetici dei due circuiti in presenza trovano allo stesso modo riscontro negli analoghi fenomeni meccanici.

Tale corrispondenza non è soltanto qualitativa, cioè limitata ai caratteri generali delle manifestazioni, ma è

anche quantitativa; e le relazioni fra le quantità elettromagnetiche e quelle fra le quantità meccaniche parallele sono perfettamente uguali.

Così all'espressione della forza viva H del complesso dei tre sistemi S, S' e Σ, data dalla semisomma dei prodotti dei loro momenti d'inerzia pei quadrati delle rispettive velocità angolari I, I' e $\theta I + \theta' I'$:

$$H = \frac{1}{2}\left(h I^2 + h' I'^2 + k\,(\theta I + \theta' I')^2\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(L I^2 + L' I'^2 + 2 M I I'\right)$$

dove

$$L = h + \theta^2 k \quad , \quad L' = h' + \theta'^2 k \quad , \quad M = \theta\,\theta' k,$$

corrisponde identicamente l'espressione dell'energia elettrocinetica delle due correnti (§ 86): e questa identità serve ad illustrare il significato dei coefficienti d'autoinduzione L, L' e del coefficiente d'induzione mutua M ed il carattere di reciprocità di quest'ultimo, risultante dalla forma simmetrica della sua espressione.

La stessa espressione della forza viva può porsi sotto la forma

$$H = \frac{1}{2}\left(\Phi I + \Phi' I'\right)$$

con

$$\Phi = L I + M I' , \qquad \Phi' = L' I' + M I$$

dove Φ e Φ' danno il corrispondente meccanico dei numeri di linee d'induzione magnetica abbracciati dai due circuiti.

Da quest'ultima espressione di H si deduce con facili considerazioni che la coppia reattiva d'inerzia che si oppone alla variazione della velocità I o a quella della velocità I' ha per misura la variazione riferita

all' unità di tempo (velocità di variazione) delle quantità Φ o Φ': in pieno accordo colla legge generale di induzione secondo cui la *f. e. m.* indotta in ciascuno dei due circuiti è appunto proporzionale alla velocità di variazione negativamente presa dei flussi di induzione Φ e Φ'.

In tutto questo confronto si è inteso di riferirsi alle unità assolute; ma la corrispondenza quantitativa si mantiene anche riferendosi alle unità pratiche per le quantità elettriche, qualora anche per le quantità meccaniche si prendano le unità in relazione con quelle, e in particolare per l' unità di lavoro o di energia si prenda il *joule*.

Abbiamo pertanto nell' anzidetto modello meccanico una rappresentazione fedele dei fenomeni elettromagnetici dei due circuiti, la quale è di molto aiuto per l' intelligenza dell' andamento dei fenomeni stessi, specialmente in ordine alle relazioni energetiche. E così in particolare vien messo in evidenza il processo di trasmissione del lavoro elettrico dall' uno all' altro circuito, per cui una parte del lavoro della *f. e. m.* agente nel primario viene restituita nel secondario. Questa trasmissione si presenta in forma particolarmente semplice quando i momenti d' inerzia h e h' siano trascurabili rispetto a k — nel qual caso si ha fra i coefficienti L, L' ed M la relazione $LL' = M^2$ — e quando inoltre sia trascurabile la resistenza R: allora l' azione della *f. e. m.* nel primario si ripercuote quasi interamente sul secondario.

D' ora innanzi noi supporremo generalmente che il lettore faccia da sè il parallelo fra le relazioni elettromagnetiche che andremo esponendo in questo capitolo e la corrispondente rappresentazione meccanica.

§ 130. **Rocchetto di Ruhmkorff.** — Prima di procedere allo studio dei fenomeni che intervengono quando il circuito primario è soggetto all' azione di una *f. e. m.*

alternativa giova far cenno del *rocchetto di Ruhmkorff,* il quale rappresenta l' apparecchio classico d' induzione, già relativamente antico ed usato principalmente a scopi scientifici, e può considerarsi come il precursore dei moderni trasformatori.

Esso è costituito essenzialmente da due spirali, l' una delle quali, la primaria, comprende non molti giri di filo grosso, mentre l' altra ha un numero grandissimo di giri di filo assai sottile ed è sovrapposta alla prima: ambedue sono attraversate da un medesimo nucleo formato di un lungo fascio diritto di fili di ferro. Qui la spirale primaria non è destinata ad essser percorsa da una corrente alternativa, ma bensì da una corrente intermittente ottenuta mediante una successione periodica di chiusure ed aperture del circuito di una corrente continua, al qual uopo l' apparecchio è fornito di un organo speciale che prende il nome di *interruttore.* Ad ogni chiusura della corrente inducente si ha nella spirale secondaria una *f. e. m.* indotta, e una *f. e. m.* indotta in senso contrario si ha alla successiva apertura.

Prescindendo dal verso, il valore della *f. e. m.* indotta *totale* (§ 83) è lo stesso per la chiusura come per l' apertura, ma il modo con cui procede lo svolgimento è molto diverso. L' estracorrente di chiusura ritarda lo stabilirsi della corrente nella spirale primaria, onde viene che la *f. e. m.* indotta di chiusura si svolge con relativa lentezza mantenendosi in conseguenza relativamente bassa; mentre all' atto dell' apertura la corrente primaria si estingue bruscamente, in quanto che l' estracorrente di apertura non si prolunga attraverso la scintilla che per un tempo estremamente breve, che si cerca inoltre di ridurre al minimo mediante una serie di disposizioni speciali concernenti l' interruttore e soprattutto mediante l' aggiunta di un condensatore le cui armature sono collegate ai capi della spirale primaria e, caricandosi per effetto della estracorrente all'atto dell'apertura, diminuiscono di molto l' intensità e la durata della scintilla.

In grazia di ciò la *f. e. m.* indotta di apertura si svolge con somma rapidità, e quindi assume valori il cui massimo raggiunge una grande elevatezza.

Se ora si tien conto del gran numero di giri della spirale indotta, si capisce come si arrivi per tal modo ad altissime tensioni.

Tale infatti è l'ufficio di questo apparecchio, il quale serve a produrre ai capi dell'indotto differenze di potenziale dello stesso ordine di quelle fornite dalle macchine elettrostatiche e capaci di produrre lunghe scintille esplosive.

Nell' assimilazione col modello meccanico si deve qui supporre r' molto piccolo rispetto ad r, e corrispondentemente θ molto piccolo di fronte a θ', e similmente piccolo h e piccola la resistenza d'attrito in c; grandissima invece quella in c'.

§ 131. **Sistema di due circuiti con una *f. e. m.* alternativa nel primario.** — La *f. e. m.* alternativa, che si suppone sinusoidale, determina nel primario una corrente che con le sue fluttuazioni provoca per induzione un' altra corrente pure alternativa sinusoidale nel secondario, la quale alla sua volta reagisce induttivamente sul primario. I fenomeni sono analoghi a quelli offerti dal modello meccanico quando si supponga applicata in m (fig. 59) una coppia motrice alternativa; e ciascuno può facilmente tener dietro alla corrispondenza per tutti gli effetti che ora prenderemo ad analizzare: l' aggiunta di vincoli elastici servirà a tener conto eventualmente degli effetti di capacità.

Servendoci del solito modo di trattazione denotiamo con $\overline{E}$ la *f. e. m.* alternativa del primario e con $\overline{I}$ ed $\overline{I}'$ rispettivamente l'intensità della corrente nel primario e nel secondario. I flussi alternativi d' induzione magnetica attraverso i due circuiti saranno dati rispettivamente da $L\overline{I} + M\overline{I}'$ ed $L'\overline{I}' + M\overline{I}$ e le loro velo-

cità di variazione, che rappresentano con segno cangiato le *f. e. m.* indotte, saranno date da $iL\omega\overline{I} + iM\omega\overline{I}'$ ed $iL'\omega\overline{I}' + iM\omega\overline{I}$. Aggiungendo a queste le forze controelettromotrici $R\overline{I}$ ed $R'\overline{I}'$ derivanti dalle resistenze, avremo il complesso delle reazioni che nel primario si contrappongono alla *f. e. m.* $\overline{E}$ bilanciandola, mentre nel secondario si bilanciano fra loro. Ciò si traduce nelle equazioni

$$(R + iL\omega)\overline{I} + iM\omega\overline{I}' = \overline{E},$$
$$(R' + iL'\omega)\overline{I}' + iM\omega\overline{I} = 0;$$

che possiamo anche scrivere nella forma

$$(R + iS)\overline{I} + iM\omega\overline{I}' = E,$$
$$(R' + iS')\overline{I}' + iM\omega\overline{I} = 0;$$

sotto la quale esse valgono ancora per il caso in cui i circuiti comprendano delle capacità le quali allora entrano per una parte negativa nelle reattanze S e S'. Tali equazioni contengono la soluzione generale del problema; in quanto che esse permettono di determinare $\overline{I}$ ed $\overline{I}'$ in funzione di $\overline{E}$ date che sieno le resistenze R, R', le induttanze L, L', M ed eventualmente le capacità, ossia in generale S, S', M.

Procedendo algebricamente si può ricavare dalla seconda il valore di $iM\omega\overline{I}'$:

$$iM\omega\overline{I}' = \frac{M^2\omega^2}{R' + iS'}\overline{I} = \frac{M^2\omega^2}{R'^2 + S'^2}(R' - iS')\overline{I}$$

per portarlo nella prima che viene per tal modo a contenere la sola $\overline{I}$, e, posto per brevità $K^2 = \dfrac{M^2\omega^2}{R'^2 + S'^2}$, prende la forma

$$\{(R + iS) + K^2(R' - iS')\}\overline{I} = \overline{E}.$$

Con questa si determina la $\overline{I}$; onde si ha poi subito anche la $\overline{I}' = -\dfrac{iM\omega\overline{I}}{R' + iS'}$.

Ponendo ancora

$$X = R + K^2R', \quad Y = S - K^2S' : \bar{Z} = X + i\,Y,$$

l'equazione stessa si riduce al solito tipo

$$\bar{Z}\bar{I} = \bar{E}$$

dove la $\bar{Z}$ così definita funge da impedenza; la quale, come si vede, qui non viene a dipendere più soltanto dagli elementi proprii del circuito primario (§ 124).

Per tal modo gli effetti derivanti dalla presenza del secondario vengono a corrispondere ad una modificazione della resistenza e della reattanza del primario che da R, S vengono portate rispettivamente ad X, Y, con un aumento K^2R' della prima ed una diminuzione K^2S' della seconda: donde una variazione del rapporto fra la componente attiva e reattiva della *f. e. m.* a vantaggio della componente attiva. Tutto ciò ha per conseguenza un aumento della potenza assorbita nel primario, cui fa riscontro lo sviluppo di potenza che ha luogo per mezzo della corrente indotta nel secondario.

Agli stessi risultati si giunge col metodo grafico che ce li porge sott'occhio con più evidenza. Assunta a piacere

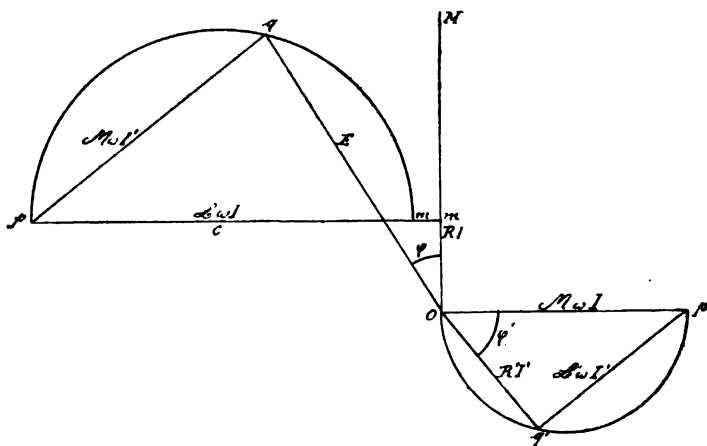



Fig. 60

la direzione OM (fig. 60) per l'intensità $\bar{I}$ della corrente

nel primario e riferendoci per semplicità al caso che non vi siano da considerare che gli effetti d'induttanza, cui corrispondono le equazioni scritte nella prima forma, avremo, per rappresentare la *f. e. m.* indotta nel secondario, da tracciare una retta che corrisponda al prodotto del coefficiente d'induzione mutua M per la velocità di variazione dell'intensità $\overline{I}$ presa con segno cangiato. Sarà questa la Op' di lunghezza uguale a $M\omega I$ e ad angolo retto colla OM dalla parte destra. Da questa poi, mediante la costruzione che già conosciamo (§ 121, fig. 55), si deduce la corrente $\overline{I}'$ del secondario diretta secondo al oq' che rappresenta $R'\overline{I}'$: e si ha

$$I' = \frac{M\omega I}{\sqrt{R'^2 + L'^2\omega^2}}, \ \text{tang}\, \varphi' = \frac{L'\omega}{R'}.$$

Quanto al primario, avremo che la *f. e. m.* $\overline{E}$ dovrà corrispondere alla somma geometrica della forza controelettromotrice $R\overline{I}$ dovuta alla resistenza e rappresentata da Om, della forza controelettromotrice $iL\omega\overline{I}$ di autoinduzione, rappresentata da mp, e finalmente della *f. c. e. m.* derivante dalla reazione induttiva del secondario sul primario, rappresentata dalla retta pq di lunghezza uguale a $M\omega I'$ e perpendicolare ad oq' ossia parallela a $q'p'$. Il suo estremo q, come facilmente si dimostra, viene a trovarsi sopra un semicerchio pqm' descritto sul diametro $m'p$ il cui rapporto λ all'intera lunghezza mp, è dato da $\lambda = \frac{M^2}{LL'}$, ed è quindi sempre minore di 1, poichè, come si vide altrove, si ha sempre $LL' > M^2$, e solo come caso limite può aversi $LL' = M^2$ e quindi $\lambda = 1$, nel qual caso il punto m' coincide con m.

La retta Oq che unisce l'origine O al punto q così ottenuto, rappresenta la *f. e. m.* alternativa E occorrente a produrre la corrente $\overline{I}$: e quindi reciprocamente, supponendo data la $\overline{E}$, dalle relazioni di grandezza e di posi-

zione delle rette della figura si desumono le condizioni di grandezza e di fase delle correnti I e $\bar{I}'$.

Dalla stessa figura si rilevano poi chiaramente gli effetti dell' azione mutua dei due circuiti in dipendenza dalle loro condizioni, cioè dalle resistenze R, R' e dai coefficienti L, L', M. Questi effetti si accentuano tanto più quanto più piccole sono le resistenze comparativamente ai coefficienti di induzione e quanto più questi ultimi si appressano a verificare la relazione $LL' = M^2$ cui corrisponde il valore di $\lambda = 1$.

È interessante soprattutto di riguardare come variano gli effetti quando, restando ferme tutte le altre circostanze, si fa variare la resistenza R' del secondario.

Quando R' è infinito, cioè il secondario è aperto, si ha $I' = 0$, $\varphi' = 0$; il punto q' coincide con p' e il punto q con p: in questo caso il primario non risente alcuna azione per la presenza del secondario, e tutto procede come se fosse solo.

Se ora si suppone di aver chiuso il secondario e di far decrescere R' in modo che da un valore grandissimo scenda grado a grado a valori più piccoli, avremo che il punto q' si allontana via via da p' e muovendosi sulla semicirconferenza si avvicina ad O, e l'angolo φ' cresce a partire dallo zero e si avvicina via via al valor limite $\frac{\pi}{2}$. — Corrispondentemente il punto q sull' altra semicirconferenza si allontana da p avvicinandosi al punto m', l' angolo φ va decrescendo fino ad un minimo corrispondente alla posizione in cui la retta Oq è tangente al cerchio; e la lunghezza Oq va crescendo dapprima fino al momento in cui Oq passa pel centro C del cerchio, e poi decresce costantemente fino al valore limite Om'.

Quando il valore di λ si approssima ad 1, il punto m' si avvicina ad m, e corrispondentemente il minimo di φ si avvicina allo zero e il minimo della lunghezza Oq, ossia di E, si avvicina ad Om, ossia ad RI.

Da quanto si è detto si rileva chiaramente come si atteggiano i fenomeni quando si suppone il primario attivato da una data *f. e. m.* alternativa o da una data differenza alternativa di potenziale impressa ai suoi capi.

La presenza del secondario, che rimane senza effetto finchè esso è aperto ed ha poco effetto finchè nel suo circuito si abbia una resistenza molto grande, dà luogo, quando questa resistenza divenga via via minore, da un lato ad una corrente alternativa via via più forte nel secondario e d' altro lato ad una crescente reazione sul primario, che si traduce nella diminuzione del ritardo di fase rappresentato dall' angolo φ e nella variazione dell' intensità I della corrente. La quale per un poco decresce, ma quindi da un certo punto prende a crescere e così seguita sempre di poi; talchè, a partire da quel punto, ad ogni diminuzione della resistenza R' corrisponde un aumento della corrente secondaria e al tempo stesso un aumento della corrente primaria.

Siccome poi, per il decrescere dell' angolo φ, anche $\cos\varphi$ va crescendo, si vede che il lavoro della *f. e. m.* agente nel primario va crescendo per doppia ragione.

Di questo lavoro una parte si traduce in calore svolto nel primario, mentre l' altra parte viene restituita col lavoro della *f. e. m.* indotta nel secondario.

Mediante una opportuna scelta delle condizioni, la prima parte può rendersi piccola di fronte alla seconda, di guisa che la massima parte del lavoro venga così trasmessa dal primario al secondario.

§ 132. **Generalità sui trasformatori propriamente detti.** — Nello studio precedente si è supposta la costanza dei coefficienti d' induzione L, L', M, condizione questa che non è più verificata a rigore quando intervenga la presenza del ferro, coi nuclei delle spirali, ecc., a causa della variabile permeabilità del ferro stesso. La presenza del ferro determina anche altre perturbazioni, come effetti

d' isteresi, correnti di Foucault, ecc.; e quindi essa complica alquanto i fenomeni. I caratteri generali rimangono però ad ogni modo gli stessi, e le relazioni trovate seguitano a sussistere in via approssimativa.

D' altra parte la presenza del ferro può, per certi rispetti, riuscire di grande vantaggio.

Così un nucleo di ferro comune alle due spirali, primaria e secondaria, coll' accrescere il numero delle linee d' induzione magnetica generate dalle correnti e portarle attraverso ambedue le spirali, serve ad accrescere grandemente il valore dei coefficienti d' induzione e ad approssimarsi alla condizione $LL' = M^2$ per la quale si ha $\lambda = 1$.

A tale riguardo riesce subito evidente il vantaggio di nuclei a forma chiusa o rientrante lungo i quali possano correre per intero le linee del circuito magnetico abbracciato da ambedue le spirali, con che il flusso magnetico riesce più intenso e si evita la dispersione.

Indicando con γ la riluttanza o resistenza magnetica del circuito, sarà per una corrente d' intensità I, in unità assolute, ed una spirale di n giri, $\frac{4\pi}{\gamma} I$ il flusso magnetico generato dalla medesima, a tenore di quel che si disse intorno ai circuiti magnetici (§ 78); e ammettendo che esso sia abbracciato completamente da ambedue le spirali, detto n' il numero dei giri della spirale secondaria, si avrà per i coefficienti d' induzione L, M, L', in unità assolute:

$$L = \frac{4\pi}{\gamma} n^2, \quad M = \frac{4\pi}{\gamma} nn', \quad L = \frac{4\pi}{\gamma} n'^2;$$

onde risulta qui soddisfatta senz' altro la relazione

$$LL' = M^2.$$

Tutto questo suppone però la costanza di γ, la quale per la variabile permeabilità del ferro non si verifica mai assolutamente; e quindi le precedenti espressioni

di L, M, L' non sono che approssimative e si riferiscono ai valori medii.

Si dà il nome di **trasformatori** in senso speciale ad apparecchi costituiti appunto da due circuiti elettrici, primario e secondario, concatenati con un medesimo sistema circuitale in ferro destinato ad accogliere il circuito magnetico, e che servono a trasformare una corrente alternativa, determinata da una differenza di potenziale alternativa impressa ai capi del primario, in un altra corrente alternativa che si genera per induzione nel secondario e può venire utilizzata in un circuito esterno o ricevitore collegato coi capi del secondario.

In questa trasformazione, mediante una scelta conveniente del numero dei giri delle due spirali, si possono modificare a piacere i due fattori della potenza elettrica passando da correnti ad alta tensione e piccola intensità a correnti a bassa tensione e grande intensità o viceversa.

La potenza restituita ai capi del secondario è, con fattori mutati, uguale a quella assorbita ai capi del primario, tolta la parte che si traduce in calore nell'interno dell'apparecchio per l'effetto Joule, per l'isteresi e per le correnti di Foucault; parte che con disposizioni opportune può venir ridotta ad una piccola frazione.

I trasformatori meritano uno studio speciale per la loro grande importanza pratica: poichè ad essi si deve in gran parte lo straordinario sviluppo che ha assunto al presente l'impiego delle correnti alternative nelle applicazioni industriali dell'elettricità.

Essi infatti hanno reso possibile l'uso combinato delle alte tensioni, necessarie per la trasmissione a grandi distanze delle correnti senza perdite troppo considerevoli sulle linee, con le basse tensioni richieste nella maggior parte degli apparecchi di utilizzazione.

Le correnti alternative prodotte inizialmente ad alta tensione, ovvero ridotte ad alta tensione mediante

una prima trasformazione, vengono inviate sulle linee fino al luogo dove debbono essere utilizzate, e quivi vengono poi trasformate e ridotte alla tensione richiesta dal loro uso.

Le disposizioni adottate pei trasformatori sono informate al concetto generale di ridurre al minimo la riluttanza γ e di avvicinarsi per quanto è possibile alla condizione ideale per cui $\lambda = 1$ sopprimendo le dispersioni o fughe delle linee d' induzione magnetica nell' aria, ossia i così detti *flussi trasversali*, rappresentati dalle linee che sono abbracciate dall' uno dei circuiti senza esserlo dall' altro. A questi scopi sono subordinati i criterii con cui vengono divisate le forme e le proporzioni dei nuclei e la posizione e distribuzione degli avvolgimenti, prendendo a scorta la legge dei circuiti magnetici.

Al tempo stesso si intende naturalmente a ridurre al minimo le perdite derivanti dalle cause suddette.

Quanto all' effetto Joule, che può sempre calcolarsi esattamente in base alle lunghezze e sezioni dei circuiti ed alle intensità delle correnti, si ha in ogni caso una norma sicura per regolarsi.

Per le perdite dovute all' isteresi serve di scorta la legge empirica di Steinmetz, secondo cui la perdita in *erg* per ogni ciclo e per ogni $cm.^2$ è espressa da

$$\eta B^{1,6}$$

dove B indica l' intensità massima dell' induzione magnetica ed η è un numero (coefficiente di Steinmetz) che varia con la qualità del ferro ed il cui valore minimo, per ferro dolcissimo della miglior qualità, è di 0,002. Essa mostra che le perdite d' isteresi sono proporzionali al volume del ferro e alla frequenza, mentre crescono più rapidamente col crescere dell' induzione, essendo proporzionali alla potenza 1,6 della medesima.

Le perdite per le correnti di Foucault sono in generale difficili ad assegnare: si cerca di evitarle per quanto

si può facendo i nuclei non di ferro massiccio ma di lamine sovrapposte e fra loro isolate o di fasci di fili, in guisa che mantenendosi la continuità nella direzione delle linee di induzione essa sia interrotta in direzione normale alle linee stesse.

Il concatenamento dei due circuiti elettrici col circuito magnetico può aver luogo con due disposizioni diverse che determinano due tipi principali di trasformatori. In quelli del primo tipo, detti *a nocciuolo* o *a circuito magnetico semplice*, le due spirali sono avvolte sopra un nucleo anulare di ferro che esse ricoprono in parte o per intero. In quelli dell' altro tipo, detti *a mantello* o *corazzati* o *a circuito magnetico doppio*, vi è nel circuito magnetico una parte comune sulla quale sono avvolte le spirali, mentre che per il resto il circuito stesso si suddivide in due o più rami derivati, i quali in certi modelli racchiudono quasi completamente le due spirali con un rivestimento di ferro: talchè qui le spirali vengono ad essere *interne*. Ciascuno dei due tipi ha i suoi vantaggi e i suoi inconvenienti; e a seconda dei casi si può dare la preferenza all' uno o all' altro.

§ 133. **Teoria semplificata dei trasformatori.** — La teoria dei trasformatori è già contenuta implicitamente in ciò che si è detto di sopra parlando di due circuiti elettrici in generale.

Ma la circostanza dell' essere qui il circuito magnetico abbracciato completamente da ambedue le spirali ci permette di presentare le relazioni sotto forma più semplice prendendo come punto di partenza la considerazione del flusso alternativo, $\overline{\Phi}$, o numero di linee di detto circuito magnetico.

Indichiamo con n e n' i numeri dei giri delle spirali primaria e secondaria, con R e R'_i le rispettive resistenze, ed inoltre con $\overline{E}$ ed $\overline{E}'$ le *f. e. m.* alternative indotte nelle dette spirali per le alternazioni di $\overline{\Phi}$,

con $\overline{D}$ e $\overline{D}'$ le differenze di potenziale ai capi di esse, con $\overline{I}$ ed $\overline{I}'$ le rispettive intensità di corrente, intendendo di riferirci alle unità pratiche ed attribuendo ai simboli il solito significato vettoriale.

Scelto a piacere il verso da riguardarsi come positivo sulla spirale primaria, e assumendo come positivo il verso opposto sulla spirale secondaria, avremo

$$(\alpha) \qquad \overline{D} = \overline{E} + R\,\overline{I} \quad , \quad \overline{D}' = \overline{E}' - R'_i\,\overline{I}' ;$$

$$(\beta) \qquad \overline{E} = i n \omega \overline{\Phi} \, . \, 10^{-8} \quad , \quad \overline{E}' = i n' \omega \overline{\Phi} \, . \, 10^{-8} .$$

Il rapporto $E : E'$ corrisponde al rapporto $n : n'$ dei numeri di giri, che chiameremo ***rapporto di trasformazione*** ed indicheremo con α.

Quanto a $\overline{\Phi}$, esso può riguardarsi come risultante dei due flussi dovuti alle correnti $\overline{I}$ ed $\overline{I}'$ singolarmente prese, che, indicando con h il prodotto della riluttanza del circuito magnetico per il fattore $10 : 4\pi$, sono rappresentati da $n\overline{I} : h$ ed $n'\overline{I}' : h$, essendo I ed I' espressi in *ampère*. Onde tenuto conto del verso, si ha

$$(\gamma) \qquad h\overline{\Phi} = n\overline{I} - n'\overline{I}' .$$

Denotando con $\overline{Z}' = R'_i + \overline{Z}'_e$ l'impedenza del circuito secondario costituita dalla resistenza R'_i della spirale e dall'impedenza $\overline{Z}'_e$ della parte esterna del circuito stesso, si ha inoltre

$$(\delta) \qquad \overline{I}' = \frac{\overline{E}'}{\overline{Z}'} = \frac{\overline{E}}{\alpha\,\overline{Z}'} .$$

Il sistema di equazioni (α), (β), (γ), (δ) riassume, dal punto di vista in cui ci siam posti, tutta la teoria dei trasformatori. Dalla (γ) si può ricavare il valore di $\overline{I}$ nella forma

$$(\gamma_1) \qquad \overline{I} = \frac{h\overline{\Phi}}{n} + \frac{\overline{I}'}{\alpha} \qquad \left(\alpha = \frac{n}{n'}\right)$$

ovvero introducendo per Φ il valore desunto dalla prima delle (β), per $\overline{I}'$ il valore (δ), e posto $S_0 = \frac{n^2 \omega . 10^{-8}}{h}$,

$$(\gamma_2) \qquad \overline{I} = \frac{\overline{E}}{i S_0} + \frac{\overline{E}}{\alpha^2 \overline{Z}'},$$

$$(\gamma_3) \qquad \overline{I} = \overline{W} \overline{E} : \quad \left(\overline{W} = \frac{1}{i S_0} + \frac{1}{\alpha^2 \overline{Z}'} \right).$$

E questa in unione con la prima delle (α), che mediante la sostituzione di $\overline{W}\overline{E}$ per $\overline{I}$ diviene

$$\overline{D} = (1 + R\overline{W}) \overline{E},$$

fornisce l'immediata dipendenza fra le tre quantità $\overline{D}$, $\overline{E}$, $\overline{I}$: talchè data una di esse, p. es. $\overline{D}$, risultano determinate le altre due e quindi, per mezzo delle relazioni precedenti, anche le quantità corrispondenti del secondario, in funzione dell'impedenza $\overline{Z}'_e$ della parte esterna del circuito secondario (che entra a comporre $\overline{Z}'$ e $\overline{W}$), la quale va riguardata come variabile e dal cui valore dipende essenzialmente l'andamento.

Le (γ_1), (γ_2) ci presentano il valore di I sotto la forma

$$I = \overline{I}_0 + \overline{I}_1,$$

dove

$$I_0 = \frac{h\overline{\Phi}}{n} = \frac{\overline{E}}{i S_0}, \quad \overline{I}_1 = \frac{\overline{I}'}{\alpha} = \frac{\overline{E}}{\alpha^2 Z'},$$

il che ci dice che la corrente primaria $\overline{I}$ può riguardarsi come risultante di due correnti $\overline{I}_0$ e $\overline{I}_1$ di cui la prima ha solo relazione con $\overline{\Phi}$, mentre l'altra varia proporzionalmente alla corrente secondaria $\overline{I}'$ e si annulla quando $\overline{I}' = 0$, cioè quando il secondario è aperto.

La prima si chiama *corrente di eccitazione* o *corrente a vuoto*: qualora si prescinda dal ritardo d'isteresi, essa è in fase con $\overline{\Phi}$ e quindi in quadratura con $\overline{E}$.

La seconda può chiamarsi *corrente di consumo* o *corrente utile*, e rappresenta la parte di $\overline{I}$ che viene utilizzata per la trasformazione trovando il suo equivalente nella corrente secondaria $\overline{I}'$ con cui essa è in fase e con cui varia di conserva.

Essendo infatti $\overline{E}$ in fase con $\overline{E}'$ ed $\overline{I}_1$ in fase con $\overline{I}'$ ed il rapporto fra I_1 ed I' essendo l'inverso di quello fra E ed E', detto ψ l'angolo che corrisponde alla comune differenza di fase fra $\overline{E}$ ed $\overline{I}_1$ da un lato e fra $\overline{E}'$ ed $\overline{I}'$ dall'altro, si ha

$$\frac{1}{2} E I_1 \cos\psi = \frac{1}{2} E' I' \cos\psi,$$

dove (ricordando che il semiprodotto dei valori massimi equivale al prodotto dei valori efficaci) il primo membro rappresenta la potenza assorbita nel primario colla corrente I_1 per parte della *f. e. m.* E, e il secondo membro rappresenta la potenza sviluppata nel secondario colla corrente I' per parte della *f. e. m.* $\overline{E}'$.

Siccome poi alla corrente $\overline{I}_0$ che è in quadratura con $\overline{E}$ non corrisponde per parte di questa alcun lavoro, così il primo membro rappresenta tutta la potenza assorbita nel primario per parte di $\overline{E}$, come il secondo rappresenta tutta quella sviluppata nel secondario. Denotando con Θ il valore comune dei due membri, avremo in Θ la misura della *potenza trasformata*.

L'espressione della potenza si presenta sotto la forma di *prodotto scalare* (§ 4); talchè applicando qui ai vettori nel piano la segnatura indicata pei prodotti scalari in generale, potremo scrivere brevemente

$$\Theta = \frac{1}{2} |\overline{E}\,\overline{I}_1| = \frac{1}{2} |\overline{E}'\overline{I}'|.$$

Ricordiamo poi che per una osservazione già fatta (§ 114) il prodotto scalare viene qui ad equivalere alla componente secondo la direzione di riferimento, o alla parte

reale, del prodotto di uno dei due vettori, o numeri complessi, per il coniugato dell' altro.

La potenza impressa ai capi del primario, che indicheremo con P, sarà similmente data da

$$P = \frac{1}{2} \, |\bar{D} \bar{I}|.$$

Ora dalla prima delle (α) moltiplicando per $\bar{I} = \bar{I}_o + I_1$ ed aggiungendo il fattore $\frac{1}{2}$, si ricava

$$P = \frac{1}{2} \, |\bar{E} I_o| + \frac{1}{2} \, |\bar{E} \bar{I}_1| + \frac{1}{2} R I^2;$$

e poichè $\frac{1}{2} |\bar{E} \bar{I}_1| = \Theta$, mentre $\frac{1}{2} |\bar{E} I_o|$, per essere $\bar{I}_o$ in quadratura con $\bar{E}$, è nullo, risulta

$$P = \Theta + \frac{1}{2} R I^2.$$

Ed allo stesso modo, indicando con P' la potenza restituita ai capi del secondario, espressa da $\frac{1}{2} |\bar{D}' \bar{I}'|$, si trova, servendosi della seconda delle (α),

$$P' = \Theta - \frac{1}{2} R_i' I'^2.$$

Le espressioni $\frac{1}{2} R I^2$ e $\frac{1}{2} R_i' I'^2$ rappresentano il calore sviluppato per l' effetto Joule nelle spirali primaria e secondaria: talchè la prima delle due equazioni precedenti ci dice che la differenza fra la potenza impressa ai capi del primario e la potenza trasformata è rappresentata dal calore svolto nella spirale primaria, e la seconda ci dice similmente che la differenza fra la potenza trasformata e quella restituita ai capi del secondario è rappresentata dal calore svolto nella spirale secondaria.

Sottraendo la seconda equazione dalla prima si ha

$$P - P' = \frac{1}{2} R I^2 + \frac{1}{2} R'_i I'^2 ;$$

vale a dire che la differenza fra la potenza impressa ai capi del primario e quella restituita ai capi del secondario corrisponde alla somma delle quantità di calore svolte nelle due spirali.

Supponendo mantenuta costante la differenza di potenziale impressa ai capi del primario, l' intensità e la fase della corrente secondaria $\overline{I}'$ varieranno a seconda delle condizioni del circuito esterno collegato coi capi della spirale secondaria, mentre nel primario la corrente si regola da sè commisurandosi in grandezza e fase alla $\overline{I}'$ conforme alla relazione

$$\overline{I} = \overline{I}_0 + \frac{\overline{I}'}{\alpha}.$$

Questa facoltà dell' autoregolazione secondo la corrente utilizzata nel circuito ricevitore o, come si suol dire, secondo il *carico*, costituisce una qualità esenziale e preziosa di siffatti apparecchi nei quali l' assorbimento di energia si proporziona automaticamente al bisogno, e che, quando funzionano *a vuoto* ossia a secondario aperto ($I' = 0$), non assorbono che una quantità minima corrispondente al passaggio della corrente eccitatrice I_0. La quale negli apparecchi ben costrutti non rappresenta che una piccola frazione (3 %₀ in media) della corrente a pieno carico, talchè la quantità di calore corrispondente $\frac{1}{2} R I_0^2$, che dà il consumo di energia a vuoto, tenuto anche conto che R è in generale assai piccolo, riesce insignificante.

§ 134. **Rappresentazione mediante un circuito derivato.** — S' immagini ora un circuito attivato da una differenza di potenziale alternativa $\overline{D}$ agente ai suoi capi

a e *b* (fig. 61), il quale fra due punti *m* e *n* si divida in due rami, di cui uno privo di resistenza e avente una reattanza S' pari a quella già indicata di sopra con S_0

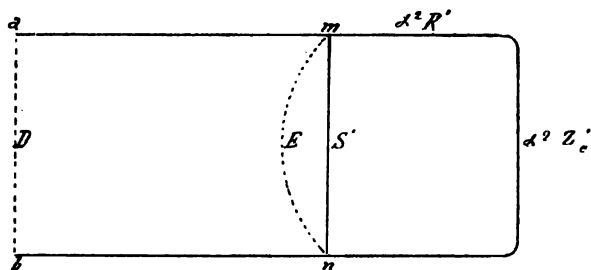



Fig. 61

e corrispondente alla reattanza della spirale primaria del trasformatore considerata *a secondario aperto,* e l'altro avente un' impedenza uguale all' impedenza totale Z' del circuito secondario (risultante dalla resistenza R'_i della spirale secondaria e dall' impedenza $\bar{Z}'_e$ del circuito esterno) moltiplicata per α^2, mentre nel tratto che precede la diramazione si ha una resistenza R uguale a quella della spirale primaria.

È facile vedere come un tal circuito sarà nel tratto che precede la diramazione percorso dalla stessa corrente $\bar{I}$ che si ha nel primario del trasformatore, e nei due rami fra *m* e *n* dalle stesse correnti I_0 e $\bar{I}_1$ in cui quella si può come sopra intendere divisa, e presenterà inoltre nei punti *m* e *n*, una differenza di potenziale uguale al valore della *f. e. m.* E sviluppata nel primario; sì che esso potrà servire a darci una immagine delle funzioni del trasformatore mettendo in rilievo sotto forma molto semplice la dipendenza fra i diversi elementi, e in particolare l' influenza delle condizioni del circuito esterno che si traduce nell' effetto dell' impedenza ridotta $\alpha^2 \bar{Z}'_e$ messa in serie colla resistenza ridotta $\alpha^2 R_i'$.

L' esattezza dell' accennata corrispondenza si riconosce subito osservando in primo luogo che, se si sop-

prime il secondo ramo, il circuito si trova nelle precise condizioni del primario del trasformatore a secondario aperto, e quindi passa la corrente $I_0 = \frac{\bar{E}}{i S_0}$; e in secondo luogo che dall'essere, come si è visto, $I_1 = \frac{\bar{E}}{\alpha^2 \bar{Z}}$ segue che la stessa corrente $\bar{I}_1$ corrisponderà alla *f. e. m.* $\bar{E}$ in un circuito la cui impedenza sia $\alpha^2 \bar{Z} = \alpha^2 R'_i + \alpha^2 \bar{Z}'_e$, com'è appunto quella che costituisce il secondo ramo.

Questo modo di rappresentazione ha poi il vantaggio di mostrarci in guisa al tutto ovvia le relazioni che si hanno quando il trasformatore contiene varii circuiti secondarii indipendenti invece di uno solo: poichè è evidente che essi vengono a rispondere ad altrettanti rami derivati fra gli stessi punti m e n.

§ 135. **Azioni perturbatrici.** — In ciò che precede si è per semplicità fatta astrazione dalle perturbazioni dovute all'isteresi, alle correnti di Foucault e alla dispersione magnetica, la quale fa sì che non tutte le linee del circuito magnetico sieno concatenate con tutti i giri di ambedue le spirali. Vediamo ora come se ne possa tener conto approssimativamente conservando alle relazioni la stessa forma.

L'isteresi ha per effetto di deformare la curva della corrente i nel primario, in quanto che la parte i_0, per causa appunto dell'isteresi, non è sinusoidale.

Infatti alla differenza di potenziale impressa ai capi del primario, che si suppone sinusoidale, si contrappone solo in piccola parte la forza controelettromotrice dovuta alla resistenza della spirale primaria; ed essa deve venire bilanciata quasi per intero dalla *f. e. m.* indotta, che perciò deve essere a sua volta molto prossimamente sinusoidale: onde tale deve essere anche il flusso magnetico alternativo prodotto dalla corrente i_0. Ma la dipendenza fra la i_0 e il detto flusso, che si traduce nella curva d'isteresi, esclude

che i_0 possa essere sinusoidale se tale deve essere il flusso. Vi sarà dunque deformazione della curva della i_0, che sarà risentita anche dalla i in misura tanto maggiore quanto minore è l' altra parte della i ossia la corrente utilizzata.

Se non che si è riconosciuto che alla curva deformata si può sostituire con effetti pressochè equivalenti una curva sinusoidale spostata di fase, talchè, insomma, l' effetto dell' isteresi si può rappresentare con sufficiente esattezza mediante un ritardo di fase del flusso $\overline{\Phi}$ rispetto alla corrente eccitatrice $\overline{I_0}$ (considerata ora come sinusoidale): onde $\overline{E}$ che precede $\overline{\Phi}$ di $\frac{\pi}{2}$ non è più in quadratura con $\overline{I_0}$ cui precede di un angolo inferiore a $\frac{\pi}{2}$ ed eguale a $\frac{\pi}{2} - \varepsilon$, ε essendo l' angolo che rappresenta il ritardo dovuto all' isteresi. La $\overline{I_0}$ ha quindi una componente $\overline{I_0}$ sen ε in fase con $\overline{E}$, onde segue che vi ha un lavoro $\frac{1}{2} E I_0$ sen ε per parte di quest' ultima, il quale si traduce nel calore sviluppato nel ferro per effetto dell' isteresi, da computarsi fra le perdite.

Le correnti di Foucault, che si destano in seno alle masse del ferro e del rame, determinano similmente una perdita sotto forma di calore: la loro azione è assimilabile a quella di un' altra spirale messa accanto al secondario e chiusa su sè stessa, nella quale venga erogata in calore svolto nell' interno una parte della potenza assorbita nel primario. A questa corrisponde una parte distratta dalla corrente utile, che si può intendere unita alla componente in fase con $\overline{E}$ della $\overline{I_0}$ che abbiamo detto esser dovuta all' isteresi.

La dispersione magnetica, infine, mentre torna a scapito del flusso comune $\overline{\Phi}$, mette in giuoco una particolare reattanza in ciascuna delle due spirali, dipendente dalle linee del circuito magnetico abbracciate

in particolare da ciascuna e non appartenenti al flusso comune, cioè che non attraversano l' altra spirale e quindi non entrano nel calcolo delle *f. e. m.* $\overline{E}$ ed $\overline{E}'$: onde al posto delle resistenze R e R'_i vengono ad aversi corrispondentemente delle impedenze $\overline{Z}$ e $\overline{Z}'_i$.

Mediante questa sostituzione unita ad una modificazione di $\overline{I}_0$ corrispondente agli effetti suddetti dell' isteresi e delle correnti di Foucault, che si riduce similmente a sostituire alla reattanza S_0 considerata dapprima una impedenza $\overline{Z}_0$ convenientemente scelta, talchè invece dell'espressione $\frac{\overline{E}}{i S_0}$ si abbia per $\overline{I}_0$ l'espressione $\frac{\overline{E}}{\overline{Z}_0}$, si potrà, come si era detto, tener conto nelle equazioni delle accennate perturbazioni senza mutarne la forma generale. E con le equazioni così ridotte si potrà ripetere il calcolo di sopra per le potenze P e P' giungendo agli stessi risultati.

Salvo che ora nell' espressione di P il termine $\frac{1}{2} |\overline{E}\overline{I}_0|$ non è nullo, ma rappresenta l'importo della potenza consumata per effetto dell' isteresi e delle correnti di Foucault, che si traduce in calore da aggiungersi a quello dovuto all' effetto Joule e rappresentato dal termine $\frac{1}{2} R I^2$. Onde la differenza $P - P'$ verrà ancora a corrispondere alla quantità complessiva di calore svolta nell' apparecchio.

Del resto, nei trasformatori ben costrutti la dispersione magnetica e le correnti di Foucault si trovano ridotte al minimo, e anche gli effetti d' isteresi vengono attenuati largheggiando nel computo delle sezioni dei circuiti magnetici per modo che si consegua il voluto valore di Φ senza elevar troppo il valore dell' induzione magnetica.

Per tal guisa le accennate perturbazioni non implicano che delle lievi correzioni ai valori delle quantità quali risultano prescindendo dalle medesime.

Senza entrare qui in particolari concernenti le forme, la struttura, ecc. dei varii modelli di trasformatori, abbiamo in ciò che precede quanto basta per caratterizzare in generale l'ufficio ed il modo di funzionare di questi apparecchi.

Aggiungeremo che le resistenze R e R'_i (o le impedenze Z e Z'_i) hanno in generale valori abbastanza piccoli perchè i termini RI e $R'I'$ (o ZI e Z'_iI') rappresentino una piccola frazione rispetto a D, E e D', E': onde il rapporto $D : D'$ dei potenziali ai capi delle due spirali viene a differire pochissimo dal rapporto $E : E'$ delle rispettive *f. e. m.* indotte, che è costante ed uguale al rapporto $\alpha = n : n'$ dei numeri di giri, o rapporto di trasformazione.

Se quindi, come generalmente si usa, si suppone D mantenuto costante, tale risulterà prossimamente anche D' e si avrà prossimamente $D' = \frac{D}{\alpha}$, e anche la fase di $\overline{D}$ concorderà prossimamente con quella di $\overline{D}'$. Dall'essere poi $\overline{I} = \overline{I}_0 + \frac{\overline{I}'}{\alpha}$ ed I_0 molto piccola, si avrà, trascurando I_0, prossimamente $I' = \alpha I$ ed $\overline{I}'$ prossimamente in fase con $\overline{I}$, sì che differenze di potenziale e intensità di corrente varieranno dal primario al secondario presso a poco con lo stesso rapporto, assai vicino ad α, ma in senso inverso, e conserveranno press'a poco la stessa fase; e perciò la potenza impressa ai capi del primario non differirà che di poco da quella restituita ai capi del secondario.

La piccola differenza sarà rappresentata dalle perdite in calore nell'interno dell'apparecchio per l'effetto Joule nelle due spirali, per l'effetto d'isteresi e per le correnti di Foucault.

Si usa poi proporzionare le sezioni del filo primario e del secondario in modo che le due spirali rappresentino lo stesso volume di rame, il che porta che le sezioni

sieno in ragione inversa del numero dei giri. Ne viene fra le resistenze delle due spirali la relazione $R = \alpha^2 R'$, (poichè la resistenza cresce in ragione diretta del numero dei giri e in ragione inversa della sezione che alla sua volta è in ragione inversa del numero dei giri), e quindi anche

$$\frac{1}{2} R I^2 = \frac{1}{2} \alpha^2 R' I^2 = \frac{1}{2} R' I'^2,$$

la quale mostra che le quantità di calore svolte per effetto Joule nelle due spirali risultano uguali.

§ 136. **Cenno sul calcolo di un trasformatore.** — Il problema del calcolo di un trasformatore, per la moltiplicità degli elementi di cui si ha a tener conto, è alquanto complesso; e quindi conviene in generale di procedere per successive approssimazioni.

I dati saranno: il rapporto di trasformazione, dipendente dai valori assegnati per la differenza di potenziale ai capi del primario e del secondario, e la potenza da trasmettere; onde poi risultano determinate le intensità delle correnti primaria e secondaria. Sarà data inoltre la frequenza delle alternazioni.

S' incomincia collo scegliere il tipo del trasformatore. Non si può dire in via assoluta quale dei modelli in uso sia in sè il migliore: qualche ragione particolare, indipendente dal merito intrinseco di ciascuno di essi, può determinare la scelta dell' uno a preferenza dell' altro. Si fissa poi, per analogia con altri apparecchi dello stesso tipo già costruito in condizioni simili, la sezione del nucleo; in base alla quale si determinano, seguendo le regole empiriche dettate dai migliori costruttori, le altre dimensioni, lo spessore delle lamiere, ecc.

Si assegna quindi come punto di partenza per i computi un certo valore all' induzione magnetica, prendendo p. es. $B = 5000$ come valore moderato da potersi

elevare, forzando, anche fino al doppio: e si fanno in corrispondenza i saggi sulla qualità di ferro scelta determinandone la permeabilità nell'intervallo $B = \pm 5000$ e computando le perdite d'isteresi per unità di volume, in relazione con la frequenza, mediante la formola di Steinmetz (§ 132) con un valore del coefficiente η conveniente alla qualità del ferro. Il volume del ferro essendo conosciuto, perchè le dimensioni sono già state assegnate, si calcolerà così la perdita totale per isteresi, che si può ritenere indipendente dal carico.

Vi è inoltre da tener conto delle cadute di potenziale ZI e $Z'_i I'$ nel primario e nel secondario, derivanti dalla resistenza e dalla dispersione magnetica e variabili col carico, che determinano rispettivamente l'eccedenza di D sopra E e di E' sopra D'. Ammettendo che per buoni trasformatori siffatta caduta a pieno carico si aggiri intorno al 2,5 % tanto per il primario quanto per il secondario, dal valore assegnato di D' si potrà prima dedurre E' e quindi il numero n' di giri, mediante la formola $E' = n' \omega \Phi 10^{-8}$, dove si conosce ω, perchè è data la frequenza, e si conosce Φ, che risulta dal prodotto di B per la sezione del nucleo.

Il numero dei giri n del primario si avrà dalla relazione $n = \alpha n'$; dove $\alpha = E : E'$. Ora si ha

$$\frac{E}{E'} = \frac{E}{D} \cdot \frac{D'}{E'} \cdot \frac{D}{D'}$$

dove il rapporto $D : D'$ è dato, mentre i rapporti $E : D$ e $D' : E'$ dipendono dalle cadute di potenziale di cui si è parlato testè. Ammettendo, come si è detto, che ciascuna di esse sia uguale al 2,5 %, si avrà da prendere α inferiore del 5 % circa al valore del rapporto $D : D'$; e con ciò resta determinato anche n.

Dalle dimensioni del nucleo di ferro risulta determinato il volume disponibile per i due avvolgimenti. Si suole, come si è detto, farli uguali in volume: e

quindi basterà determinare la sezione del filo per uno di essi, p. es. per il secondario, giacchè la sezione per l'altro filo, fissato il rapporto dei rispettivi numeri di giri, si desume dal volume che deve occupare il filo stesso di cui è nota la lunghezza media (poichè è nota la sezione del nucleo), tenendo il debito conto del volume rappresentato dal rivestimento isolante e dello spazio che si lascia fra l'avvolgimento primario ed il secondario.

Calcolata la sezione del secondario, se ne calcola la resistenza: la sezione e la resistenza del primario si otterranno rispettivamente dividendo per α e moltiplicando per α^2 i valori delle precedenti. Si verificherà quindi se a pieno carico le sezioni sieno tali da comportare le intensità corrispondenti e se le perdite per l'effetto Joule sieno comprese nei limiti ammessi. In caso negativo converrà rifare i calcoli per un nucleo più grande fino a che si giunga ad una densità di corrente ammissibile. Si possono allora ricalcolare le perdite totali per diversi valori dal carico e dedurne i corrispondenti valori del *rendimento*, cioè del rapporto $P' : P$.

E tenuto conto della superficie di disperdimento per il calore svolto, si potrà infine valutare approssimativamente anche l'innalzamento della temperatura dell'apparecchio e giudicare se questo si mantiene al di sotto dei limiti che la pratica insegna non potersi oltrepassare senza danno. In certi casi il nucleo e gli avvolgimenti si tengono immersi nell'olio, il che si è trovato essere vantaggioso per l'isolamento: ed a ciò si dovrà naturalmente aver riguardo nei calcoli relativi alla temperatura.

CAPITOLO X

Correnti polifasi

§ 137. **Vettori alternativi e vettori rotanti.** — Chiameremo *vettore alternativo* un vettore la cui grandezza varii con legge alternativa mentre la direzione si conserva invariata, come accade p. es. della forza magnetica o dell' induzione magnetica in un punto qualunque di un campo generato da una corrente alternativa a circuito fisso.

Le quantità alternative che abbiamo avuto occasione di considerare fin qui, quali le *f. e. m.*, le differenze di potenziale, le intensità di corrente in dati circuiti, ed anche il flusso o numero di linee di induzione magnetica abbracciate dai circuiti stessi, erano tutte scalari, o riguardate come tali, in quanto che non si è mai avuto a tener conto della direzione.

E abbiamo visto come in tal caso una grandezza alternativa sinusoidale possa rappresentarsi mediante la proiezione, sopra una direzione fissa, di una retta rotante in un piano che passi per quella direzione e la cui lunghezza rappresenti il valor massimo della grandezza considerata: il che equivale a dire che questa può riguardarsi come la componente secondo la suddetta dire-

zione di un *vettore rotante*, la cui grandezza sia uguale al valor massimo della grandezza considerata.

Ora è facile di vedere qualmente, quando si tratta invece di un vettore alternativo, questo possa riguardarsi come *risultante di una coppia di vettori rotanti con pari velocità in verso opposto e ciascuno di grandezza uguale alla metà della grandezza massima dello stesso vettore alternativo*, restando inteso che si parla di rotazione in un piano che contenga la direzione del vettore dato e con velocità costante ed uguale alla *pulsazione*, come spesso si usa chiamare la velocità ω corrispondente alla frequenza delle alternazioni.

Sia infatti $A \cos(\omega t + \varphi)$ la grandezza del vettore alternativo e sia $OM = A$ (fig. 62) la retta che rappresenta la sua direzione e la sua grandezza massima: se si immaginano due vettori di grandezza uguale ad $\frac{A}{2}$, che al tempo $t = o$ si trovino nelle posizioni OS, OD dalle due parti di OM, ad ugual distanza angolare φ, e che ruotino con velocità costante ω l' uno verso sinistra e l' altro verso destra, è chiaro che la loro risultante cadrà costantemente sulla direzione OM ed avrà in un qualunque tempo t il valore $A \cos(\omega t + \varphi)$, e quindi rappresenterà il dato vettore alternativo.

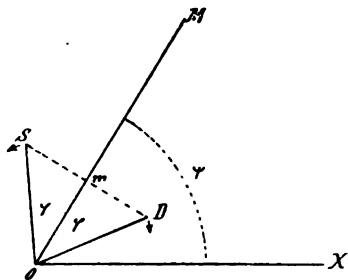



Fig. 62

Reciprocamente, ogni coppia di vettori di ugual grandezza $\frac{A}{2}$ rotanti in un piano con pari velocità ω in verso opposto ha per risultante un vettore alternativo di grandezza massima uguale ad A ossia al doppio della grandezza dei vettori rotanti.

Poichè è chiaro che la bisettrice dell' angolo dei due vettori rotanti conserverà una direzione fissa e che la loro risultante cadrà costantemente su questa direzione e sarà uguale al doppio della proiezione di ciascuno dei due sulla direzione medesima, proiezione che sarà rappresentata in un qualunque tempo t da

$$\frac{A}{2} \cos(\omega t + \varphi),$$

dove φ designa la metà dell' angolo dei due vettori al tempo $t = o$.

Indicando con α e β rispettivamente gli angoli SOX e DOX che i due vettori rotanti fanno al tempo $t = o$ con una direzione fissa OX scelta a piacere nel loro piano, e indicando con ψ l' angolo MOX che la direzione del vettore alternativo fa con la stessa OX, si ha:

$$\alpha = \psi + \varphi, \quad \beta = \psi - \varphi: \quad \varphi = \frac{\alpha - \beta}{2}, \; \psi = \frac{\alpha + \beta}{2},$$

le quali ci danno α e β espressi per gli angoli φ e ψ che definiscono rispettivamente la fase del vettore alternativo e la sua direzione nel piano; e reciprocamente ci danno φ e ψ espressi per α e β.

Consideriamo ora un sistema di un numero qualsiasi di vettori alternativi sinusoidali di ugual frequenza e giacenti in un medesimo piano, ma le cui ampiezze, fasi, direzioni sieno del resto quali si voglia. A ciascuno di essi possiamo immaginare sostituita la rispettiva coppia di vettori rotanti nel medesimo piano, e possiamo quindi prendere a considerare separatamente i due sistemi costituiti da tutte le componenti rotanti verso sinistra e da tutte quelle rotanti verso destra, ciascuno dei quali è evidentemente riduttibile mediante composizione ad un unico vettore rotante nel rispettivo verso. Avremo così due vettori, che chiameremo S e D, rotanti in verso opposto e in generale disuguali, il cui sistema sarà equivalente al primitivo sistema di vettori alternativi. Onde

si ha: che *un qualunque sistema di vettori alternativi sinusoidali di ugual frequenza e giacenti in un medesimo piano può ridursi ad un sistema di due vettori* S *e* D *rotanti in verso opposto con velocità uguale e corrispondente alla comune frequenza.*

Questi due vettori, come si è detto, saranno in generale disuguali: decomponendo il maggiore di essi in due parti di cui una sia uguale al vettore minore e quindi combinata con quello dia un vettore alternativo, mentre l' altra parte rimane quale vettore rotante, si ha: che lo stesso sistema *può sempre ridursi ad un sistema di un vettore alternativo e di un vettore rotante.*

§ 138. **Casi particolari - Sistemi polifasi.** — In particolare potrà accadere che manchi il vettore rotante (quando S e D sono uguali) e quindi il sistema si riduca ad un solo vettore alternativo; o che manchi il vettore alternativo (quando o S o D risulti nullo) e quindi il sistema si riduca a un solo vettore rotante.

Limitandoci ai casi più semplici, si può vedere: che *il sistema si riduce ad un solo vettore alternativo quando tutti i vettori dati hanno la medesima direzione,* oppure quando *hanno la medesima fase:* poichè nel primo caso le componenti rotative sinistrorse e destrorse formano due sistemi simmetrici rispetto alla direzione comune; e nel secondo caso le une si possono recare a coincidere colle altre mediante una rotazione di 2φ (al tempo $t = o$), φ essendo il comune angolo di fase; talchè in ambedue i casi S e D sono evidentemente uguali.

Si può vedere poi: che *il sistema si riduce ad un solo vettore rotante quando esso è un sistema polifase di vettori uguali disposti regolarmente a stella,* chiamando *polifase* un sistema di p quantità alternative ed equidistanti di fase con una differenza angolare di $\frac{\pi}{p}$ o $\frac{2\pi}{p}$, e intendendo che nella disposizione dei vettori a stella l' angolo

di due direzioni consecutive sia quello stesso $\frac{\pi}{p}$ o $\frac{2\pi}{p}$ che ne rappresenta la differenza di fase, in modo che ne risulti una mezza stella o rispettivamente una stella regolare completa.

Infatti in queste condizioni per uno dei due sistemi di componenti rotative la differenza di fase fra i vettori consecutivi compensa la differenza di direzione, e quindi le componenti vengono ad avere tutte la stessa direzione, e il loro insieme costituisce un vettore rotante di grandezza p volte maggiore di quella delle singole componenti: mentre per l' altro sistema le due differenze si aggiungono, talchè due componenti consecutive vengono a distare di $\frac{2\pi}{p}$ o rispettivamente di $\frac{4\pi}{p}$ formando tutt' intorno una stella completa o una doppia stella. Si ha una stella semplice in un solo giro con tutte le p componenti nel primo caso; e nel secondo caso, se p è dispari, si ha pure una stella semplice formata con tutte le p componenti in due giri, mentre se p è pari, si ha già una stella completa in un giro con le prime $\frac{p}{2}$ componenti, che poi si ripete con le altre $\frac{p}{2}$ componenti. Ma qui basta considerare i primi $\frac{p}{2}$ vettori, perchè gli altri, che sarebbero ordinatamente in direzione opposta ed in opposizione di fase rispetto ai primi, verrebbero a coincidere con essi.

Ne segue che in ogni caso il secondo sistema di componenti *ha una risultante nulla.* Poichè la risultante di una stella regolare di rette è sempre nulla, come si vede senz' altro osservando che se si compongono per mezzo di una poligonale, questa si chiude in un poligono regolare.

Indicando con A la grandezza massima comune dei vettori dati, si ha dunque che il loro sistema si

riduce ad un solo vettore rotante di grandezza uguale alla comune grandezza $\frac{A}{2}$ delle singole componenti rotative moltiplicata per il loro numero. Il verso della rotazione è quello delle fasi decrescenti, cioè va dai vettori alternativi in precedenza di fase a quelli in ritardo.

Se θ è l'angolo che tale vettore rotante fa al tempo $t = o$ colla retta di riferimento, θ potrà servire a definire la fase del vettore rotante o del sistema cui esso equivale. La fase dei singoli vettori viene data allora da $\theta - \psi$, dove ψ indica la loro direzione.

Notiamo che qui la denominazione *polifase* è adoperata nel senso abituale e più ristretto, mentre per sistema polifase in generale si deve intendere un sistema di grandezze alternative della stessa specie che presentino fra loro delle differenze di fase quali si voglia. I sistemi speciali cui ora ci riferiamo sono quelli che d'ordinario si considerano. Essi possono distinguersi in *simmetrici* ed *asimmetrici*, chiamando simmetrici quelli in cui l'intervallo angolare è $\frac{2\pi}{p}$ e che sono rappresentati da una stella completa, ad asimmetrici gli altri che corrispondono ad una mezza stella. La loro considerazione si presenta anche quando non si abbia come qui sopra a tener conto della direzione, ma si tratti di grandezze alternative scalari, o riguardate come tali.

Nella rappresentazione di cui ci siam sempre serviti per l'addietro un sistema siffatto corrisponde alla proiezione sopra una direzione fissa di une stella regolare o di una mezza stella formata di tante rette uguali e angolarmente equidistanti.

Si è osservato poc'anzi come la risultante di una stella completa in tali condizioni sia nulla; onde si desume una proprietà importante dei sistemi *polifasi simmetrici:* ed è che *la somma algebrica di tutte le* p *grandezze di un sistema polifase simmetrico è in ciascun istante uguale a*

zero. Nei sistemi polifasi asimmetrici considerandosi solo una mezza stella, la proprietà non ha più luogo.

I sistemi polifasi più semplici e più importanti per le applicazioni sono quelli corrispondenti a $p = 2$ con una differenza di fase di $\frac{1}{4}$ di periodo, ossia di 90°, e a $p = 3$ con una differenza di $\frac{1}{3}$ di periodo o di 120°; che prendono rispettivamente il nome di sistema *bifase* e sistema *trifase.*

Ritornando ai vettori, aggiungeremo che talvolta accade di dover considerare dei vettori alternativi la cui direzione, invece di essere fissa, ruoti con velocità angolare uniforme in un piano. Indicando con ω' tale velocità, con ω, al solito, la pulsazione e con A la grandezza massima del vettore alternativo, e sostituendo a questo le due componenti rotative prese nel piano suddetto, avremo, in virtù della rotazione comune ω', per una di esse una velocità risultante uguale alla somma $\omega + \omega'$ e per l'altra una velocità uguale alla differenza $\omega - \omega'$: onde si vede che un vettore alternativo rotante equivale al sistema di due vettori di grandezza uguale ad $\frac{A}{2}$ rotanti in senso opposto con velocità differenti e rappresentate rispettivamente da $\omega + \omega'$ e $\omega - \omega'$.

Nel caso particolare in cui si abbia $\omega' = \omega$ la seconda di queste velocità si riduce a zero e la prima a $2\,\omega$: vale a dire che il vettore dato si riduce al sistema di un vettore costante fisso e di un vettore rotante con velocità doppia di quella che corrisponde alla frequenza.

§ 139. **Campi magnetici rotanti.** — Una corrente alternativa sinusoidale genera un campo magnetico che, prescindendo dalle alterazioni dipendenti dalla forma

della curva magnetica e dall' isteresi, è anch' esso alternativo sinusoidale e in fase colla corrente.

Scegliendo convenientemente la forma della spirale eccitatrice, si può fare che un tal campo, dentro una certa regione, sia uniforme, cioè abbia dappertutto la stessa direzione e la stessa intensità (valore istantaneo); e si può fare altresì che più campi di questo genere, dovuti a diverse correnti, si producano contemporaneamente in una medesima regione.

In un punto qualunque di questa regione ciascuno dei detti campi sarà rappresentato da un vettore alternativo sinusoidale, e quindi il campo risultante corrisponderà in ogni istante alla somma geometrica di un sistema di vettori siffatti.

Supponendo le frequenze tutte uguali, e supponendo inoltre tutte le direzioni contenute in un medesimo piano, ci ritroviamo nel caso dei sistemi di vettori alternativi studiati qui sopra, e saranno applicabili tutte le proposizioni precedenti.

E così vediamo p. es. come mediante un sistema polifase di correnti disposte in guisa da produrre tanti campi alternativi di uguale intensità massima H orientati regolarmente a stella, si possa ottenere un campo magnetico rotante d' intensità costante ed uguale al prodotto di $\frac{H}{2}$ per il numero delle correnti.

Nel caso più generale, a meno che tutte le direzioni o tutte le fasi non coincidano (il che darebbe luogo ad un solo campo alternativo), si avrà la sovrapposizione di un campo rotante e di un campo alternativo, onde risulterà ancora un campo rotante, la cui velocità ed intensità non saranno però più costanti, ma presenteranno delle fluttuazioni nel corso di ogni rivoluzione.

In particolare si potrà produrre un campo rotante mediante due sole spirali ad angolo retto percorse da due correnti in quadratura (sistema bifase) che daranno

due campi alternativi ad angolo retto e in quadratura di fase, rappresentabili rispettivamente con $H \cos(\omega t)$ e $H \operatorname{sen}(\omega t)$ e costituenti insieme un campo d' intensità costante H rotante con velocità uniforme ω, come si vede chiaramente dalla fig. 63.

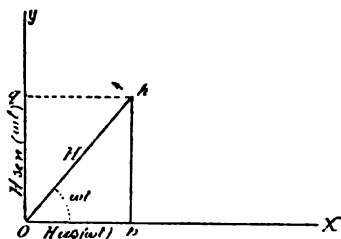



Fig. 63

Similmente si produrrà un campo rotante con tre spirali i cui piani aventi una comune intersezione, o intersezioni parallele, sieno disposti a 120° l'uno dall'altro e percorsi da tre correnti le cui fasi differiscano l'una dall'altra per un terzo di periodo (sistema trifase). Se H indica ancora il valor massimo dell'intensità di ciascuno dei tre campi corrispondenti alle tre spirali, l'intensità del campo rotante sarà rappresentata da $\frac{3}{2} H$.

La scoperta dei campi rotanti prodotti per tal modo mediante correnti alternative è relativamente recente. ed è stata di grande importanza. Essa si deve a Galileo Ferraris: onde siffatti campi sogliono anche chiamarsi *campi Ferraris*. Essi non differiscono quanto alle proprietà da quelli che si possono ottenere per via meccanica mediante la rotazione effettiva di calamite o di spirali percorse da corrente continua.

I fenomeni cui questi campi danno luogo s'intendono facilmente ove si rifletta che le relazioni di un campo rotante in presenza di sistemi fissi sono appunto quelle medesime cui darebbe luogo reciprocamente la rotazione (in verso opposto) degli stessi sistemi in presenza di un campo fisso, essendo esse determinate in ogni caso dal movimento relativo.

Così per es., allo stesso modo come in un conduttore che ruoti in un campo fisso si hanno *f. e. m.* e correnti

indotte, ed anche reazioni meccaniche che giusta la legge di Lenz si svolgono in opposizione al movimento, reciprocamente un campo rotante provoca in un conduttore fisso, a parità di condizioni, le stesse *f. e. m.* e correnti indotte e le stesse reazioni meccaniche, le quali qui tendono a trascinare il conduttore nel senso della rotazione del campo.

Se non vi si oppone una resistenza sufficiente, il conduttore si metterà realmente a girare. Nella fig. 64 è rappresentata schematicamente la disposizione sperimentale per produrre così, nel modo il più semplice, la rotazione intorno ad un asse OO' di un conduttore C mediante l'azione del campo rotante generato da due spirali a, b disposte ad angolo retto e percorse da due correnti alternative di ugual frequenza in quadratura fra loro.

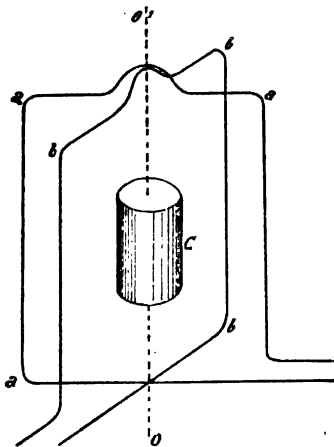



Fig. 64

Un tal sistema bifase si può ottenere anche da una sola corrente alternativa dividendola in due rami in parallelo di impedenze $\overline{Z}'$ e $\overline{Z}''$ rappresentate da due segmenti perpendicolari fra di loro, ossia tali da soddisfare alla relazione $\overline{Z}'' = i\overline{Z}'$. Allora le correnti nei due rami saranno in quadratura, e basterà disporne i circuiti ad angolo retto per avere il sistema bifase. Ponendo per $\overline{Z}'$ e $\overline{Z}''$ le rispettive espressioni $R' + iS'$ ed $R'' + iS''$, la relazione predetta diviene

$$R'' + iS'' = i(R' + iS') = iR' - S'$$

dove le parti reali e le parti immaginarie dovranno essere separatamente uguali, il che dà

$$S'' = R', \quad S' = -R''.$$

A queste condizioni si può soddisfare in quanti modi si vuole: poichè si possono assegnare a piacere le resistenze R' ed R'' e regolare quindi in conseguenza le reattanze S'' ed S'. La soluzione più semplice consiste nel fare uno dei rami di resistenza trascurabile ($R'' = 0$) e l' altro privo di reattanza ($S' = 0$), e inserire in quello una reattanza induttiva S'' pari alla resistenza di questo mediante un rocchetto privo di resistenza (di resistenza minima).

Due spirali ad angolo retto che si trovino in un campo magnetico rotante divengono sede di un sistema bifase di *f. e. m.* indotte, cui, se i circuiti sono chiusi e tali che le correnti conservino in essi la stessa differenza di fase delle *f. e. m.*, corrisponde un sistema bifase di due correnti.

Allo stesso modo con tre spirali a 120° si può avere un sistema trifase di correnti; e in generale con un sistema di spirali disposte regolarmente a stella (mezza stella o stella intera) si può avere un sistema polifase di correnti.

E poichè d' altra parte il campo rotante può alla sua volta essere dovuto ad un sistema di correnti polifasi, così si vede la possibilità di trasformare correnti polifasi in altre correnti polifasi mediante trasformatori a campo rotante in quella guisa che si pratica per una semplice corrente alternativa in un trasformatore ordinario.

§ 140. **Trasformatori polifasi.** — Suppongasi un sistema di p spirali uguali, ciascuna formata di n giri, disposte regolarmente a stella ed attivate da un sistema polifase di p differenze di potenziale alternative impresse ai capi delle spirali medesime: ne risulterà un sistema polifase di p correnti ed un campo magnetico rotante. Le p correnti, per la disposizione dei circuiti, possono

anch' esse rappresentarsi mediante un sistema di p vettori alternativi cui corrisponde un unico vettore rotante. Questo sarà il sistema *primario*, al quale supponiamo unito un sistema *secondario* di p' spirali uguali, ciascuna di n' giri, disposte anch' esse regolarmente a stella ed in condizioni simmetriche rispetto al campo rotante, che diverranno sede di un sistema polifase di *f. e. m.* indotte e quindi, supponendole chiuse mediante altrettanti circuiti esterni di uguale impedenza, di un sistema polifase di correnti cui corrisponderà come per il sistema primario un unico vettore rotante. Il complesso dei due sistemi costituisce un trasformatore polifase inteso nel senso più generale: in pratica i numeri p e p' sono di ordinario uguali fra loro ed uguali a 2 o 3; ma qui tratteremo direttamente il caso generale. Indicheremo con α il rapporto $n : n'$, con β il rapporto $p : p'$ e con γ il prodotto $\alpha\beta$ ossia il rapporto $np : n'p'$.

Per ciascuna delle spirali del primo sistema e per ciascuna di quelle del secondo si avranno equazioni simili a quelle già considerate per le due spirali di un trasformatore ordinario, cioè:

$$(\alpha') \qquad \overline{D} = \overline{E} + \overline{Z}\overline{I}, \quad \overline{D}' = \overline{E}' - \overline{Z}'_i\overline{I}';$$

$$(\beta') \qquad E = in\omega\overline{\Phi}\,.\,10^{-8}, \quad \overline{E}' = in'\omega\overline{\Phi}\,.\,10^{-8};$$

dove le $\overline{Z}$, $\overline{Z}'_i$, che si suppongono uguali per tutte le spirali di ciascun sistema, stanno al posto delle resistenze, volendosi qui tener conto delle reattanze speciali dipendenti dalla dispersione magnetica o dai flussi trasversali (§ 135), mentre Φ si riferisce al flusso comune, che cioè viene durante la rotazione del campo ad essere successivamente abbracciato per intero dalle singole spirali del sistema primario come da quelle del secondario determinando in ciascuna di esse un flusso alternativo, il quale provoca le *f. e. m.* indotte $\overline{E}$ nelle spirali primarie ed $\overline{E}'$ nelle secondarie. Le $\overline{D}$, $\overline{D}'$ si riferiscono alle differenze di poten-

ziale rispettivamente impresse ai capi delle une e restituite ai capi delle altre.

In grazia delle supposte condizioni di simmetria perfetta le $\overline{D}$, $\overline{E}$, $\overline{I}$ hanno la stessa ampiezza per tutti i circuiti primarii, le $\overline{D}'$, $\overline{E}'$, $\overline{I}'$ per tutti i secondarii e la Φ per gli uni e per gli altri; e anche le differenze di fase sono similmente uguali: le $\overline{D}$, $\overline{E}$, $\overline{I}$; $\overline{D}'$, $\overline{E}'$, $\overline{I}'$ e $\overline{\Phi}$ costituiscono altrettanti sistemi polifasi stellati riduttibili ciascuno ad un solo vettore rotante, e le dette differenze di fase corrispondono alle distanze angolari fra i rispettivi vettori rotanti, le quali si mantengono costanti e possono venir definite mediante le direzioni dei vettori stessi al tempo $t = 0$. Perciò invece delle equazioni relative alle singole spirali di ciascun sistema si possono considerare equazioni valevoli in comune riferite ai segmenti che hanno per lunghezza i valori massimi comuni e per direzione le direzioni iniziali dei suddetti vettori rotanti.

Alle (α') e (β') intese in questo senso si aggiunge l'equazione che stabilisce la dipendenza fra $\overline{\Phi}$ e le $\overline{I}$, $\overline{I}'$, che qui prende la forma

$$\overline{\Phi} = \frac{p}{2}\frac{n\overline{I}}{\overline{h}} - \frac{p'}{2}\frac{n'\overline{I}'}{\overline{h}'},$$

$\frac{nI}{h}$ e $\frac{n'I'}{h}$ significando i valori massimi comuni dei flussi alternativi generati dalle correnti delle singole spirali primarie e secondarie, che componendosi danno luogo ai rispettivi flussi rotanti di grandezza $\frac{p}{2}\frac{nI}{h}$ e $\frac{p'}{2}\frac{n'I'}{h'}$, ed $\overline{h}$, $\overline{h}'$ avendo il solito significato in relazione con la riluttanza, supposta uguale per ragione di simmetria, dei singoli circuiti magnetici corrispondenti alle singole spirali primarie e secondarie, con riguardo all'isteresi ed alle correnti di Foucault (§ 135).

Supponendo per semplicità che la struttura e la disposizione dei due sistemi di avvolgimenti sieno tali

che si possa ritenere $h = h'$, la stessa relazione si riduce alla forma

$$(\gamma') \qquad 2\bar{h}\Phi = pn\bar{I} - p'n'\bar{I}'.$$

Vi ha da ultimo l'equazione che determina $\bar{I}'$ in funzione di $\bar{E}'$ e dell'impedenza totale $\bar{Z}' = \bar{Z}'_i + \bar{Z}'_e$ dei circuiti secondari, dove $\bar{Z}'_e$ si riferisce alla parte esterna e si suppone qui uguale anch'essa per tutti:

$$(\delta') \qquad \bar{I}' = \frac{\bar{E}'}{\bar{Z}'}.$$

Il sistema di equazioni (α'), (β'), (γ'), (δ') corrisponde perfettamente a quello relativo al caso di un trasformatore ordinario, e dà luogo a deduzioni analoghe.

Così la $\bar{I}$ si potrà anche qui riguardare come risultante di una parte eccitatrice $\bar{I}_0$ e di una parte $\bar{I}_1$ utilizzata per la trasformazione, espresse da

$$(\gamma'_1) \qquad \bar{I}_0 = \frac{2\bar{h}\Phi}{np}, \quad \bar{I}_1 = \frac{\bar{I}'}{\gamma}.$$

La $\bar{I}_1$ è in fase con $\bar{I}'$, ed il rapporto di grandezza $I_1 : I'$ è dato da $1 : \gamma$. D'altra parte $\bar{E}$ è in fase con $\bar{E}'$, come appare dalle (β'), ed il rapporto $E : E'$ è dato da α; e quindi il rapporto $pE : p'E'$ è dato dal prodotto $\alpha\beta$ ossia da γ.

Ne segue che l'espressione $\frac{1}{2}p\,|\bar{E}\bar{I}_1|$, la quale rappresenta la potenza assorbita nel sistema dei p circuiti primarii per parte delle $\bar{E}$ ed $\bar{I}_1$, risulta uguale all'espressione $\frac{1}{2}p'\,|\bar{E}'\bar{I}'|$ che rappresenta similmente la potenza sviluppata nei p' circuiti secondarii colle $\bar{E}'$, $\bar{I}'$: onde indicando ancora con Θ la *potenza trasformata*, si ha:

$$\Theta = \frac{1}{2}p\,|\bar{E}\bar{I}_1| = \frac{1}{2}p'\,|\bar{E}'\bar{I}'|.$$

E denotando del pari con P e P' la potenza impressa ai capi del sistema primario e quella restituita ai capi del secondario, rappresentate rispettivamente da $\frac{1}{2} p \, |\bar{D} \bar{I}|$ e $\frac{1}{2} p' \, |\bar{D}' \bar{I}'|$, si deduce dalle ($\alpha'$) col solito processo e tenendo presenti le regole relative ai prodotti scalari:

$$P = \frac{1}{2} p \, |\bar{E} I_1| + \frac{1}{2} p \, |\bar{E} I_0| + \frac{1}{2} p R I^2 = \Theta + Q$$

$$P' = \frac{1}{2} p' \, |\bar{E}' I'| - \frac{1}{2} p' R'_i I'^2 = \Theta - Q',$$

dove in Q sono cumulate le perdite per l'isteresi e per le correnti di Foucault, rappresentate insieme dal termine $\frac{1}{2} p \, |\bar{E} \bar{I}_0|$, e quelle per l'effetto Joule nel sistema delle spirali primarie, rappresentate da $\frac{1}{2} p R I^2$, mentre $Q' = \frac{1}{2} p' R'_i I'^2$ si riferisce all'effetto Joule nel sistema delle spirali secondarie. Di qui si ricava

$$P - P' = Q + Q'$$

la quale ci dice che la differenza fra la potenza impressa e la potenza restituita corrisponde al complesso delle varie perdite suddette, le quali si traducono tutte insieme in calore sviluppato nell' apparecchio.

Tutto ciò si riferisce al caso più semplice in cui, per la supposta uguaglianza delle impedenze $\bar{Z}'_e$ delle parti esterne di tutti i circuiti secondarii, le funzioni dell' apparecchio si mantengono perfettamente *bilanciate*. Se, supponendo sempre soddisfatte le condizioni di simmetria interna, si considerano le funzioni stesse quando le $\bar{Z}'_e$ sono diverse, cioè quando il carico è distribuito diversamente fra le diverse parti del secondario, allora

le equazioni variano naturalmente dall' uno all' altro circuito del secondario e quindi per riflesso anche del primario, con che la trattazione si complica. Tuttavia, senza ricorrere alle equazioni stesse, i caratteri generali dell' andamento si possono ancora delineare con semplicità. Poichè, dovendo il sistema delle *f. e. m.* indotte nelle spirali primarie, il quale deve bilanciare in massima parte il sistema delle differenze di potenziale impresse, mantenersi approssimativamente polifase e riduttibile ad un vettore rotante, come quello, ne segue che lo stesso deve accadere del sistema dei flussi e quindi del sistema delle $\overline{I}_0$ e delle $\overline{E}'$. E però le funzioni dell' apparecchio muteranno sensibilmente solo in quanto alla varia distribuzione delle correnti $\overline{I}'$ nelle parti del secondario verrà a corrispondere una varia distribuzione delle correnti utili $\overline{I}_1$, determinata dalla condizione di compensare la reazione magnetica delle prime.

§ 141. **Trasformatori rotanti.** — Fra le spirali primarie e secondarie di un trasformatore in azione, in grazia delle correnti da cui sono percorse, si esercitano delle forze che in complesso si traducono in una repulsione mutua. Ne viene una tendenza al movimento che però non ha modo di esplicarsi quando, come nei casi considerati fin qui, le spirali sono fisse.

Ma se si usa una disposizione la quale, senza che il trasformatore perda il suo carattere, permetta un moto relativo continuato dei due sistemi primario e secondario, per es. una rotazione di uno di essi intorno ad un asse, si avrà un apparecchio in cui alle azioni elettriche verranno ad associarsi le azioni meccaniche. A ciò si prestano i trasformatori polifasi a campo rotante testè considerati, nei quali una rotazione uniforme del sistema secondario intorno all' asse comune di simmetria viene ad equivalere semplicemente ad un mutamento della velocità di rotazione del campo rispetto al secondario medesimo.

Per rendere possibile la rotazione del sistema secondario converrà interrompere la continuità del ferro fra esso e il sistema primario, talchè il flusso magnetico dovrà correre necessariamente per un tratto nell'aria. Ciò porterà un aumento nel valore della riluttanza e quindi della corrente eccitatrice, ed anche un aumento della dispersione magnetica e con essa delle reattanze speciali sunnominate, in confronto dei trasformatori statici in cui il circuito magnetico trova una via continua attraverso il ferro.

Ciò posto, indichiamo con ω' la velocità con cui ruota il secondario e con ω, come per l'addietro, la pulsazione, ossia la velocità corrispondente alla frequenza delle correnti alternative nel primario, che è anche la velocità di rotazione del campo magnetico, supponendo che ω' sia contato positivamente nel verso della rotazione del campo. La differenza $\omega - \omega'$ delle due velocità rappresenterà la velocità *relativa* del secondario e del campo, ed il rapporto $(\omega - \omega') : \omega$, che indicheremo con σ, sarà ciò che si chiama lo *scorrimento* dei due moti. Per ω' positivo e variante da 0 ad 1, il valore di σ varia da 1 a 0; diviene negativo per ω' maggiore di ω, e diviene maggiore di 1 quando ω' prende valori negativi.

Vediamo ora quali modificazioni la rotazione ω' del secondario apporta nelle funzioni del trasformatore.

Esse dipendono essenzialmente dalla variazione che subisce la *f. e. m.* indotta nelle spirali secondarie, la quale dal valore $\bar{E}' = in'\omega\bar{\Phi}10^{-8}$ che ha quando il secondario è immobile passa al valore $\sigma\bar{E}'$, poichè la rotazione del flusso $\bar{\Phi}$ rispetto al secondario è ora ridotta a $\sigma\omega$.

Anche la reattanza speciale $L'\omega$ delle spirali secondarie viene ad essere moltiplicata per σ per la sostituzione di $\sigma\omega$ al posto di ω, e quindi Z'_i e Z' vengono ad assumere un valore diverso che indicheremo con (Z'_i) e (Z') per distinguerli dai valori primitivi. Queste modificazioni si riflettono poi sul valore delle correnti

secondarie $\bar{I}'$, il quale, riferendoci al caso delle Z'_e tutte uguali, sarà ora dato in comune da

$$\bar{I}' = \frac{\sigma \bar{E}'}{(\bar{Z}')}.$$

La frequenza delle $\bar{I}'$ vien ridotta in corrispondenza colla velocità $\sigma\omega$; ma vuol essere notato che tale riduzione non si riflette sulla reazione magnetica: poichè mentre il sistema delle $\bar{I}'$ genera per sè un campo rotante con velocità $\sigma\omega = \omega - \omega'$, siccome il secondario ruota alla sua volta con velocità ω', ne risulta per la velocità effettiva di detto campo sempre lo stesso valore ω uguale alla velocità del campo generato dalle $\bar{I}$ col quale esso si compone come sopra. Onde seguita a sussistere invariata la corrispondenza fra $\bar{I}'$ ed I_1; e così pure la relazione di equivalenza fra le due espressioni $\frac{1}{2} p \,|E I_1|$ e $\frac{1}{2} p' \,|\bar{E}' \bar{I}'|$. Se non che mentre la prima, pur variando per il variare di I_1 in dipendenza da $\bar{I}'$, rappresenta ancora la potenza elettrica assorbita nel primario, la seconda invece non rappresenta più la potenza elettrica sviluppata nel secondario, la quale ora viene ad essere data da $\frac{1}{2} p' \,|\sigma \bar{E}' \bar{I}'|$.

La differenza dovrà corrispondere al lavoro meccanico che si sviluppa ora nel secondario per effetto della rotazione. Infatti rifacendo come nel § precedente il calcolo delle potenze elettriche $P = \frac{1}{2} p \,|\bar{D} \bar{I}|$ e $P' = \frac{1}{2} p' \,|\bar{D}' \bar{I}'|$, per la seconda delle quali dobbiamo adesso servirci dell' equazione

$$\bar{D}' = \sigma \bar{E}' - (Z'_i) \bar{I}'$$

che prende il posto della seconda delle (α'), si ottiene

$$P = \frac{1}{2}\, p\,|\bar{E}\bar{I}_1| + Q, \quad P' = \frac{1}{2}\,\sigma p'\,|\bar{E}'\bar{I}'| - Q'$$

dove Q e Q' rappresentano come sopra le perdite in calore. Ne viene, denotando ancora con Θ il valor comune delle due espressioni $\frac{1}{2}\,p\,|\bar{E}\bar{I}_1|$ e $\frac{1}{2}\,p'\,|\bar{E}'\bar{I}'|$:

$$P - P' = (1-\sigma)\Theta + Q + Q',$$

talchè prescindendo dalle perdite e posto $(1-\sigma)\,\Theta = \Lambda$, risulta $P = P' + \Lambda$. Vale a dire: che alla potenza P impressa al primario corrisponde la somma $P' + \Lambda$, di cui il primo termine significa la parte restituita in forma elettrica; onde l' altro termine deve significare la parte rimanente restituita in forma meccanica.

Per ciò che riguarda il valore di Θ, sostituendo nel-l'espressione $\frac{1}{2}p'\,|\bar{E}'\bar{I}'|$ per $\bar{I}'$ il valore attuale $\frac{\sigma\bar{E}'}{(\bar{Z}')}$, ed applicando la solita regola relativa ai prodotti scalari, si trova

$$\Theta = \frac{1}{2}p'\frac{\sigma E'^2}{(Z')^2}R' = \frac{1}{2}p'\sigma\frac{n'^2\omega^2\Phi^2 . 10^{-16}}{(Z')^2}R',$$

dove per E' si è posto il suo valore $n'\omega\Phi . 10^{-8}$. Di qui poi si ricavano subito i valori di P, P' e Λ.

Quanto a quest' ultimo in particolare, si ha

$$\Lambda = \frac{1}{2}p'\sigma(1-\sigma)\frac{n'^2\omega^2\Phi^2\, 10^{-16}}{(Z')^2}R'.$$

La coppia meccanica sviluppata, che indicheremo con K e che si ottiene dividendo Λ per $\omega' = (1-\sigma)\,\omega$, sarà rappresentata da

$$K = \frac{1}{2}p'\sigma\frac{n'^2\omega\Phi^2\, 10^{-16}}{(Z')^2}R'.$$

Essa dipende da σ che oltre al comparirvi come fattore esterno è anche implicito nel valore di $(Z')^2$: per

$\omega' = 0$, ossia $\sigma = 1$, si ha il valore di K corrispondente alla coppia di avviamento.

Facciamoci ad esaminare partitamente le funzioni dell' apparecchio in relazione coi diversi valori che può assumere σ.

1) $\sigma = 1 : \omega' = 0$. — È il caso del secondario fisso, ossia del trasformatore statico precedentemente considerato.

2) $\sigma = 0 : \omega' = \omega$. — La velocità di rotazione del secondario corrisponde alla frequenza, ossia è uguale alla velocità di rotazione del campo: siamo nel caso del *sincronismo.* Essendo il secondario immobile rispetto al campo, non vi ha in esso induzione, e quindi non vi ha corrente, nè reazione magnetica, nè lavoro per la rotazione, come se il secondario fosse aperto.

3) σ compreso fra 1 e 0: ω' compreso fra 0 ed ω. — Il secondario ruota più lentamente del campo: Θ e Λ sono positivi. Opponendo a K una coppia resistente, si ottiene produzione di lavoro meccanico esterno; se no, il moto si accelera fino a raggiungere il sincronismo. La potenza elettrica impressa al primario, prescindendo dalle perdite, si trasforma parte in potenza elettrica restituita ai capi del secondario e parte in lavoro esterno ($P = P' + \Lambda$), onde l' apparecchio funge da trasformatore ed insieme da *motore.*

4) $\sigma > 1 : \omega'$ negativo. — In questo caso Λ diviene negativo mentre Θ resta positivo: vale a dire che per far ruotare il secondario in verso opposto a quello della rotazione del campo conviene spendere del lavoro meccanico esterno, il quale contribuisce, insieme con la potenza elettrica impressa al primario, alla produzione della potenza elettrica nel secondario.

5) σ negativo: ω' positivo e maggiore di ω. — Il valore di Θ risulta ora negativo, cioè si genera potenza elettrica nel primario invece di assorbirne; Λ è anch' esso negativo, cioè la rotazione del secondario deve essere mantenuta consumando lavoro esterno. Ed è questo lavoro

esterno che fa le spese della potenza elettrica sviluppata tanto nel primario come nel secondario.

Come si vede, le funzioni del trasformatore rotante sono molteplici; e ci basta l' averle accennate qui rapidamente. Nel caso (3) di σ compreso fra 1 e 0, se si suppongono le spirali secondarie chiuse sopra sè stesse, come si dice, in *corto circuito*, cessa l' estrinsecazione di potenza elettrica nel secondario e resta solo quella di potenza meccanica a spese della potenza elettrica impressa al primario. Abbiamo allora un tipo importante di motore elettrico di cui torneremo ad occuparci più avanti quando tratteremo espressamente dei motori. Qui aggiungeremo solo che, riducendosi $(\overline{Z}')$ in tal caso all'impedenza interna, si ha $(\overline{Z}') = R' + i L' \sigma \omega$ dove R' e L' sono i valori relativi alle spirali secondarie, e quindi $(Z')^2 = R'^2 + \sigma^2 L'^2 \omega^2$: onde l' espressione di Λ ponendovi per $\sigma\omega$ ed $(1 - \sigma)\omega$ rispettivamente $\omega - \omega'$ ed ω', diviene

$$\Lambda = \frac{1}{2} p' \frac{\omega'(\omega - \omega') n'^2 \Phi^2 . 10^{-16}}{R'^2 + L'^2 (\omega - \omega')^2} R',$$

da cui dividendo per ω' si deduce la corrispondente espressione della coppia K. Sotto questa forma la ritroveremo direttamente in seguito per altra via.

§ 142. **Collegamento delle correnti polifasi.** — Nelle trasformazioni predette, come in generale in tutti i casi in cui si producono o si utilizzano correnti polifasi, si presenta la considerazione del collegamento dei circuiti.

Non occorre sempre infatti che le p correnti di un sistema polifase abbiano p circuiti indipendenti — i quali del resto possono sempre, quando convenga, presentare una comune linea di ritorno, con che si riduce da $2p$ a $p + 1$ il numero dei fili impiegati per la trasmissione delle p correnti —; ma quando si tratta di un sistema completo o simmetrico, in cui cioè le p rette rappresentative costituiscono un'intera stella, si possono collegare insieme

i p circuiti in modo che non occorrano più che p fili per trasmettere le p correnti. Questa possibilità dipende dalla circostanza, che in un sistema simmetrico, per una proprietà già notata che è conseguenza dell' esser nulla la risultante della stella suddetta, la somma algebrica dei valori sia delle intensità delle correnti sia delle *f. e. m.* è in ogni istante uguale a zero.

L' essere nulla la somma delle intensità fa sì che si possono riunire fra di loro per uno dei capi le p spirali in cui le correnti si producono e porre gli altri capi in relazione con p fili che servano alla trasmissione, ciascuno dei quali fa al tempo stesso da filo di ritorno rispetto alle correnti trasmesse dagli altri $p - 1$.

L' esser nulla poi la somma delle *f. e. m.* fa sì che si possono anche riunire di seguito le p spirali in un solo circuito chiuso, mettendo in relazione i punti di collegamento coi p fili che servono come sopra alla trasmissione delle correnti e rispetto ai quali ciascuna spirale agisce in parallelo col sistema delle altre $p - 1$ spirali in serie.

In ambedue i casi l' interruzione dei detti fili porta la cessazione di ogni corrente: nel primo caso, perchè non resta più alcun circuito chiuso; nel secondo caso, perchè rimane il solo circuito chiuso delle spirali in cui la somma delle *f. e. m.* si mantiene sempre nulla.

Si hanno così, come si vede, due diversi modi di collegamento, che si chiamano *collegamento aperto* e *collegamento chiuso*, dei quali le figure 65ª e 65ᵇ ci mostrano lo schema per il caso più comune di un sistema trifase.

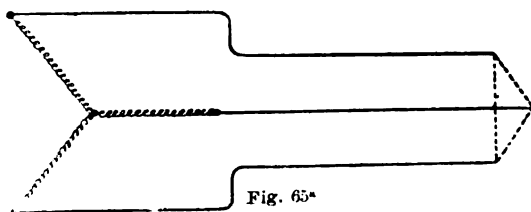



Fig. 65ª

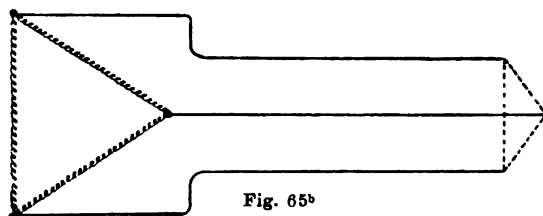



Fig. 65b

Per mezzo di un trasformatore polifase o di un sistema di trasformatori ordinarii si può, oltre alle variazioni dei rapporti di tensione e intensità, conseguire il passaggio da un sistema polifase a circuiti indipendenti ad un sistema collegato nell' una o nell' altra maniera, o il passaggio inverso, come pure si può passare dall' uno all' altro modo di collegamento.

Giova notare ora che in realtà è solamente quando p è dispari che si possono trasmettere p correnti *distinte* con un ugual numero di conduttori: poichè se p è pari, le correnti distinte si riducono effettivamente a $\frac{p}{2}$. In questo caso, se i p circuiti sono prima indipendenti, si possono accoppiare in modo che le $\frac{p}{2}$ correnti distinte abbiano pure circuiti indipendenti; e allora i fili per la trasmissione possono mediante l' impiego del comune filo di ritorno ridursi a $\frac{p}{2} + 1$: non però a $\frac{p}{2}$, venendo meno ora per i cangiamenti di segno portati dall' abbinamento dei circuiti la condizione dell' annullarsi della somma algebrica dei valori istantanei delle intensità e delle *f. e. m.*

Così due correnti a circuiti indipendenti, le quali siano in opposizione, cioè abbiano una differenza angolare di fase di 180°, equivalgono ad una sola corrente riduttibile in solo circuito col mettere in serie i due primi circuiti con previa inversione di uno di essi.

Similmente 4 correnti formanti un sistema completo a 4 fasi, con una differenza di 90° fra due consecutive,

essendo due a due in opposizione fra loro equivalgono a due sole correnti in quadratura, le quali, se i circuiti delle prime erano indipendenti, possono ridursi come sopra in due circuiti indipendenti risultanti dall' abbinamento di quelli. Si viene così all' ordinario sistema bifase nel quale le due correnti possono essere trasmesse con quattro fili, oppure con tre servendosi di un solo filo di ritorno, ma non già con due.

Un sistema completo a 6 fasi, formato di 6 correnti indipendenti successivamente spostate di 60°, si riduce coll' abbinamento ad un sistema di tre correnti spostate di 60° che possono venir trasmesse con 6 fili ovvero con 4, mediante il filo unico di ritorno, ma non con tre soli. Questo sistema è diverso dall' ordinario sistema trifase simmetrico con correnti spostate di 120°: rispetto al quale può chiamarsi *invertito*, perchè si può ridurre ad esso cangiando il verso in uno dei tre circuiti; il che equivale ad uno spostamento di fase di 180° della relativa corrente, avente appunto per effetto, com' è facile vedere, di ridurre a 120° la differenza di fase fra le tre correnti.

Questi esempi relativi ai casi più semplici bastano ad illustrare quanto si è detto sui sistemi polifasi in generale. Il sistema bifase ed il trifase comunemente usati in pratica sono i primi rappresentanti delle due diverse classi di sistemi polifasi (§ 138): il trifase, della classe dei sistemi completi o *simmetrici* con p dispari, in cui le p correnti sono tutte distinte e possono mediante collegamento essere trasmesse con p conduttori; il bifase, della classe dei sistemi a mezza stella o *asimmetrici* (equiparabili a metà di sistemi completi di ordine $2p$), i quali non ammettono più il collegamento come i precedenti, ma possono avere un filo comune di ritorno che permette di ridurre a $p - 1$ i fili di trasmissione.

Nel sistema bifase a 3 conduttori vi è da distinguere fra l' intensità delle correnti nei due rami e quella della corrente di ritorno, e fra la differenza di potenziale

dall' uno all' altro ramo e la differenza da ciascuno dei due rami al filo di ritorno. Denotando con $\overline{I}_1$, $\overline{I}_2$ le intensità nei rami, con $\overline{I}$ l' intensità della corrente di ritorno, si ha la relazione geometrica $\overline{I} = -(\overline{I}_1 + \overline{I}_2)$; e similmente, denotando con $\overline{D}$ la differenza di potenziale fra i due rami e con $\overline{D}_1$, $\overline{D}_2$ le differenze fra i rami ed il conduttore di ritorno, si ha $\overline{D} = \overline{D}_2 - \overline{D}_1$. Tanto $\overline{I}$ quanto $\overline{D}$ vengono così a corrispondere all' ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele i cui cateti hanno lunghezze corrispondenti alla grandezza comune di $\overline{I}_1$, $\overline{I}_2$ o rispettivamente di $\overline{D}_1$, $\overline{D}_2$, onde I e D risultano uguali alle grandezze suddette moltiplicate per $\sqrt{2}$: e quanto alla fase, supponendo che $\overline{I}_2$, $\overline{D}_2$ *precedano* rispettivamente $\overline{I}_1$, $\overline{D}_1$ di 90°, $\overline{I}$ sarà in precedenza di

$$180° - 45° = 135°$$

rispetto ad $\overline{I}_2$, e $\overline{D}$ sarà in precedenza di 45° rispetto a $\overline{D}_2$.

Nel sistema trifase con collegamento aperto i tre conduttori di trasmissione sono uniti ai capi dei due rami che vanno a concorrere con le estremità opposte in un punto comune, e vi è da distinguere fra le differenze di potenziale dei tre capi suddetti rispetto al punto comune, che chiameremo differenze *radiali* ed indicheremo ordinamente con $\overline{D}_1$, $\overline{D}_2$, $\overline{D}_3$ in progressione di fase crescente, e le differenze di potenziale fra gli stessi capi presi due a due, che chiameremo differenze *poligonali* e indicheremo con $\overline{\Delta}_1$, $\overline{\Delta}_2$, $\overline{\Delta}_3$. Le prime potranno rappresentarsi mediante 3 segmenti di uguale lunghezza OA_1, OA_2, OA_3 uscenti da uno stesso punto O (fig. 66) con una distanza angolare di 120° fra l' uno e l' altro, e le seconde verranno allora ad essere rappresentate dai lati del triangolo equilatero avente i suoi

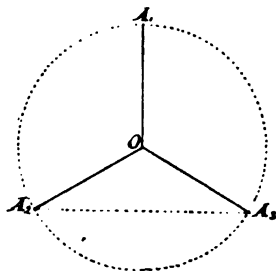



Fig. 66

vertici nei punti A_1, A_2, A_3. Intendendo che in $\bar{\Delta}_1$, $\bar{\Delta}_2$, $\bar{\Delta}_3$ gl' indici corrispondano ai vertici opposti, avremo così le equazioni vettoriali

$$\bar{\Delta}_1 = \bar{D}_3 - \bar{D}_2, \quad \bar{\Delta}_2 = \bar{D}_1 - \bar{D}_3, \quad \bar{\Delta}_3 = \bar{D}_2 - \bar{D}_1.$$

mentre poi dalla figura si rilevano immediatamente le relazioni di grandezza e di fase esistenti fra le $\bar{D}$ e le $\bar{\Delta}$. E così si vede che il rapporto di grandezza delle Δ alle $\bar{D}$ è quello del lato del triangolo equilatero iscritto al raggio del circolo, dato da $\sqrt{3}$; e quanto alla fase, si vede che le $\bar{\Delta}$ sono in quadratura colle $\bar{D}$ dello stesso indice ed in ritardo rispetto ad esse, e sono quindi in precedenza di 30° rispetto alle D coll' indice immediatamente anteriore, talchè $\bar{\Delta}_1$ precede di 30° $\bar{D}_3$, e così $\bar{\Delta}_2$, $\bar{\Delta}_3$ precedono di 30° $\bar{D}_1$ e D_2 rispettivamente.

Nel sistema trifase con collegamento chiuso, dove i tre rami formano un triangolo ai cui vertici fanno capo i conduttori di trasmissione, si presenta una distinzione analoga in ordine alle intensità di corrente, cioè fra le intensità *radiali* lungo i conduttori di trasmissione e le intensità *poligonali* lungo i tre rami riuniti a triangolo. Osservando che per ognuno dei tre vertici le intensità radiali corrispondono alla differenza geometrica delle intensità poligonali nei due rami che quivi concorrono, talchè se s' indicano con $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$, $\bar{I}_3$ le prime e con $\bar{J}_1$, $\bar{J}_2$, $\bar{J}_3$ ordinatamente le seconde considerate nei lati opposti, si ha

$$\bar{I}_1 = \bar{J}_2 - \bar{J}_3, \quad \bar{I}_2 = \bar{J}_3 - \bar{J}_1, \quad \bar{I}_3 = \bar{J}_1 - \bar{J}_2,$$

si conclude che fra le $\bar{I}$ e le $\bar{J}$ esiste qui la stessa relazione che si aveva nel caso precedente fra le $\bar{\Delta}$ e le $\bar{D}$, a meno del verso: vale a dire che le I sono uguali alle J moltiplicate per $\sqrt{3}$; e quanto alla fase, le I sono in precedenza di 90° rispetto alle $\bar{J}$ dello stesso indice ed in ritardo di 30° rispetto alle $\bar{J}$ d' indice consecutivo.

Qui si è ammessa implicitamente la perfetta uguaglianza di regime nei tre rami, il che suppone la piena simmetria nelle parti del generatore, del ricevitore e della linea. In tal caso il sistema dicesi *equilibrato*. Il modo di collegamento può essere diverso nel generatore e nel ricevitore, senza pregiudizio dell' equilibrio.

Ogni variazione della distribuzione del carico nel ricevitore, pur essendovi simmetria nel generatore e sulla linea, determina uno squilibrio che si ripercuote su tutti i rami. Nel caso in cui generatore e ricevitore siano ambedue a collegamento aperto si consegue una maggiore indipendenza dei singoli rami mediante l' aggiunta di un quarto filo che congiunga i due centri: esso non è percorso da alcuna corrente fintantochè le condizioni restano simmetriche, ed entra in azione solo quando si produce uno squilibrio funzionando allora da filo di ritorno.

§ 143. **Potenza - Perdite sulle linee.** — Per sistemi di correnti polifasi a circuiti indipendenti o con filo comune di ritorno la potenza si calcola come per le correnti alternative semplici mediante la somma dei termini relativi ai singoli circuiti. Nei sistemi polifasi simmetrici con collegamento aperto o chiuso la potenza vien data rispettivamente dalla somma dei p termini che si ottengono associando le p differenze radiali di potenziale alle corrispondenti intensità radiali, o le p differenze poligonali di potenziale alle corrispondenti intensità poligonali. Le espressioni possono poi semplificarsi nei diversi casi per mezzo delle relazioni esistenti fra le quantità che vi compariscono.

Se nel caso di una sola corrente alternativa si considera il prodotto dei valori istantanei della differenza di potenziale $d = D\cos(\omega t + \alpha)$ e dell' intensità $i = I\cos(\omega t + \alpha - \varphi)$, dove α si riferisce alla fase di $\bar{D}$

e φ alla differenza di fase di $\bar{I}$ rispetto a $\bar{D}$, e se ne trasforma l' espressione mediante la relazione

$$\cos(\omega t + \alpha)\cos(\omega t + \alpha - \varphi) =$$
$$= \frac{1}{2}\Big(\cos\varphi + \cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi)\Big),$$

si ottiene

$$di = \frac{1}{2} DI\cos\varphi + \frac{1}{2} DI\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi).$$

L'espressione di di viene a risultare di una parte costante e di un' altra parte rappresentata dal secondo termine che indicheremo brevemente con h e che è una grandezza alternativa sinusoidale di frequenza doppia di quella della corrente presa a considerare. Quando si cerca il valore medio del prodotto di, siccome il valor medio di h è nullo, resta solo il primo termine, e così si ottiene la solita espressione $\frac{1}{2} DI\cos\varphi$ della potenza.

Si vede adunque che il prodotto di ha, dipendentemente dalla parte h, un valore fluttuante che va da un massimo corrispondente ad $h = \frac{1}{2} DI$ ad un minimo corrispondente ad $h = -\frac{1}{2} DI$. Ora quando invece di una sola corrente si considera un sistema di correnti polifasi, i corrispondenti termini h vengono anch' essi a costituire un sistema polifase, il quale sarà pure simmetrico quando sia tale il sistema delle correnti; e in tal caso la somma algebrica delle h sarà in ogni istante uguale a zero e quindi la somma dei prodotti di si manterrà costante. Perciò nei sistemi simmetrici di correnti polifasi lo sviluppo di potenza, considerato in complesso per tutto il sistema, avviene in modo continuo ed uniforme come se si trattasse di correnti continue, il che si suole esprimere dicendo che il sistema è ***bilan-***

ciato: proprietà caratteristica che distingue questi sistemi dalle semplici correnti alternative come pure dai sistemi polifasi asimmetrici. L' ordinario sistema trifase è quindi bilanciato, mentre non è tale il sistema bifase.

Un sistema bilanciato può naturalmente cessare di esserlo in seguito ad uno squilibrio che alteri la simmetria delle funzioni nelle diverse parti, come può anche accadere che in un sistema polifase asimmetrico uno squilibrio diminuisca la fluttuazione della potenza. Quando nei trasformatori si passa da un sistema ad un altro, prescindendo dalla parte corrispondente alla corrente eccitatrice, sempre piccola rispetto alla potenza trasformata, la fluttuazione di potenza nel secondario e nel primario devono necessariamente andare di conserva, il che fornisce un criterio importante per giudicare del modo con cui si atteggia la trasformazione.

Nel sistema trifase con tre conduttori bastano per rilevare la potenza due soli wattometri invece di tre. Partendo infatti dall' espressione generale della potenza P, che nel caso di collegamento aperto è data da $\frac{1}{2}(|\overline{D}_1 \overline{I}_1| + |\overline{D}_2 \overline{I}_2| + |\overline{D}_3 \overline{I}_3|)$, e ponendo in essa, in virtù della condizione $\overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{I}_3 = 0$, al posto di $\overline{I}_1$ la somma $\overline{I}_2 + \overline{I}_3$ presa negativamente, si ottiene

$$P = \frac{1}{2}\Big(|(\overline{D}_2 - \overline{D}_1)\overline{I}_2| + |(\overline{D}_3 - \overline{D}_1)\overline{I}_3|\Big) =$$

$$= \frac{1}{2}(|\overline{\Delta}_3 \overline{I}_2| - |\overline{\Delta}_2 \overline{I}_3|),$$

dove $\overline{\Delta}_2$, $\overline{\Delta}_3$ indicano le differenze di potenziale poligonali (§ 142). Alla stessa espressione si giunge pel caso di un collegamento chiuso partendo dalla corrispondente espressione generale $\frac{1}{2}(|\overline{\Delta}_1 \overline{J}_1| + |\overline{\Delta}_2 \overline{J}_2| + |\overline{\Delta}_3 \overline{J}_3|)$ e ponendo in essa in virtù della condizione $\overline{\Delta}_1 + \overline{\Delta}_2 + \overline{\Delta}_3 = 0$

al posto di Δ_1 la somma $\bar{\Delta}_2 + \bar{\Delta}_3$ presa con segno cangiato, il che dà

$$P = \frac{1}{2}\left(|\bar{\Delta}_3(\bar{J}_3 - \bar{J}_1)| + |\bar{\Delta}_2(\bar{J}_2 - \bar{J}_1)|\right) =$$

$$= \frac{1}{2}(|\bar{\Delta}_3 \bar{I}_2| - |\bar{\Delta}_2 \bar{I}_3|),$$

Onde si vede come si possa misurare la potenza P con due wattometri le cui spirali amperometriche sieno inserite in due dei tre rami della linea e le spirali voltometriche sieno messe in derivazione fra il ramo in cui si trova la rispettiva spirale amperometrica ed il terzo ramo. Notisi che il segno negativo del secondo termine dipende dal verso secondo cui è computata la differenza di potenziale in relazione con la successione degl' indici.

Nel caso di equilibrio l' espressione si semplifica. Si ha allora $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta$; $I_1 = I_2 = I_3 = I$: e quanto alla fase, riferendoci per fissare le idee ad un collegamento aperto e indicando con φ la differenza di fase fra le $\bar{I}$ e le $\bar{D}$, si ha che $\bar{\Delta}_3$ è in precedenza di 30° rispetto a $\bar{D}_2$ e quindi di $\varphi + 30°$ rispetto a $\bar{I}_2$, e $\bar{\Delta}_2$ è in precedenza di 30° rispetto a $\bar{D}_1$, quindi di 150° rispetto a $\bar{D}_3$ e di $\varphi + 150°$ rispetto ad $\bar{I}_3$; onde notando che $\cos(\varphi + 150°) = -\cos(\varphi - 30°)$ e che

$$\cos(\varphi + 30°) + \cos(\varphi - 30°) = 2\cos 30° \cos\varphi = \sqrt{3}\cos\varphi,$$

risulta

$$P = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\Delta I \cos\varphi,$$

espressione che del resto si sarebbe potuta ottenere senz' altro osservando che in questo caso il valore di P si riduce semplicemente al triplo del valore $\frac{1}{2} D I \cos\varphi$ relativo ad un ramo e tenendo conto della relazione $\Delta = \sqrt{3}\,D$. — Allo stesso risultato si giunge quando si tratta di un collegamento chiuso.

Se si suppone ancora che siano trascurabili le reattanze dei rami e della linea, sarà $\cos\varphi = 1$, e quindi semplicemente

$$P = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\Delta I.$$

Veniamo ora da ultimo a fare un confronto tra i diversi sistemi in ordine all' economia della trasmissione, comparando le perdite rispettive in calore sviluppato sulle linee. Supponiamo che si tratti di sistemi in equilibrio e non vi sia da tener conto di reattanze.

Incominciando da una semplice corrente alternativa, in cui il calore svolto Q nei due fili della linea, detta R la resistenza di ciascuno, è rappresentato da RI^2, mentre la potenza è espressa da $P = \frac{1}{2}DI$, osserviamo che ricavando da quest' ultima eguaglianza il valore di I e portandolo nell' espressione di Q, si ottiene

$$Q = 4R\frac{P^2}{D^2},$$

la quale serve per calcolare le perdite che si hanno sulla linea per una data resistenza di questa ed un dato valore della tensione, in relazione colla potenza trasmessa. Il loro rapporto alla potenza stessa, ossia la frazione di potenza perduta che indicheremo con η, sarà rappresentato da

$$\eta = 4R\frac{P}{D^2}.$$

La resistenza R di ciascun filo è data da $\frac{l}{\rho s}$, l essendo la lunghezza della linea, ρ la resistenza specifica ed s la sezione del filo: sostituendo a questa ed indicando con σ la sezione complessiva rappresentata qui da $2s$, avremo le espressioni di Q e di η nella forma

$$Q = \frac{8l}{\rho\sigma}\frac{P^2}{D^2}, \quad \eta = \frac{8l}{\rho\sigma}\frac{P}{D^2}.$$

Sotto questa forma esse valgono anche per il caso di p correnti con p circuiti indipendenti, il quale non differisce dal precedente se non per il fattore p che viene ad entrare nelle espressioni di Q, P, σ (pRI^2, $\frac{p}{2}DI$, $2ps$) e che sparisce dal risultato. Da essa si vede come Q ed η dipendano essenzialmente da D essendo inversamente proporzionali a D^2: e però il confronto fra i diversi sistemi dovrà farsi a parità di tensione.

Ora vi è da osservare che tanto l'impiego del comune filo di ritorno quanto il collegamento nei sistemi simmetrici, fanno sì che il massimo della tensione, che denoteremo con T, ossia la massima differenza di potenziale da ramo a ramo, risulta maggiore della massima tensione individuale D relativa ai singoli circuiti indipendenti: di guisa che essa può rappresentarsi con $T = \alpha D$, α essendo un coefficiente di *sopraelevazione* che varia dall' uno all' altro sistema. Nel sistema bifase con tre conduttori, per quanto si è visto, $\alpha = \sqrt{2}$, nel sistema trifase $\alpha = \sqrt{3}$; ed ha valori superiori negli altri sistemi crescendo con p ed avvicinandosi al valore 2. Il confronto dei valori di Q e di η dovrà farsi per i diversi sistemi considerati a parità di tensione massima, ossia di T.

Nel sistema bifase a 3 conduttori, detta $\varkappa$ la sezione ed I l' intensità di ciascun ramo e supponendo, per porci nelle condizioni più favorevoli, uguale a $\varkappa\sqrt{2}$ la sezione del filo di ritorno (cioè supponendo la sezione proporzionale all' intensità), si ha $\sigma = (2 + \sqrt{2})\varkappa$

$$Q = \frac{l}{\rho\varkappa} I^2 + \frac{l}{\rho\varkappa\sqrt{2}} I^2 = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{l}{\rho\varkappa} I^2 =$$

$$= (2 + \sqrt{2})\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{l}{\rho\sigma} I^2,$$

dove sostituendo per I il valore ricavato dalla relazione $P = DI = \frac{1}{\sqrt{2}} TI$, risulta

$$Q = (2 + \sqrt{2})^2 \frac{l}{\rho\sigma}\frac{P^2}{T^2}, \quad \eta = (2 + \sqrt{2})^2 \frac{l}{\rho\sigma}\frac{P}{T^2}$$

Il rapporto fra questo valore di η e quello precedentemente trovato pel caso di circuiti indipendenti è, a parità di tensione ($D = T$) e di sezione complessiva, rappresentato da $(2 + \sqrt{2})^2 : 8 = 1{,}455$. Onde le perdite, per uno stesso peso di rame impiegato, sono nella trasmissione con tre fili superiori del 45,5 per 100 a quelle che si avrebbero colla trasmissione a 4 fili: come reciprocamente, a parità di perdite, il peso di rame occorrente sarebbe superiore nella stessa proporzione. Il sistema bifase a tre fili è quindi per questo rispetto meno vantaggioso del sistema a circuiti indipendenti. Una discussione analoga potrebbe farsi per gli altri sistemi polifasi asimmetrici: si trova che in generale il filo comune di ritorno, per la sopraelevazione di tensione che esso determina, riesce a scapito.

Nel sistema trifase a tre conduttori si ha

$$Q = \frac{3}{2} R I^2 = \frac{9}{2} \frac{l}{\rho\sigma} I^2;$$

e ricavando il valore di I dall'espressione $P = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\Delta\,I$ data di sopra per la potenza, dove Δ corrisponde alla tensione massima T, si ha mediante sostituzione

$$Q = \frac{6\,l}{\rho\sigma} \frac{P^2}{T^2}, \quad \eta = \frac{6\,l}{\rho\sigma} \frac{P}{T^2}.$$

Qui η ha un valore inferiore a quello relativo al caso di circuiti indipendenti e il rapporto fra i due è uguale a 3/4: onde colla trasmissione trifase a tre fili si risparmia il 25 per cento nelle perdite a parità di peso di rame impiegato o il 25 per cento nel peso del rame a parità di perdite.

Nei sistemi polifasi simmetrici d'ordine più elevato il vantaggio è minore. Infatti nel caso generale di p correnti con p conduttori si ha

$$Q = \frac{p}{2} R I^2 = \frac{p^2}{2} \frac{l}{\rho\sigma} I^2, \quad P = \frac{p}{2} D I = \frac{p}{2\alpha} T I,$$

e quindi

$$Q = 2\,\alpha^2 \frac{l}{\rho\sigma}\frac{P^2}{T^2}, \quad \eta = 2\,\alpha^2 \frac{l}{\rho\sigma}\frac{P}{T^2}.$$

E siccome α, come si è già osservato, per p superiore a 3 è maggiore di $\sqrt{3}$ e col crescere di p si avvicina a 2, così anche η va crescendo ed avvicinandosi al valore $\frac{8l}{\rho\sigma}$ corrispondente ai circuiti indipendenti.

Si conclude adunque che il sistema trifase a tre fili è quello tra tutti i sistemi che offre il mezzo di trasmissione più economica: il che costituisce un suo speciale vantaggio e dà ragione dell' importanza che esso ha assunta nelle applicazioni industriali.

CAPITOLO XI

Macchine dinamo-elettriche.

§ 144. **Generalità.** — Macchina dinamo-elettrica, o più brevemente, *dinamo*, può chiamarsi in senso largo qualunque macchina od apparecchio che serva alla produzione di corrente elettrica per via di movimento a mezzo dell' induzione: dove il lavoro occorrente a mantenere il movimento contro le reazioni provocate dalla corrente, giusta la legge di Lenz, rappresenta il compenso energetico per la produzione della corrente stessa, come si è dichiarato a suo tempo.

Intese in questo senso, le dinamo risalgono ai primi apparecchi ideati da Faraday (1831) poco dopo che ebbe scoperto i fenomeni di induzione, e alle prime macchine magneto-elettriche di Pixii, di Saxton e di Clarke che tennero dietro in breve.

In queste era la rotazione di due o più rocchetti di fronte ai poli di una calamita, o viceversa, che forniva delle correnti indotte alternative le quali potevano essere raccolte in un circuito esterno e all' uopo anche raddrizzate mediante un commutatore. Esse ebbero un numeroso seguito di macchine simili, ma dotate via via di qualche miglioramento; fra le quali merita menzione una di

WHEATSTONE (1841), in cui il sistema dei rocchetti era disposto in modo da potere, mediante un conveniente giuoco di commutazioni, raccogliere una corrente sensibilmente continua.

Più tardi si pensò a sostituire alle calamite permanenti di acciaio delle elettrocalamite eccitate dalla corrente di una pila; quindi a far servire le stesse correnti indotte, ridotte a forma di corrente continua, ad attivare le elettrocalamite; quindi a conseguire maggiore efficacia mediante l' opportuna disposizione del circuito magnetico e delle spirali indotte, rispetto alle quali un progresso decisivo fu segnato dall' invenzione dell' armatura del PACCINOTTI (1860). Consisteva questa in una specie di puleggia anulare dentata, fra i cui denti erano allogate tante spirali tutte concatenate con l' anello, che ne formava il nucleo comune, e riunite tutte di seguito l' una all' altra in modo da costituire un unico circuito chiuso: mentre dai punti di unione fra le successive spirali si partivano dei fili conduttori facenti capo a tanti pezzi metallici di contatto isolati, disposti simmetricamente all' ingiro sull' asse di rotazione dell' anello a formare il *collettore*, dal quale, mediante l' appoggio di molle o spazzole metalliche, si potevano derivare all' esterno le correnti generate nell' armatura.

Il principio dell' armatura del Pacinotti, cioè di una spirale continua divisa in sezioni simmetricamente disposte su di un anello o di altro corpo di rivoluzione e collegate ai segmenti di un collettore, che passò dapprima quasi inosservato, fu poi ritrovato di nuovo, indipendentemente, dal GRAMME (1870) che perfezionando la costruzione meccanica, riuscì a metterlo in voga: ed esso ha servito a dare un grande impulso allo sviluppo delle macchine in discorso. E così grado a grado e per via di successivi progressi si è venuti alle macchine moderne, alle quali più propriamente si suol riservare il nome di dinamo, che servono alla produzione su vasta scala

della corrente elettrica in tutte le forme richieste dalle applicazioni, ed hanno relegato al secondo posto gli altri generatori di corrente, come le pile.

Qualunque dinamo, come ben s'intende, deve comprendere due parti essenziali che soglionsi chiamare brevemente l' induttore e l' indotto, quest' ultimo detto anche armatura, e sono rappresentate da un circuito magnetico, o sistema di circuiti magnetici, e da un circuito elettrico, o sistema di circuiti elettrici.

La disposizione relativa delle due specie di circuiti deve esser tale che quando la macchina è in moto vengano ad essere successivamente concatenati e sconcatenati; nel qual atto è la causa della produzione della *f. e. m.* indotta: e perchè ciò sia possibile, i circuiti magnetici debbono, fra le parti in ferro, avere qualche intervallo (*intraferro*) che dia adito al passaggio dei conduttori dei circuiti elettrici.

Oltre l' induttore e l' indotto vi ha poi generalmente un collettore, organo destinato alla presa delle correnti indotte nell' armatura, che ha grande importanza specialmente nelle macchine a corrente continua, nelle quali spetta ad esso l' ufficio di raddrizzare le correnti parziali corrispondenti alle *f. e. m.* sviluppate nelle diverse parti dell' armatura, in guisa che ne risulti all' esterno una corrente sensibilmente continua.

Il circuito magnetico, o sistema di circuiti magnetici, può essere costituito da calamite permanenti, oppure, come accade in quasi tutte le macchine moderne, da elettrocalamite attivate da una corrente esterna (macchine a *eccitazione indipendente*) ovvero da una corrente fornita dalla stessa armatura (macchine *autoeccitatrici*).

§ 145. **Sistema simmetrico di spirali piane rotanti in un campo uniforme.** — Una spirale piana che ruoti in un campo uniforme con velocità ω è sede, come sappiamo, di una *f. e. m.* indotta alternativa sinusoidale.

Supponendo il piano della spirale passante per l'asse di rotazione e questo perpendicolare alla direzione del campo, e assumendo per piano rappresentativo un piano normale dell' asse, il flusso magnetico abbracciato dalla spirale può rappresentarsi mediante la proiezione sopra una direzione fissa aa' (fig. 67), determinata dalla traccia di un piano normale al campo e passante per l'asse O, di una retta rotante Os di lunghezza corrispondente al valor massimo Φ del flusso, la cui direzione sia in ogni istante quella della traccia segnata dal piano della spirale: e la *f. e. m.* indotta nella spirale sarà rappresentata dalla proiezione sopra aa' di una retta vv' perpendicolare ad Os di lunghezza corrispondente ad $\omega\Phi$.

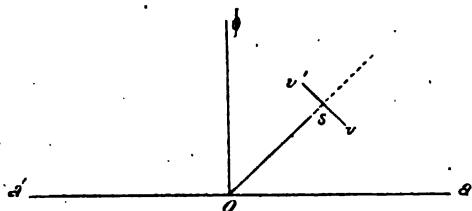
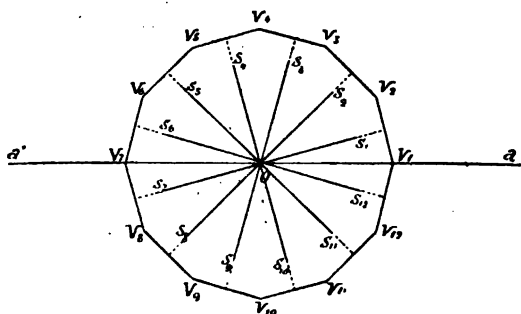



Fig. 67

Per un sistema di n spirali uguali simmetricamente disposte rispetto all' asse, per modo che ciascuna dopo un $n.^{mo}$ di giro prenda il posto della precedente, il sistema delle n rette Os viene a costituire una stella regolare completa e il sistema delle rette vv' normali alle Os, rappresentative delle *f. e. m.* indotte, può ridursi ad un

Fig. 68

poligono regolare di n lati come quello della figura 68, dove si è supposto $n = 12$.

Le proiezioni sopra $a a'$ dei singoli lati del poligono rotante daranno le *f. e. m.* indotte nelle singole spirali: *f. e. m.* che tutte insieme costituiscono un sistema polifase completo. Supponendo le n spirali riunite in serie l' una di seguito all' altra in un solo circuito chiuso e intendendo che i vertici del poligono corrispondano agli n punti di giunzione, ogni corda che unisca due vertici quali si voglia del poligono darà colla sua proiezione sopra $a a'$ la somma delle *f. e. m.* indotte in tutte le spirali comprese fra i rispettivi punti di giunzione, sia da una parte come dall' altra, corrispondenti alle due porzioni in cui il perimetro vien diviso dalla corda: le quali *f. e. m.* sono dunque eguali per le due parti, e mentre rispetto al circuito interno costituito dal sistema di tutte le spirali trovansi in opposizione e si elidono, rispetto ad un circuito esterno, che faccia capo a quei due punti di giunzione, agiscono in parallelo e riescono cospiranti.

§ 146. **Derivazione di correnti alternative e di correnti continue.** — Mettendo i due punti in comunicazione permanente con due armille o anelli metallici isolati montati sull' asse e rotanti insieme col sistema delle spirali, si avrà sulle armille una differenza di potenziale alternativa rappresentata dalla proiezione suddetta della corda sopra $a a'$.

E se sulla periferia delle armille si appoggiano due molle o spazzole conduttrici fisse che sieno collegate con un circuito esterno, si avrà in questo una corrente alternativa, risultante di due correnti alternative in parallelo derivanti dalle due parti del sistema delle spirali.

È chiaro che la *f. e. m.* alternativa che agisce così nel circuito sarà tanto più grande quanto più grande è la corda, cioè la distanza fra i due vertici o i due punti di giunzione collegati colle armille.

È chiaro altresì come in questa guisa si possano dallo stesso sistema, servendosi di più armille collegate

a diversi punti di giunzione, derivare più correnti alternative ad un tempo, le quali differiranno fra loro di fase e potranno, qualora si scelgano i punti simmetricamente, costituire un sistema polifase.

Vediamo ora come dallo stesso sistema di spirali si possano derivare all' esterno correnti sensibilmente continue.

Suppongansi gli n punti di congiunzione delle spirali collegati con altrettanti segmenti di un collettore anulare montato sull' asse, isolati fra loro e simmetricamente disposti intorno all' asse (fig. 69), i quali verranno a corrispondere ai vertici del poligono rappresentativo e presenteranno fra loro delle differenze di potenziale alternative corrispondenti alle *f. e. m.* sviluppate nelle spirali comprese fra i rispettivi punti di giunzione. Ma invece di considerare come sopra la differenza di potenziale per due determinati punti di giunzione, la si consideri per due spazzole fisse che si appoggino su due punti della superficie rotante del collettore e sotto le quali trascorrano quindi successivamente i diversi segmenti: allora invece di una differenza di potenziale alternativa si avrà, come è facile vedere, una differenza di potenziale presso a poco costante.

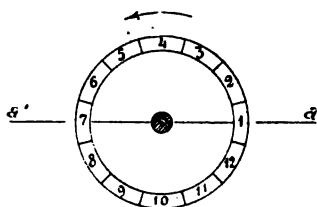



Fig. 69

Poichè la corda corrispondente ai segmenti che vengono via via a passare sotto le spazzole è ora determinata dalla posizione di queste: quando due segmenti entrano sotto le spazzole, la corda ruota con essi per un angolo corrispondente ad un $n.^{mo}$ di giro e poi viene sostituita da un' altra col subentrare dei due segmenti successivi, e così di seguito; e la differenza di potenziale alle spazzole, rappresentata dalla proiezione della corda sulla retta aa', non subisce che delle variazioni

corrispondenti a quelle di detta proiezione per un $n.^{mo}$ di giro, le quali, se n è abbastanza grande, divengono così lievi da riuscire praticamente trascurabili. Onde si può avere così fra le spazzole una differenza di potenziale sensibilmente costante, e quindi avere una corrente continua in un circuito esterno collegato colle spazzole stesse. Qui il valore della differenza di potenziale dipende dalla posizione delle spazzole da cui risulta determinata la grandezza e l'orientazione della corda: il massimo valore si ha quando le spazzole sono appoggiate alle estremità del diametro aa'.

Si vede dunque come da un'armatura costituita da un sistema simmetrico di spirali, quale l'abbiamo considerata, si possano derivare sia correnti alternative o polifasi, facendo la presa in punti *fissi sull'armatura* e rotanti con essa, sia correnti continue, facendo la presa in punti *fissi nello spazio* e quindi mobili sull'armatura.

Si è supposto per semplicità che i piani delle spirali passassero per l'asse; ma ciò non è necessario, e basta solo che il sistema sia simmetrico.

Ed anche se le spirali non sono piane e il campo non è al tutto uniforme, i caratteri generali rimangono gli stessi, salvo una qualche deviazione dalla pura legge sinusoidale.

Quando si tratta di correnti alternative, il numero n delle spirali di cui si compone l'armatura può essere grande o piccolo senza che per ciò vengano a mutare le funzioni: poche spirali di molti giri ciascuna possono fare lo stesso ufficio di molte spirali di pochi giri.

Per correnti continue invece, ad evitare fluttuazioni troppo sensibili, occorre che n sia piuttosto grande. In questo caso il rapporto del perimetro del poligono rappresentativo al diametro del circolo circoscritto differisce poco da π; e poichè il detto perimetro, denotando con ε il valor massimo della *f. e. m.* indotta in ciascuna spirale,

corrispondente ad un lato del poligono, viene a corrispondere ad $n\varepsilon$, mentre il diametro viene a corrispondere alla differenza di potenziale che si ha sulle spazzole disposte secondo aa', ne segue che quest' ultima sarà rappresentata prossimamente da $\frac{n\varepsilon}{\pi}$, ovvero da

$$\frac{n\,\omega\,\Phi}{\pi} = 2\,n\,N\Phi\,,$$

dove N indica il numero dei giri al secondo compiuti dall' armatura rotante ($\omega = 2\pi N$) e Φ il valore massimo del flusso o numero di linee d' induzione magnetica abbracciate dal complesso delle spire di ciascuna spirale. Qui la detta differenza di potenziale è computata in unità assolute; per ridurla in *volta* si ha poi a dividere per 10^8.

§ 147. **Forme pratiche delle armature - Armatura ad anello.** — Le armature delle dinamo sono costituite in generale da sistemi simmetrici del genere di quello che abbiamo studiato, per quanto le forme e le disposizioni sieno svariatissime. Nella maggior parte dei casi le spirali sono avvolte sopra un nucleo di ferro che ha per effetto di accrescere il flusso Φ, diminuendo la riluttanza del circuito magnetico, e di evitare la dispersione, concentrando le linee magnetiche sulla regione occupata dall' armatura.

Ad evitare le correnti di Foucault, le quali determinano una dissipazione di energia che si traduce in un riscaldamento nocivo, si fa che i nuclei non siano massicci, ma costituiti con fasci di fili di ferro o con lamine di ferro sovrapposte, con interposizione di materia isolante, in guisa che conservandosi la continuità nella direzione delle linee del circuito magnetico, sia interrotta nel verso in cui circolano le dette correnti.

I diversi sistemi di armature possono ridursi a quattro tipi principali, cioè *armature ad anello, armature a tamburo*, *armature a disco* e *armature polari.*

L' *armatura ad anello*, inventata dal Pacinotti (1860), e poi perfezionata e messa in voga dal Gramme, è quella che per la sua struttura lascia meglio vedere il giuoco del funzionamento e l'ufficio delle diverse parti, e quindi si presta bene a servire di esempio e facilitare l'intelligenza delle funzioni di tutte le altre armature. Essa è rappresentata schematicamente nella fig. 70 col collettore e cogl' induttori.

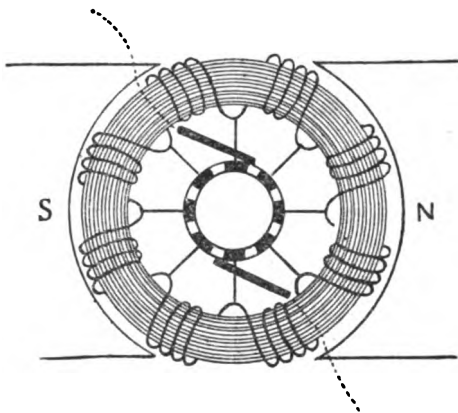



Fig. 70

La fig. 71 mostra l'effetto del nucleo di ferro sull'andamento delle linee del campo magnetico, quale ha luogo quando l'armatura è soggetta all'azione magnetica degl' induttori senza essere essa stessa percorsa da corrente.

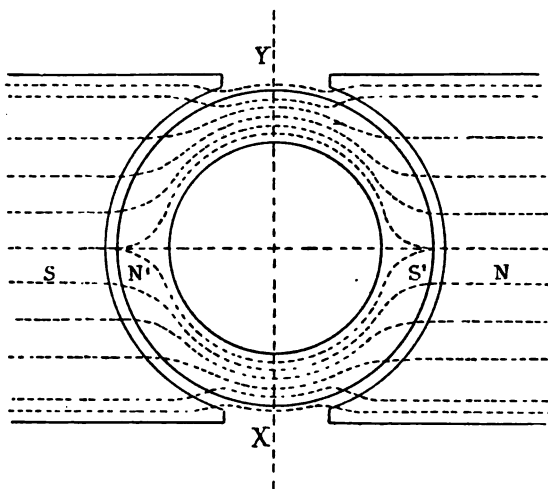



Fig. 71

§ 148. Reazione dell' armatura - Scintillamento. — L' effetto suddetto si modifica quando, essendo la macchina in azione, l' armatura è sotto corrente: le linee d' induzione, corrispondenti allora al campo risultante dalla magnetizzazione primitiva e dalla magnetizzazione dell' anello dovuta alla corrente che percorre le spire dell' armatura, appaiono distorte nel senso della rotazione. È questa la così detta *reazione dell' indotto* che sviluppandosi insieme colla corrente determina un indebolimento del campo risultante ed uno spostamento della *linea neutra*, come suole chiamarsi la linea che indica la posizione del piano, normale al campo, in cui la *f. e. m.* indotta nelle singole spirali è nulla. Questo spostamento, il quale avviene *in avanti* nel senso del movimento, importa evidentemente uno spostamento uguale nella posizione delle spazzole.

Quanto alle circostanze che influiscono sulla grandezza dell' effetto, ci limiteremo ad osservare che gioverà a diminuirne l' importanza tutto ciò che dà forza e stabilità al sistema induttore, onde l' utilità di forti masse di ferro sia nei nuclei degl' induttori, sia nelle espansioni polari.

Il diametro sul quale dovrebbero appoggiarsi le spazzole, o, come si dice, il *diametro di commutazione*, a senso di ciò che precede dovrebbe essere normale al campo magnetico risultante: in realtà però esso va spostato ancora nel senso del movimento dell' armatura, se si vogliono evitare le scintille fra le spazzole e le lamine del collettore.

Tali scintille sono l' effetto della reazione dovuta all' autoinduzione delle singole spirali nel passaggio dall' una all' altra metà dell' armatura, corrispondente al passaggio sotto le spazzole delle lamine del collettore cui fanno capo le estremità delle spirali.

Quando due lamine consecutive passando sotto una spazzola vengono per un istante ad essere riunite, la spirale che ad esse fa capo vien messa in corto circuito

abbandonando la metà dell' armatura in cui prima era inserita per poi entrare nell' istante successivo a fare parte dell' altra metà: ma l' autoinduzione della spirale si oppone al passaggio immediato della relativa corrente, la quale allora prima di attraversare la spirale si fa strada mediante una scintilla fra la lamina che abbandona la spazzola e la spazzola stessa. La scintilla però non avrà luogo qualora durante il corto circuito si formi già nella spirale una corrente uguale a quella che poi deve ricevere, il che si può conseguire avanzando il diametro di commutazione in modo che il passaggio in corto circuito avvenga in posizione di *f. e. m.* non nulla, ma tale da poter produrre la detta corrente.

Si vede che l' angolo di avanzamento occorrente per ottenere la completa soppressione delle scintille risulta variabile coll' intensità della corrente nell' armatura: onde, ad evitare la necessità di una regolazione incomoda, giova di attenuare la causa del fenomeno riducendo per quanto è possibile l' autoinduzione delle singole spirali col farle di poche spire ed accrescendo in compenso il loro numero.

Ci siamo fin qui riferiti al caso di un induttore bipolare in cui si ha un solo circuito magnetico.

Nelle grandi macchine invece il sistema degli induttori per lo più è multipolare. Ma è facile intendere come la stessa armatura ad anello serva anche in questo caso senz' altra variazione che quella di mettere tante coppie di spazzole quante sono le coppie di poli o quanti i circuiti magnetici. La fig. 72 mostra schematicamente il caso di un induttore a 4 poli, e s' intende a prima vista

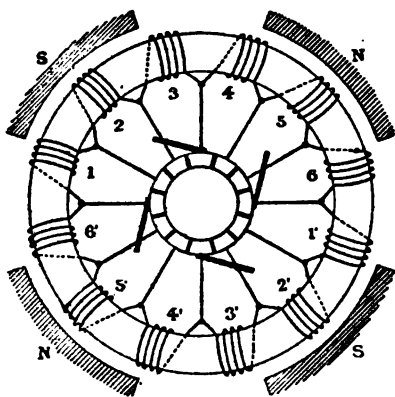



Fig. 72

come si possano riunire fra loro le spazzole corrispondenti in guisa da addurre la corrente in un circuito esterno unico. Si può anche conservare una sola coppia di spazzole e sopprimere le altre, mettendo direttamente in comunicazione fra loro le lamine corrispondenti del collettore.

§ 149. **Armatura a tamburo, a disco,** ecc. — L'*armatura a tamburo* o *cilindrica*, che ha preso il nome di Siemens (1874), differisce da quella ad anello in quanto che le singole spirali, invece di essere concatenate con un anello, sono avvolte longitudinalmente sopra un nucleo cilindrico, pure in ferro, come appare dalla fig. 73. Vi è anche qui lo stesso collettore con tanti segmenti quante sono le spirali, le quali sono disposte in tanti piani angolarmente equidistanti, formando tutte insieme come una specie di gomitolo; e i punti di giunzione fra le spirali successive sono collegate alle lamine del collettore.

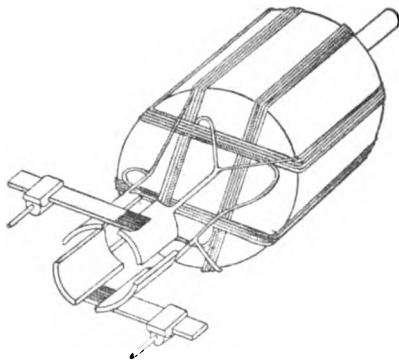



Fig. 73

Le sue funzioni sono le stesse di quelle dell'armatura ad anello, sulla quale presenta qualche vantaggio per rispetto al circuito magnetico la cui resistenza qui risulta minore mentre poi il flusso, a parità di lunghezza di filo delle spirali, vien meglio utilizzato. Ha invece lo svantaggio che l'avvolgimento è meno semplice, ed è reso più difficile l'isolamento delle spirali, che vengono a sovrapporsi sulle basi del cilindro, e il conseguimento della voluta stabilità meccanica.

L' *armatura a disco*, che in generale manca di ferro, è formata con delle spirali tutte situate in un medesimo piano, perpendicolare all' asse di rotazione, in modo da occupare un' intiera zona circolare concentrica all' asse, sulla quale si trovano disposte a corona l' una accanto all' altra oppure a ventaglio con parziale sovrapposizione. Si ha così un sistema piatto, a forma appunto di disco, che ruota nello stretto spazio compreso fra le espansioni polari di elettrocalamite che si fronteggiano coi poli opposti.

L' assenza del ferro le conferisce certi vantaggi permettendo di schivare le perdite di energia per correnti di Foucault e per isteresi; ma è di difficile costruzione.

L' *armatura polare* ha la struttura indicata schematicamente dalla fig. 74, la quale dispensa da ogni descrizione. Il diametro di commutazione ha qui una direzione perpendicolare a quella che ha nelle armature precedenti in conseguenza della disposizione delle spirali.

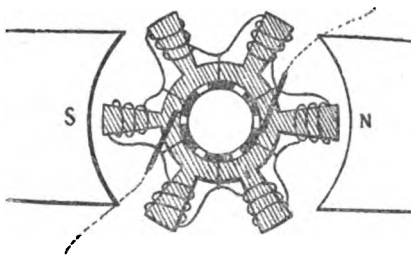



Fig. 74

Questa forma di armatura è meno conveniente delle altre per le macchine a corrente continua, perchè mal si presta ad avere un grande numero di spirali, ed inoltre l' autoinduzione delle singole spirali riesce troppo grande.

Armature aperte. — Di carattere alquanto diverso sono le armature in cui le singole spirali invece di essere riunite in serie con collegamento chiuso sono a collegamento aperto (§ 142), e il cui tipo è rappresentato dall' armatura Thomson-Houston. Questa consta

di tre spirali avvolte in tre zone distinte, inclinate fra loro di 120°, sopra un' intelaiatura in modo da formare una specie di gomitolo sferico. I tre primi capi dei fili appartenenti alle tre zone sono riuniti insieme, mentre gli altri tre capi terminano ai tre segmenti di un collettore speciale (fig. 75) strofinato da due spazzole doppie tali che le due parti p, p' e q, q' di cui esse risultano, e che sono collegate fra loro, comprendano un certo angolo che può farsi variare.

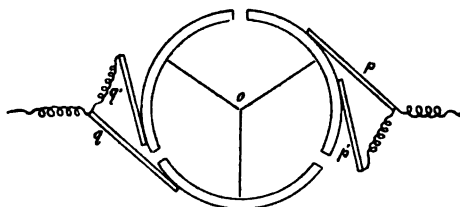



Fig. 75

Accade così che mentre una zona comunica con una coppia di spazzole, le altre due zone si trovano riunite in parallelo alle due spazzole dell' altra coppia. Variando l' intervallo fra le spazzole di ciascuna coppia, si può far variare così entro certi limiti la differenza media di potenziale fra le due coppie di spazzole. Quest' armatura dà una corrente non veramente continua ma fluttuante.

Una condizione comune per le armature di qualsiasi forma, e molto importante per l' efficacia della macchina, si è che la resistenza del sistema di spirali sia ridotta al minimo.

Perciò conviene che le dimensioni e la disposizione delle spirali sieno tali che per una data lunghezza di filo ne risulti la massima utilizzazione del flusso magnetico, e inoltre che la sezione del filo sia la massima conciliabile col voluto numero di giri e le dimensioni della macchina.

Occorre ancora aver riguardo a tutto ciò che può favorire la dispersione del calore svolto dalla corrente evitando il soverchio riscaldamento dell' armatura. E

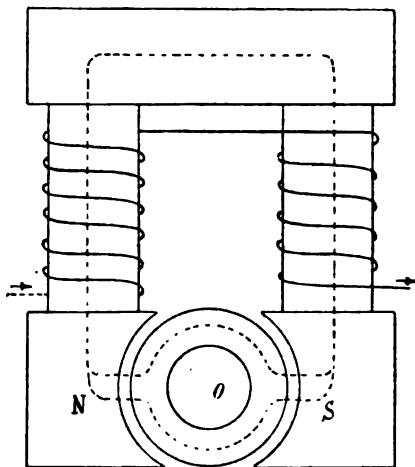
infine si deve cercare di evitare per quanto è possibile che i cangiamenti magnetici nelle parti in ferro avvengano in modo brusco, per ridurre al minimo le perdite per isteresi.

§ 150. **Forme degl'induttori: induttori bipolari e multipolari.** — Veniamo ora agl'induttori. Lasciando da parte quelli costituiti da calamite permanenti, cui la minore efficacia ed il maggior costo delle calamite d'acciaio in confronto con le elettrocalamite escludono dall'uso pratico malgrado il vantaggio che si ha con essi di non aver bisogno di una corrente eccitatrice, restano gl'induttori formati con delle elettrocalamite. Le considerazioni relative ai circuiti magnetici in unione con quelle che riguardano la convenienza delle forme, la facilità di costruzione, l'economia, le condizioni meccaniche di stabilità, ecc. forniscono i criterii generali che hanno servito di guida nella creazione dei diversi tipi colle loro numerose varietà, in cui si è esplicata largamente la fecondità degl'inventori, criterii che debbono tenersi presenti quando si tratta di dare un giudizio.

Fig. 76

Si può cominciare col distinguerli in *induttori bipolari* e *induttori multipolari*.

Gl'*induttori bipolari* si possono suddividere in due gruppi per riguardo alla struttura del circuito magnetico.

Quelli a circuito magnetico semplice, di cui la fig. 76 rappresenta lo schema

generale, sono formati da due elettromagneti riuniti da una traversa, *giogo* o *capitello*, e muniti di due espansioni polari, *mascelle*, che abbracciano l'armatura, girevole intorno all'asse *O*, per un arco di 120° a 130° per ciascuna. La linea punteggiata indica l'andamento del circuito magnetico, il quale corre lungo tutta la *carcassa*, costituita dalle branche delle elettrocalamite, dal giogo e dalle mascelle, e passando per l'*intraferro* si chiude attraverso l'armatura. Quando si tratta di armatura ad anello, esso si divide in due rami che, per la tendenza delle linee magnetiche a seguire il cammino di minor riluttanza, non sono perfettamente uguali; e ciò costituisce un difetto di questo genere d'induttori, cui si cerca di rimediare prolungando le mascelle.

Quando l'armatura trovasi in basso, come nella figura, si ha il così detto *tipo inferiore*, e quando è in alto, si ha il *tipo superiore;* e questi sono i casi più comuni.

Il tipo inferiore ha il vantaggio di avere l'asse di rotazione vicino alla base, e anche quello che la dissimmetria del flusso tende a portare in alto l'armatura diminuendo l'effetto del suo peso e quindi l'attrito su l'ásse; ma ha lo svantaggio di dar luogo ad una dispersione di linee magnetiche attraverso alla base, se questa è in ghisa, onde conviene ricorrere a un basamento in metallo non magnetico, zinco o bronzo, o almeno interporre una grossa piastra di questo fra le espansioni polari e la base.

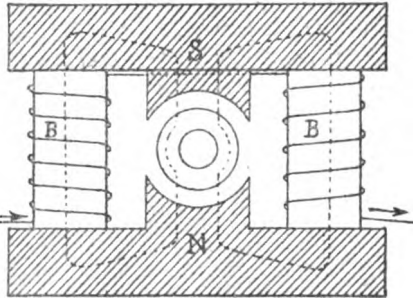
Il tipo superiore, in cui il pezzo stesso che fa da giogo può servire di base, è privo di quest'ultimo inconveniente ed ha una fondazione più economica, ma in esso riesce più grave il danno della dissimmetria del flusso, che occorre quindi combattere mediante una conveniente disposizione dei pezzi polari.

Gli induttori bipolari a circuito magnetico doppio, rappresentati schematicamente dalla fig. 77

nella loro disposizione più comune, conosciuta sotto il nome di *tipo Manchester*, sono completamente esenti dal difetto della dissimmetria del flusso magnetico.

Fig. 77

Si vede dalla figura come le due elettrocalamite *B*, *B*, i cui avvolgimenti hanno il medesimo verso, determinano due flussi magnetici simmetrici e cospiranti rispetto all'armatura.

Questo tipo può prendersi come modello di una bene intesa disposizione magnetica combinata con una struttura semplice e compatta.

Gl'induttori multipolari, usati specialmente per le dinamo di maggior potenza, si possono nella loro grande varietà dividere pure in due classi principali.

Appartengono alla prima classe gl'induttori per macchine con armatura ad anello o a tamburo, di cui è

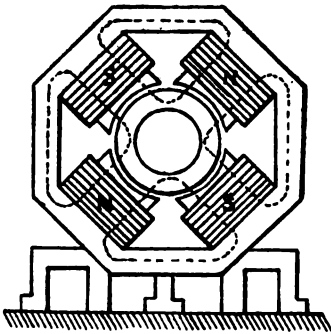
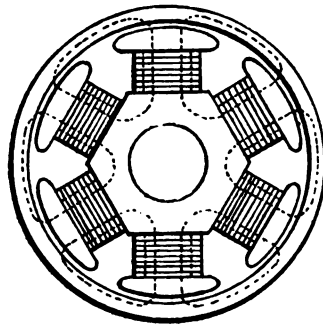



Fig. 78 Fig. 79

dato lo schema nella forma più semplice dalla fig. 78. In alcuni casi, per grandi macchine, si adotta una disposizione invertita, col sistema degl'induttori interni

e l' armatura esterna, come si vede nella fig. 79; e allora l' armatura generalmente è fissa, ed è il sistema induttore che ruota.

L' altra classe è quella degl' induttori per armatura a disco, formati ordinariamente da due corone di poli alternati situate di fronte l' una all' altra coi poli opposti in prospetto, come mostra la fig. 80: disposizione tipica

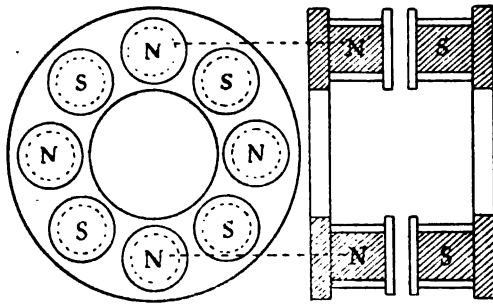



Fig. 80

delle macchine a corrente alternata, sebbene serva anche per corrente continua.

§ 151. **Eccitazione degl' induttori.** — Le elettrocalamite del sistema induttore possono essere eccitate mediante una corrente fornita comecchessia dall'esterno, e allora la dinamo dicesi *a eccitazione indipendente*, o mediante una corrente presa dall' armatura della dinamo stessa, la quale in tal caso chiamasi *autoeccitatrice.*

Per l' eccitazione si richiede naturalmente una corrente continua, e quindi le dinamo a corrente continua sono quelle che meglio si prestano all' auto-eccitazione.

Ma anche nelle dinamo a corrente alternata si può, a mezzo di un collettore aggiunto a tal uopo, derivare dall' armatura una corrente separata sensibilmente continua che serva per l' eccitazione.

S' intende poi come per iniziare l' auto-eccitazione sia necessaria la preesistenza di un certo campo, senza

del quale nessuna corrente indotta potrebbe generarsi nell' armatura.

Ma basta a ciò il campo dovuto al magnetismo residuo che conservano le elettrocalamite nelle cui eliche si sia una volta fatta passare la corrente. Questo campo, per quanto debole, dà luogo per effetto della rotazione alla produzione di una certa *f. e. m.* indotta che si sviluppa nell' armatura proporzionalmente alla velocità di rotazione: onde in condizioni opportune di resistenza si può avere una corrente che condotta nel debito verso attraverso le eliche serva a rinforzare il campo. Con esso si rinforza anche la *f. e. m.* e quindi la corrente; e così la macchina si esalta da sè, fino a che sia raggiunto lo stato di regime corrispondente alla velocità di rotazione, come sarà spiegato più particolareggiatamente in seguito.

CAPITOLO XII

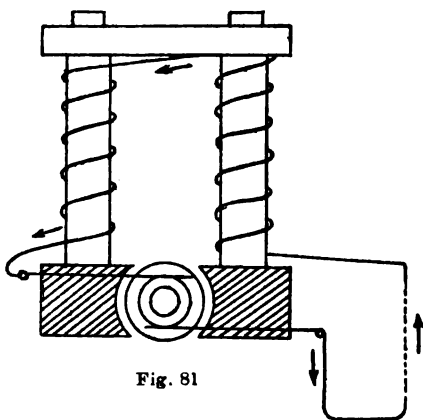
Dinamo a corrente continua

§ 152. **Eccitazione in serie, in derivazione e composta.** — Le dinamo autoeccitatrici a corrente continua diconsi eccitate in serie quando l'intera corrente presa alle spazzole si fa circolare nelle eliche degl'induttori.

Vi ha allora un circuito unico costituito dall' armatura, dalle eliche suddette e dal circuito esterno (fig. 81).

Fig. 81

Diconsi poi eccitate in derivazione quando la corrente presa alle spazzole si divide in due rami, l' uno formato dalle eliche degli induttori e l'altro dal circuito esterno; nel qual caso dunque l' eccitazione si fa mediante una corrente derivata che rappresenta solo una parte della corrente totale (fig. 82).

Combinando i due modi di eccitazione, si hanno le dinamo a eccitazione mista o composta *(compound)*

in cui gl' induttori hanno due avvolgimenti distinti (fig. 83), l' uno inserito in serie e l' altro in parallelo col circuito esterno.

Si usa chiamare brevemente *dinamo in serie*, *dinamo in derivazione* e *dinamo compound* le macchine eccitate in serie, in derivazione e a eccitazione mista; i cui caratteri, come ora vedremo, variano dipendentemente dal modo di eccitazione.

Osserviamo intanto che l' azione eccitatrice è determinata dal prodotto del numero delle spire delle eliche

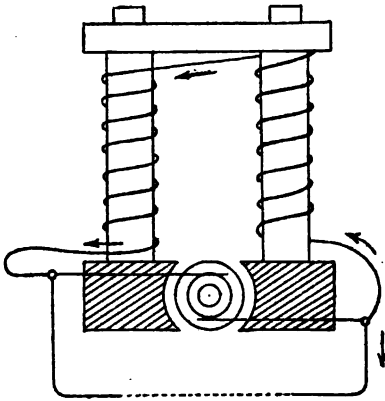
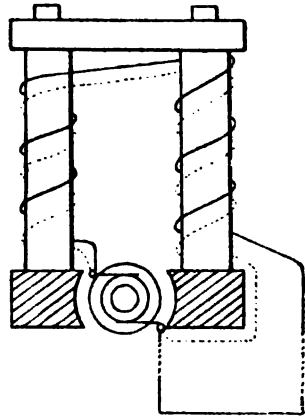



Fig. 82 Fig. 83

magnetizzanti per l' intensità della corrente, prodotto il cui valore dovrà quindi mantenersi in relazione con le esigenze della macchina: un valore troppo piccolo renderebbe l' azione inefficace, mentre d' altra parte un valore più grande del bisogno importerebbe un soverchio dispendio di energia sotto forma di calore sviluppato nelle eliche.

Per un dato valore del prodotto suddetto e per un dato peso di rame impiegato nel filo, il calore svolto risulta indipendente dal numero delle spire: poichè esso da un lato varia proporzionalmente alla resistenza del

filo, la quale è proporzionale al quadrato del numero delle spire (in quanto che col crescere del numero cresce nella stessa ragione anche la resistenza delle singole spire per causa della diminuzione di sezione); e d'altro lato varia proporzionalmente al quadrato dell'intensità e quindi, per la supposta costanza del suddetto prodotto, in ragione inversa del quadrato del numero delle spire; onde i due effetti si compensano.

Nell'eccitazione in serie, per non introdurre troppa resistenza nel circuito, ci si serve di un numero relativamente piccolo di spire di filo grosso, mentre nell'eccitazione in derivazione giova render piccola la parte di corrente distratta dal circuito per la funzione eccitatrice, e quindi conviene servirsi di molte spire di filo sottile.

§ 153. **Caratteri delle dinamo in serie.** — Le dinamo in serie sono di loro natura molto affette dalle condizioni di resistenza del circuito esterno le cui variazioni, mediante l'influenza che a senso della legge di Ohm hanno sull'intensità della corrente, si ripercuotono anche sull'eccitazione del campo e quindi sul valore della *f. e. m.*

Quando, a circuito aperto, si fa ruotare l'armatura con una determinata velocità, si produce una debole *f. e. m.* corrispondente al campo dovuto al magnetismo residuo. Chiudendo allora il circuito, se la resistenza esterna è un po' grande la macchina non si eccita, perchè la corrente risulta troppo debole per poter attivare le elettrocalamite.

Ma si può ottenere l'eccitazione mettendo per un istante la macchina *in corto circuito*, cioè chiudendola su sè stessa con un filo di resistenza minima, il che equivale a sopprimere la resistenza esterna.

Dopo di che, togliendo il corto circuito, potrà seguitare a funzionare sul circuito esterno, ove però anche adesso la resistenza esterna non oltrepassi un certo

limite, che prende il nome di resistenza critica, oltre il quale la corrente diviene di nuovo troppo debole per bastare all' eccitazione.

Il corto circuito che può servire, come si è detto, a favorire l' avviamento, non deve però durare che un istante, perchè nella maggior parte dei casi la macchina non potrebbe sopportarlo a lungo senza pericolo di bruciare gli avvolgimenti, per la grande intensità di corrente che esso determina; e quindi di regola conviene stare in guardia contro ogni eventuale produzione di corti circuiti.

Vi ha dunque d'ordinario un minimo di resistenza esterna compatibile, corrispondente al massimo della corrente che le spirali possono sopportare, e vi ha poi sempre una resistenza massima, che è la suddetta resistenza *critica*, oltre la quale la macchina cessa di funzionare.

Fra questi due limiti, per ogni aumento della resistenza esterna, alla diminuzione dell' intensità della corrente che ne verrebbe per la legge di Ohm se la *f. e. m.* rimanesse costante e che può chiamarsi l' *azione diretta*, si sovrappone l' *azione riflessa* derivante dalla diminuita eccitazione, onde anche il valore della *f. e. m.* si abbassa.

Tutto ciò si accentua specialmente in vicinanza della resistenza critica.

Questa grande sensibilità rispetto alle variazioni della resistenza esterna costituisce in generale uno svantaggio delle dinamo in serie.

Un altro svantaggio si ha nei pericolosi effetti dei corti circuiti, di cui si è detto poc' anzi; ed un altro ancora, nelle facilità d' inversione della polarità degli induttori, alla quale esse sono soggette quando si adoperino a qualche ufficio che importi la produzione nel circuito di forze controelettromotrici.

Ciò le rende p. es. disadatte per le operazioni elettrolitiche e per la carica degli accumulatori, dove una

diminuzione accidentale della *f. e. m.* sviluppata nella armatura, quale può aversi per un momentaneo rallentamento del moto, dando, anche per un solo istante, la prevalenza alla *f. e. m.* antagonista, provocherebbe l'inversione della corrente e quindi l'inversione della polarità: e d'allora in avanti, seguitando l'armatura a ruotare, la corrente si manterrebbe invertita, e invertita con essa l'azione elettrolitica.

Osserviamo infine che la differenza di potenziale ai poli della macchina (punti d'attacco del circuito esterno), si ha sottraendo dal valore della *f. e. m.* la caduta di potenziale nell'armatura e nelle eliche delle elettrocalamite, rappresentata dal prodotto della resistenza di questa parte del circuito per l'intensità della corrente.

Le sue variazioni, al variare della resistenza esterna, dipendono dal modo con cui varia la *f. e. m.* e dalla proporzione fra la resistenza esterna e la resistenza interna, e quindi si atteggiano diversamente a seconda dei casi.

Per es., quando la resistenza esterna è vicina al valore critico e l'eccitazione è debole, la detta differenza di potenziale decresce rapidamente al crescere della resistenza esterna; mentre invece in vicinanza del corto circuito, con una macchina di resistenza interna relativamente considerevole, che possa sopportarlo, e con gli induttori prossimi alla saturazione, essa cresce al crescere della resistenza esterna e in modo sensibilmente proporzionale, la corrente mantenendosi prossimamente costante per un certo intervallo.

§ 154. **Caratteri delle dinamo in derivazione.** — Le dinamo in derivazione presentano un comportamento diverso.

Esse si eccitano anche se il circuito esterno è aperto, restando sempre alla corrente uscente dalle spazzole il

circuito delle elettrocalamite: ed anzi si ha così il massimo di eccitazione, mentre riunendo le spazzole in corto circuito si sopprime l'eccitazione stessa (talchè un corto circuito non è qui pericoloso per la macchina come nelle dinamo in serie).

Supponiamo anche qui di aver incominciato col far ruotare l'armatura con una determinata velocità, a circuito esterno aperto, ottenendo, come si è detto, il massimo di eccitazione e quindi il massimo di *f. e. m.* che con quella velocità può dare l'armatura; e consideriamo quel che accade chiudendo ora il circuito esterno dapprima con una resistenza grandissima che poi grado a grado si faccia decrescere.

La corrente fornita dall'armatura, corrispondente qui alla somma della corrente eccitatrice e della corrente esterna, cresce col crescere di quest'ultima; e insieme con essa cresce proporzionalmente la caduta di potenziale lungo la parte di circuito costituita dall'armatura.

Ciò ha per effetto una diminuzione della differenza di potenziale alle spazzole, onde una diminuzione della corrente eccitatrice e quindi per riflesso una diminuzione della *f. e. m.* sviluppata nell'armatura.

Come si vede, l'azione riflessa dipendente dalla variazione del campo è qui, contrariamente a quel che accade per le dinamo in serie, in opposizione coll'azione diretta, in quanto che ad una diminuzione di resistenza esterna che tende a far crescere la corrente si collega una diminuzione di *f. e. m.* che tende a farla decrescere.

In principio, cioè quando la resistenza esterna è ancor grande, prevale l'azione diretta, ed una diminuzione di detta resistenza porta un aumento della corrente esterna; ma poi, seguitando la resistenza a decrescere, l'azione riflessa a mano a mano si accentua fino a pigliare il sopravvento: e così la corrente esterna cresce dapprima fino a raggiungere un certo valor mas-

simo, e poi prende invece a decrescere insieme con la resistenza stessa riducendosi rapidamente a zero; il che accade quando la corrente derivata negl'induttori non basta più all'eccitazione e la macchina perde la sua attività.

Vi ha dunque anche qui una resistenza critica; ma invece di rappresentare un *massimo* come nelle dinamo in serie, essa qui rappresenta un *minimo*, cioè la minima resistenza esterna compatibile coll'attività della macchina.

Per un'armatura ideale di resistenza nulla, l'azione riflessa mancherebbe del tutto, e si avrebbe, per qualunque valore della resistenza esterna, una differenza costante di potenziale alle *spazzole*, uguale al valore della *f. e. m.* similmente costante, costante rimanendo l'eccitazione; mentre l'intensità della corrente esterna varierebbe semplicemente in ragione inversa della resistenza.

Nelle grandi macchine, in cui è possibile fare la resistenza dell'armatura estremamente piccola, si riesce così ad avere la regolazione automatica a potenziale sensibilmente costante per un intervallo abbastanza esteso dei valori della resistenza esterna.

Ad ogni modo si vede che questa condizione del potenziale costante che si verifica sempre *in vicinanza del circuito aperto,* cioè per valori relativamente molto grandi della resistenza esterna, si mantiene per un intervallo tanto più esteso e con un'approssimazione tanto maggiore quanto più piccola è la resistenza dell'armatura.

Le dinamo in derivazione non sono, come si è detto, soggette a pericòlo di distruzione per effetto di un corto circuito, il quale non fa che arrestarne l'attività sopprimendo l'eccitazione.

Neppure sono soggette a pericolo d'inversione di polarità per causa di *f. e. m.* antagoniste che si trovino nel circuito esterno: poichè un'inversione della corrente in quest'ultimo, prodotta da un'eventuale preva-

lenza di tali forze, serve invece, come è facile vedere, a rinforzare la corrente nel ramo derivato degl' induttori.

Esse hanno poi alla loro volta l' inconveniente di essere sensibilissime ad ogni variazione della velocità di rotazione dell' armatura. Perchè ogni variazione della *f. e. m.* dovuta ad una variazione di velocità, oltre alla variazione della corrente che porta direttamente, conforme alla legge di Ohm, tanto nel circuito esterno come nelle spire degl' induttori, determina in queste ultime un' estracorrente che mentre nelle spire stesse è di senso opposto alla variazione che l' ha prodotta e tende a diminuirla, si ripercuote invece nel circuito esterno in senso diretto, sovrapponendosi alla prima variazione e rinforzandola. Perciò è essenziale che i motori da cui sono comandate le dinamo in derivazione, abbiano una grande regolarità di andamento.

§. 155. **Dinamo composte.** — Le dinamo *composte (compound)*, ossia a eccitazione mista, partecipano naturalmente dei caratteri dell' uno e dell' altro dei due tipi semplici che abbiamo ora esaminati; e s' intende come l' introduzione di tali sistemi composti si deva alla considerazione della suaccennata diversità di comportamento dei due tipi suddetti rispetto all' influenza delle variazioni della resistenza esterna, onde viene la possibilità di avere dalla loro combinazione un compenso reciproco, in guisa che per certi effetti la macchina risulti indipendente da quelle variazioni.

Si è soprattutto applicata con successo l' eccitazione composta alla realizzazione più completa della condizione della costanza di potenziale che coll' eccitazione in derivazione semplice si può, come si disse, conseguire in una certa misura rendendo piccola per quanto è possibile la resistenza dell' armatura, nel che vi ha naturalmente un limite.

È facile intendere come ciò possa farsi.

Suppongasi infatti una dinamo in derivazione nella quale, quando dal circuito esterno aperto si passa allo stesso circuito chiuso con la più piccola resistenza che possa capitare nel corso delle funzioni normali della macchina, la differenza di potenziale alle spazzole si abbassi di una certa quantità: si capisce come mediante una eccitazione addizionale degli induttori, data dall'aggiunta di un avvolgimento in serie ben commisurato, possa la detta differenza di potenziale rialzarsi di una eguale quantità, con che si otterrà che essa si mantenga sensibilmente costante anche in tutto l'intervallo delle resistenze intermedie.

§ 156. **Distribuzione delle correnti secondo il modo di eccitazione. - Espressione della *f. e. m.*** — Diamo ora infine il prospetto delle formule risultanti dalla applicazione delle leggi di Ohm e di Kirchhoff ai circuiti delle dinamo in serie, in derivazione e composte.

Indicando con E la *f. e. m.* sviluppata nell'armatura, con D la differenza di potenziale ai poli, cioè ai morsetti o punti d'attacco del circuito esterno, con r_a, r_m ed r_x rispettivamente le resistenze dell'armatura, delle spirali magnetizzanti e del circuito esterno, si ha:

a) Per le dinamo in serie (fig. 84):

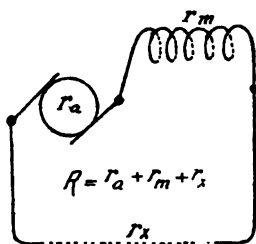



Fig. 84

$$E = D + (r_a + r_m) I, \quad D = r_x I; \quad I = \frac{E}{R},$$

dove I indica l' intensità della corrente comune ed $R = r_a + r_m + r_x$ la resistenza complessiva del circuito, come dallo schema.

L'espressione di D, coll'eliminazione dell'intensità I, si riduce alla forma

$$D = \frac{r_x}{R} E = \frac{r_x}{r_a + r_m + r_x} E .$$

b) Per le dinamo in derivazione (fig. 85)

$$E = D + r_a I, \quad D = r_m I_m = r_x I_x = \rho I, \quad I = I_m + I_x = \frac{E}{R},$$

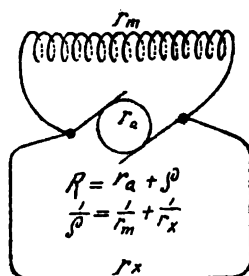



Fig. 85

dove I indica la corrente totale fornita dall' armatura, corrispondente alla somma della corrente I_m derivata nelle eliche degl' induttori e della I_x che percorre il circuito esterno; ed R indica come sopra la resistenza complessiva costituita dalla resistenza r_a dell' armatura e dalla resistenza ρ del sistema dei due rami r_m e r_x in parallelo $\left(\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r_m} + \frac{1}{r_x}\right)$.

L' espressione di D, eliminando I, prende la forma

$$D = \rho \frac{E}{\rho + r_a} = \frac{E}{1 + \frac{r_a}{\rho}} = \frac{E}{1 + r_a \left(\frac{1}{r_m} + \frac{1}{r_x}\right)},$$

dalla quale si vede che D decresce col decrescere di r_x.

c) Per le dinamo composte si hanno relazioni leggermente differenti secondo che le spirali per l' ecci-

tazione in derivazione fanno capo alle spazzole (fig. 86_a) oppure ai poli (fig. 86_b).

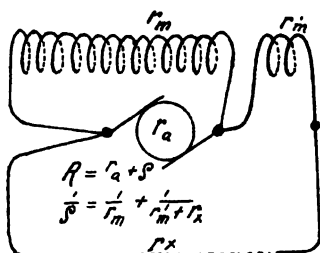
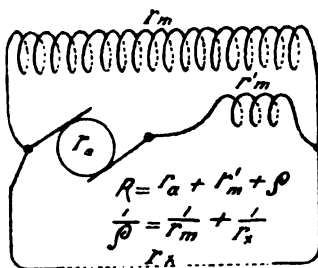



Fig. 86_a

Fig. 86_b

Nel primo caso si ha:

$$E = D_a + r_a I;\ D_a = D + r'_m I_x = r_m I_m = (r'_m + r_x) I_x = \rho I;$$

$$D = r_x I_x;\ I = I_m + I_x = \frac{E}{R}$$

dove D_a indica la differenza di potenziale alle spazzole.

Nel secondo caso si ha più semplicemente:

$$E = D + (r_a + r'_m) I,\quad D = r_m I_m = r_x I_x = \rho I,$$

$$I = I_m + I_x = \frac{E}{R};$$

equazioni che non differiscono da quelle relative alle dinamo in derivazione semplice che per la sostituzione di $r_a + r'_m$ ad r_a.

La *f. e. m.* E, come si trovò per l' addietro (§ 146), è in ogni caso espressa da

$$2 n N \Phi \,.\, 10^{-8},$$

dove N rappresenta il numero di giri al secondo compiuti dall' armatura, n il numero di spire che essa con-

tiene e Φ il valor massimo del flusso magnetico abbracciato da ciascuna spira.

Nelle armature ad anello in cui il flusso viene bipartito, quello abbracciato da una spira rappresenta la metà, mentre nelle armature a tamburo ogni spira comprende tutto il flusso che attraversa il nucleo.

Ma notando d'altro lato che nelle armature ad anello il numero delle spire coincide col numero dei fili contati sulla periferia esterna, mentre nelle armature a tamburo ne rappresenta la metà, si può, riferendo n a quest'ultimo numero e Φ a tutto il flusso che attraversa il nucleo dell'armatura, scrivere senza distinzione l'espressione generale di E nella forma

$$E = nN\Phi \cdot 10^{-8}$$

§ 157. **Legge di eccitazione delle dinamo: curva di eccitazione.** — Il modo con cui si svolge l'azione di una qualunque dinamo autoeccitatrice viene determinato dalla legge con cui il flusso magnetico Φ generato negli induttori dipende dalla corrente eccitatrice. Questa legge può rappresentarsi graficamente prendendo come ascisse i valori dell'intensità della corrente eccitatrice, o meglio, del prodotto dell'intensità per il numero delle spire, e come ordinate i valori corrispondenti di Φ.

Quando, come nell'eccitazione composta, vi sono più spirali magnetizzanti, si ha da considerare la somma dei prodotti relativi a ciascuna spirale: e noi chiameremo brevemente *eccitazione* e indicheremo in generale con u sia il prodotto, sia la somma dei prodotti in discorso. Si ottiene così una curva (fig. 87) che chiameremo *curva di eccitazione*, la quale per ogni macchina per cui la si abbia tracciata serve a individuare il valore di Φ corrispondente ad un qualunque dato valore di u.

D'altra parte le relazioni precedenti permettono di trovare in ogni caso le intensità delle correnti espresse

per le resistenze e per la *f. e. m.* E: onde si può avere u espresso per E e quindi anche per Φ, e reciprocamente si può avere Φ espresso per u nella forma

Fig. 87

$$\Phi = K u,$$

dove K è un coefficiente che dipende dalla velocità di rotazione e dal numero di spire dell' armatura e della spirale eccitatrice o delle singole spirali eccitatrici.

Infatti

$$\Phi \,.\, 10^{-8} = \frac{E}{n N} = \frac{R I}{n N} \,.$$

Nelle macchine in serie $u = m I$, dove m indica il numero delle spire di eccitazione, e quindi

$$\Phi \,.\, 10^{-8} = \frac{R u}{n m N} \,;$$

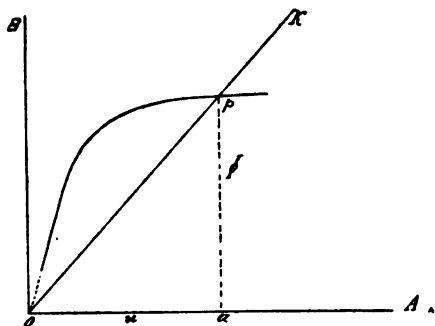
in quelle iu derivazione $u = m I_m = m \dfrac{\rho I}{r_m}$, e quindi

$$\Phi \,.\, 10^{-8} = \frac{R r_m u}{n m N \rho} \,.$$

Onde per le dinamo in serie e quelle in derivazione semplice si ha rispettivamente

$$K = \frac{R \,.\, 10^8}{n m N} = \frac{10^8}{n m N} \, (r_a + r_m + r_x) \,,$$

$$K = \frac{10^8}{n m N} \, \frac{R r_m}{\rho} = \frac{10^8}{n m N} \left(r_a + r_m + \frac{r_a \, r_m}{r_x} \right) .$$

In modo analogo si potrebbe calcolare l' espressione di K per le dinamo a eccitazione mista.

Graficamente l'equazione $\Phi = Ku$ viene a corrispondere ad una retta OK (fig. 87) passante per l'origine e la cui inclinazione è determinata dal valore di K, il quale per una data macchina potrà variare soltanto in dipendenza dalla velocità di rotazione e dalla resistenza del circuito esterno, tutte le altre quantità rimanendo costanti: onde l'inclinazione stessa ci viene ad indicare le condizioni di velocità e resistenza esterna.

E dall'incontro di questa retta, che chiameremo *retta indicatrice*, considerata nelle diverse posizioni che essa può assumere, con la predetta curva di eccitazione risulta completamente definito il modo di azione della macchina; in quanto che per ogni posizione della retta il punto d'incontro determina il valore di Φ e quindi di E e di tutti gli altri elementi.

Questa rappresentazione rende evidente ciò che si è detto in principio, cioè, che l'azione di una dinamo è determinata dalla legge di eccitazione. Essa serve inoltre ad agevolare l'apprezzamento delle circostanze che influiscono sull'andamento della macchina e che affettano il valore di K.

Quest'ultimo cresce col crescere della resistenza esterna nelle dinamo in serie e decresce in quelle in derivazione.

Il valor massimo di K compatibile coll'azione della macchina corrisponde alla massima inclinazione della retta indicatrice per cui essa incontri ancora la curva di eccitazione, e serve a definire la resistenza critica la quale, come si è già visto e come apparisce di qui, rappresenta un massimo per le dinamo in serie e un minimo per quelle in derivazione.

Denotando con h la resistenza magnetica totale o riluttanza del circuito magnetico di una dinamo, il flusso Φ, qualora si prescinda dal magnetismo residuo e dalla reazione esercitata dall'armatura, si può rappresentare con $\theta \frac{4 \pi u}{10 h}$, dove θ è un fattore di riduzione

che segna la frazione del flusso totale realmente impegnata nell'armatura.

E dal confronto coll'altra espressione Ku dello stesso Φ si deduce la relazione $hK = \frac{4\pi}{10}\theta$, la quale ci dice che il prodotto hK deve rimanere costante per tutte le posizioni che può assumere la retta indicatrice.

La riluttanza h, la quale dipende dalla permeabilità delle parti in ferro e va crescendo col decrescere di questa, cresce col crescere dell'induzione magnetica e quindi col crescere di Φ. Ha però nella misura del crescere un andamento diverso: perchè mentre l'induzione cresce rapidamente in principio, cioè per piccoli valori di u, variando pressochè proporzionalmente ad u, e poi prende a crescere via via più lentamente fino a ridursi costante da ultimo, quando si è al limite di saturazione, h invece rimane pressochè costante in principio e cresce poi via via più rapidamente fino a raggiungere sensibilmente da ultimo la proporzionalità con u.

Questo variare della riluttanza, che si rispecchia nella forma della curva di eccitazione, è condizione necessaria al funzionamento delle dinamo con regime diverso a seconda della velocità di rotazione e della resistenza esterna. Poichè se h fosse costante, il prodotto hK non potrebbe restar costante al variare di K, conforme alla relazione stabilita dianzi; la curva di eccitazione si ridurrebbe ad una retta passante per l'origine, e la retta indicatrice che passa pure per l'origine non potrebbe più incontrarsi con essa in altro punto; ed anche il caso unico della coincidenza non corrisponderebbe ad una condizione di funzionamento determinata. Si vede poi che il massimo valore di K, che definisce la resistenza critica, corrisponde al valor minimo della riluttanza.

Per queste deduzioni si è fatta astrazione, come si disse, dal magnetismo residuo e dalla reazione dell'in-

dotto; ma ciò non importa qui una differenza sostanziale.

Tutto si riduce dunque, infine, nello studio dell' azione delle dinamo, alla conoscenza precisa della legge di eccitazione.

Se questa legge si potesse tradurre esattamente in una formola semplice e generale, si avrebbero, dalla unione di questa colle relazioni precedenti, gli elementi per una teoria delle dinamo a base di equazioni rigorose.

Ma le condizioni da cui dipende la magnetizzazione sono troppo complesse perchè ciò sia possibile: e, volendo far uso di una formola generale, conviene accontentarsi di una legge approssimata conducente ad una teoria, per così dire, schematica di dinamo ideali cui si accostano più o meno le macchine reali.

§ 158. **Teoria del Fröhlich.** — La formola più semplice, che sia stata proposta a questo scopo, è la seguente, data dal Fröhlich:

$$\Phi = A.10^8 \frac{u}{a+u},$$

dove A è una costante che moltiplicata per 10^8 rappresenta il massimo valore del flusso corrispondente al limite di saturazione, ed a è un' altra costante individuale della macchina.

Questa formola risponde al carattere generale di Φ accennato poc' anzi: di crescere da principio in modo sensibilmente proporzionale ad u, e poi via via più lentamente, tendendo infine ad un limite costante. Confrontandola con l' espressione Ku del flusso data di sopra, si ottiene

$$K(a+u) = A \,.\, 10^8,$$

che può considerarsi come l' equazione fondamentale di questa teoria semplificata.

Vediamone l' applicazione alle dinamo dei due primi tipi.

Nelle dinamo in serie, ponendo per K e u i rispettivi valori $\frac{R \cdot 10^8}{n m N}$ ed $m I$, si ottiene:

$$R(a + mI) = n m N A\,; \quad I = \frac{nN}{R} A - \frac{a}{m}.$$

Abbiamo così il valore dell'intensità I, da cui possiamo desumere senz'altro la *f. e. m.* $E = RI$ e la differenza di potenziale ai poli $D = E - (r_a + r_m) I$, cioè tutto quello che importa conoscere.

Il valore di I e degli altri elementi funzionali dipende semplicemente dal rapporto $\frac{N}{R}$ fra la velocità di rotazione e la resistenza totale del circuito.

Il valore di I si riduce a zero quando il valore del detto rapporto scende al limite $\frac{a}{n m A}$, al di sotto del quale vien meno l'eccitazione e la macchina gira a vuoto.

Questo limite serve a definire la resistenza critica corrispondente ad una data velocità o reciprocamente la velocità critica corrispondente ad una data resistenza.

Nelle dinamo in derivazione, ponendo similmente per K ed u i valori che loro competono in questo caso, cioè per K il valore $\frac{10^8}{n m N} \frac{R r_m}{\rho}$ e per u il valore $m I_m = m \frac{D}{r_m}$, si ha:

$$\frac{1}{n m N} \frac{R r_m}{\rho} \left(a + m \frac{D}{r_m}\right) = A\,; \quad D = \frac{\rho}{R} n N A - \frac{r_m a}{m}.$$

Questa ci dà la differenza di potenziale ai poli o alle spazzole, da cui si possono desumere la *f. e. m.* $E = \frac{R}{\rho} D$ e tutti gli altri elementi.

Il valore di D varia qui dipendentemente da

$$\frac{\rho N}{R} = \frac{\rho}{r_a + \rho} N = \frac{N}{1 + r_a \left(\frac{1}{r_m} + \frac{1}{r_x} \right)}:$$

e si vede che esso va crescendo col crescere della resistenza esterna r_x; come pure si vede che qualora si abbia r_a piccolissimo, esso risulta sensibilmente indipendente da r_x, e si ha quindi la regolazione a potenziale costante.

Il valore della corrente esterna $I_x = \frac{D}{r_x}$ vien dato da

$$I_x = \frac{n N A}{r_a + r_x + \frac{r_a r_x}{r_m}} - \frac{r_m a}{m r_x},$$

e dalla forma dell'espressione si scorge come I_x, che è nulla per r_x infinito, ossia a circuito aperto, vada crescendo dapprima col decrescere di r_x fino a raggiungere un massimo, e poi prenda a decrescere e finisca col discendere di nuovo a zero quando il valore di r_x raggiunge un certo limite inferiore, che rappresenta la resistenza critica corrispondente alla velocità che si considera. E così ritroviamo quei caratteri generali che furono già esposti altrove.

Questa teoria, di cui ci basta avere indicato sommariamente i tratti principali, si presta bene per la sua grande semplicità ad una prima delineazione delle funzioni generali delle dinamo; ma è puramente rudimentale, e non tien conto nè delle azioni secondarie nè delle particolarità individuali delle singole macchine. Essa quindi, come del resto ogni teoria di questo genere, è insufficiente a rappresentarci l'azione quale essa è realmente con riguardo a tutti gli elementi che concorrono a determinarne il vario atteggiamento.

Una rappresentazione fedele non può aversi che in base alla conoscenza della legge individuale di eccita-

zione, la quale è troppo affetta dalle circostanze particolari per poter essere espressa da una formola generale, e solo può venir definita mediante l'indicazione effettiva dei valori di Φ corrispondenti ai diversi valori di u in tutto il campo di azione della macchina, o graficamente mediante la sopraddetta curva di eccitazione.

§ 159. **Determinazione della curva di eccitazione in base alle condizioni del circuito magnetico.** — Ogni macchina ha la sua curva, dotata di fisonomia propria, la quale si può desumere dalle condizioni di struttura della macchina stessa, qualora si conoscano le qualità magnetiche dei materiali che ne costituiscono le diverse parti, per mezzo delle rispettive curve di magnetizzazione.

Si osserva a tale scopo che l'equazione di un circuito magnetico formato dalla successione di più parti, ciascuna delle quali si possa riguardare come omogenea e di sezione costante, è riduttibile alla forma

$$\frac{10}{4\pi\theta}\left(\Sigma \frac{l}{\mu s}\right)\Phi = u,$$

dove l, s e μ rappresentano le lunghezze, le sezioni e le permeabilità rispettive delle singole parti, e θ è il fattore di riduzione di cui sopra.

Supponendo di avere già tracciate le singole curve di magnetizzazione, le cui ordinate sono eguali alle ascisse moltiplicate per μ, e fra le quali è da comprendere quella relativa all'intraferro (che per essere $\mu = 1$ si riduce ad una semplice linea retta), possiamo da ciascuna di esse dedurre un'altra curva, le cui ordinate si ottengano moltiplicando quelle della prima per $\frac{4\pi\theta}{10}\frac{s}{l}$ e quindi sieno uguali alle ascisse moltiplicate per $\frac{4\pi\theta}{10}\frac{\mu s}{l}$,

e perciò, viceversa, le ascisse sieno uguali alle ordinate moltiplicate per $\frac{10}{4\pi\theta} \frac{l}{\mu s}$.

Se ora dal secondo sistema di curve si deduce una nuova curva prendendo, in corrispondenza di una qualunque ordinata, come ascissa la somma delle ascisse di tutte le curve del sistema, questa curva sarà precisamente la curva d' eccitazione che si cercava, come chiaramente risulta dal confronto coll' equazione precedente.

Siccome in causa dell' isteresi vi sono da distinguere due curve di magnetizzazione, una ascendente ed una discendente, lo stesso dovrebbe dirsi per le curve di eccitazione dedotte come sopra.

Ma qui ci riferiamo alle curve medie.

Vi è anche da osservare che il semplice fattore di riduzione θ è insufficiente a tener conto completamente della dispersione magnetica, difficile ad assegnare con precisione, che mediante le derivazioni nell' aria fa sì che le condizioni di riluttanza delle varie parti sieno meno semplici di quelle supposte.

La curva così ottenuta ci dà poi Φ in funzione dell' eccitazione complessiva, vale a dire che le ascisse non rispondono alla sola corrente eccitatrice degl' induttori, oltre la quale vi è anche da tener conto della reazione determinata dalla corrente che percorre le spire dell' armatura.

Volendo la curva di eccitazione quale si suole intendere più comunemente, cioè quella che rappresenta Φ in funzione dell' eccitazione relativa alle sole spire degli induttori, conviene ridurre le ascisse della curva precedente al corrispondente valore di u; il che potrà farsi quando si sappia assegnare la parte che spetta propriamente alla reazione dell' armatura.

Ora questa parte dipende essenzialmente dalla posizione del diametro di commutazione sul quale si trovano le spazzole, come vien messo in evidenza dalla figura sche-

matica qui unita (fig. 88), in cui dd' indica la posizione del diametro di commutazione, e le spire dell' armatura sono rappresentate in sezione con dei circoletti i quali

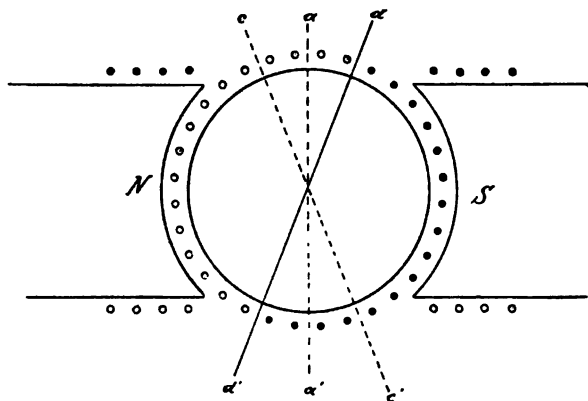



Fig. 88

indicano anche il verso della corrente, che deve intendersi ascendente o discendente secondo che essi sono pieni o vuoti.

Si vede che le spire dell' armatura possono dividersi in due gruppi, l' uno contenuto nell' angolo cd, $c'd'$, doppio dell' angolo di avanzamento ed avente per bisettrice la direzione aa' normale al campo, e l' altro nell' angolo cd', $c'd$: dei quali gruppi il primo determina un' eccitazione direttamente opposta a quella degl' induttori che ha quindi per effetto una diminuzione di Φ, mentre il secondo determina un' eccitazione trasversale che è senza influenza sul valore di Φ. Occorre dunque, per valutare la reazione dell' armatura, prefissare la posizione del diametro di commutazione, la quale dipende alla sua volta dal rapporto fra l' eccitazione secondaria dovuta alla corrente dell' armatura e l' eccitazione degl' induttori (dal qual rapporto è determinata la distorsione del campo), ed è inoltre subordinata alla condizione di evitare o ridurre

al minimo le scintille fra le spazzole ed il collettore, che importa anch' essa, come si vide, un avanzamento del diametro di commutazione.

Il prefissare esattamente la detta posizione riesce pertanto difficile; onde anche la previsione della reazione dell' armatura e quindi la determinazione della curva che dia Φ in funzione dell' eccitazione degl' induttori presentano delle difficoltà e non possono farsi generalmente che in modo approssimativo; e s' intende come le difficoltà sono più gravi a misura che la reazione dell' indotto è più forte.

§ 160. **Caratteristiche.** — Lo studio delle funzioni di una dinamo (quando si tratti di una dinamo che si abbia dinanzi già costrutta e pronta all' azione) si agevola molto ricorrendo ai dati che si possono avere sperimentando direttamente sulla macchina stessa, e servendosene per costrurre delle curve che prendono il nome di caratteristiche, perchè atte a caratterizzare il modo di azione della macchina.

Eccitando separatamente gl' induttori con una corrente esterna di intensità variabile e misurando per ogni valore dell' intensità la differenza di potenziale che, con una determinata velocità di rotazione dell' armatura, si manifesta a circuito aperto sulle spazzole e che rappresenta il valore della *f. e. m.* E_0 sviluppata in tali condizioni nell' armatura, se si prendono per ascisse i valori di u relativi alle diverse intensità e per ordinate i corrispondenti valori di E_0, si ha quella che si chiama la *caratteristica a circuito aperto.*

Siccome, per una data velocità di rotazione dell' armatura, E_0 è proporzionale a Φ, questa curva non differisce in sostanza dalla curva di eccitazione quale essa è quando non è affetta dalla reazione dell' armatura. Mutando la velocità, viene a mutarsi nella stessa ragione il valore di E_0 per uno stesso Φ, e le diverse curve che

così si ottengono equivalgono ad una sola curva riprodotta con mutamento di scala per le ordinate.

Se, anzichè sperimentare a circuito aperto come dianzi, si chiude l'armatura sopra una resistenza esterna variabile, si produrrà una corrente I in proporzione colla resistenza, ed entrerà in giuoco la reazione dell'armatura: onde la *f. e. m.* (che si desumerà ora dalla differenza di potenziale e dall'intensità della corrente mediante la relazione $E = D_a + r_a I$) prenderà valori diversi dai precedenti; e dalla differenza si potrà trarre la misura della reazione stessa in relazione con la corrente I dell'armatura e con l'eccitazione u.

Facendo invece agire la macchina a circuito chiuso con eccitazione propria e con una determinata velocità, ma con diversi valori della resistenza r_x, si ha per ciascuno di questi un regime particolare; e misurando volta per volta potenziale ed intensità, si hanno gli elementi per tracciare varie curve che si sogliono considerare per le dinamo in azione.

Vi ha in primo luogo la così detta *caratteristica totale* che rappresenta la *f. e. m.* E in funzione dell'intensità I della corrente raccolta alle spazzole.

La stessa E si può rappresentare in funzione della eccitazione u; e la curva così ottenuta non è altro che la sopraddetta curva di eccitazione quale risulta effettivamente col concorso di tutte le circostanze. Dal suo confronto con la caratteristica a circuito aperto si può desumere la parte che spetta alla reazione dell'armatura, la quale può essere molto diversa a seconda delle condizioni.

E vi sono dei casi in cui essa a un certo punto acquista il sopravvento, di guisa che E, ossia Φ, d'allora in poi prende a decrescere, e talvolta rapidamente, col crescere di u: il che accade quando gl'induttori già fin da piccoli valori di u son vicini a saturazione, onde la loro riluttanza diventa presto grandissima, e crescono

in proporzione le derivazioni di flusso nell' aria offrendo via di sfogo al flusso antagonista generato nell' armatura, il cui aumento a un certo punto si fa prevalente.

Ma la curva di cui più frequente è l' uso è la *caratteristica esterna*, che si ha prendendo per ascisse le intensità I_x della corrente nel circuito esterno e per ordinate le differenze D di potenziale ai poli della macchina.

Se dall' origine si conduce una retta ad un qualunque punto della curva, la tangente dell' angolo che la retta fa coll' asse delle ascisse viene ad essere uguale al rapporto $\frac{D}{I_x}$ dell' ordinata all' ascissa per quel punto; e poichè d' altra parte lo stesso rapporto è uguale alla resistenza esterna r_x, ne viene che il valore della resistenza esterna corrispondente ad un dato regime qualsivoglia è rappresentato dalla tangente dell' angolo che la retta condotta dall' origine al punto della caratteristica relativo a quel regime fa coll' asse delle ascisse.

E così a mezzo di quest' angolo si desume dalla curva la resistenza occorrente per avere un certo regime (I_x, D), e reciprocamente si desumono i valori I_x, D corrispondenti ad un qualunque valore assegnato alla resistenza.

§ 161. **Proprietà delle dinamo in relazione con la forma della caratteristica esterna.** — La caratteristica esterna, come si vede, mette in relazione quegli elementi che si hanno da considerare direttamente in pratica; e dall' ispezione della sua forma si possono rilevare a colpo d' occhio sia le proprietà generali pertinenti a ciascuna classe di dinamo, sia le qualità e le attitudini individuali delle singole macchine per cui le curve sono state tracciate.

L' aspetto generale della caratteristica esterna varia quindi dall' una all' altra classe, e in particolare esso

si presenta assai diverso nelle dinamo in serie e in quelle in derivazione.

Nelle *dinamo in serie* esso è quale lo indica la curva D (fig. 89). Vi ha, a partire dall' origine O, una parte ascendente quasi rettilinea in principio, che poi gradatamente s'incurva, e sale via via più lentamente in modo da formare una specie di ginocchio, e così arriva al sommo, dove per un certo tratto corre quasi orizzontale; e poi vi ha una parte discendente che, prolungandosi, finirebbe per raggiungere di nuovo l'asse OA.

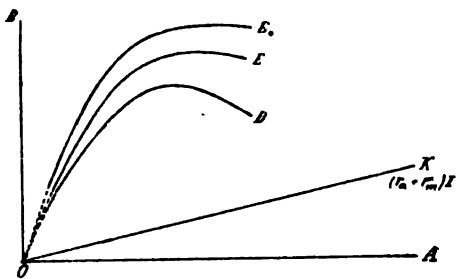



Fig. 89

La prima parte essendo sensibilmente rettilinea, non differisce da macchina a macchina che per l'inclinazione, la quale mediante la tangente dell' angolo che fa coll' asse OA indica il valore della resistenza critica.

Le differenze di forma incominciano a manifestarsi al ginocchio, e si accentuano specialmente nella parte discendente che per alcune macchine presenta un lento declivio prolungandosi per una grande estensione, mentre per altre scende quasi a piombo.

Per apprezzare bene le condizioni che le determinano giova disegnare sulla stessa figura anche la caratteristica a circuito aperto e la curva rappresentativa del valore di E, ridotte, con un cambiamento di scala, ad avere per ascisse i valori di $I_x = I = \frac{u}{m}$ invece dei valori di u.

Le differenze $E_0 - E$ fra le ordinate di queste ultime due curve ci rappresentano, come si è già detto di sopra, l'effetto della reazione dell' armatura, che può

essere molto diverso a seconda delle condizioni, talchè la curva E può discostarsi variamente dalla E_0 e presentare notevoli difformità da macchina a macchina.

Le differenze $E - D$ fra le ordinate della curva E e quelle della caratteristica esterna rappresentano la caduta di potenziale $(r_a + r_m) I$ dovuta alla resistenza dell' armatura e delle spirali delle elettrocalamite, e corrispondono alle ordinate dei punti di una retta OK condotta dall' origine sotto un angolo la cui tangente sia uguale a $r_a + r_m$: onde le ordinate della caratteristica esterna si ottengono da quelle della curva E sottraendone le ordinate della retta.

Così la figura ci mette sott' occhio gli elementi che hanno influenza sull' andamento della macchina e da cui dipendono le sue qualità ed attitudini.

Praticamente, il campo di azione di una macchina è limitato ad una sola parte della caratteristica, che può chiamarsi la parte utile. Da questa va esclusa evidentemente per ragione d' instabilità tutta la porzione che dall' origine va fin oltre il principio del ginocchio, dove una piccola variazione di resistenza (o una piccola variazione accidentale di velocità) provoca grandi oscillazioni nei valori di I e D, e può far cessare l' attività.

Restano la regione superiore e quella parte del tratto discendente che include valori compatibili di I e D.

La regione superiore essendo prossimamente orizzontale rappresenta un campo d' azione dove il potenziale si mantiene prossimamente costante; ma essa è in generale poco estesa, e del resto per la regolazione a potenziale costante meglio delle dinamo in serie si prestano quelle in derivazione o ad eccitazione mista.

Più spesso accade che si impieghi il tratto discendente, specialmente quando questo scende quasi a piombo, nel qual caso si ha prossimamente la regolazione a intensità costante senza pericolo di guasti per corto circuito.

Nelle dinamo in derivazione (fig. 90) la caratteristica si stacca parimenti dall' origine con un primo tratto sensibilmente rettilineo, come nelle dinamo in serie, e poi prende ad incurvarsi formando il ginocchio: ma qui si incurva in verso contrario rialzandosi da prima fino a divenir verticale e poi inclinandosi gradatamente a sinistra e terminando con un tratto quasi orizzontale che si trova al sommo e il cui estremo cade sull' asse OB perpendicolare ad OA.

Fig. 90

Questa forma risponde al comportamento delle dinamo in derivazione nelle quali, come già si è visto, facendo crescere la resistenza esterna r_x a partire dal valore critico, che qui rappresenta un limite inferiore dato dalla tangente dell' angolo che fa coll' asse OA il primo tratto rettilineo della caratteristica, la differenza di potenziale D va sempre crescendo e raggiunge il suo valor massimo per r_x infinito (circuito aperto); mentre l' intensità I_x della corrente esterna cresce dapprima fino a raggiungere un massimo, e poi prende a decrescere riducendosi da ultimo a zero.

E qui pure possiamo illustrarla mettendo la curva in relazione colle curve E_0 ed E, che per comodità di figura tracceremo dalla parte sinistra colle ascisse ridotte ai valori della corrente eccitatrice I_m.

Conduciamo la retta OM che faccia con OA' un angolo di tangente uguale a r_m; da un punto qualunque P della curva E abbassiamo l' ordinata Pp e dal punto d' intersezione di essa colla OM conduciamo una retta

indefinita parallela all' asse OA, e poi da P, con una inclinazione corrispondente ad un angolo α di tangente uguale a r_a, conduciamo un' altra retta che incontrerà la prima in un punto m, il quale, come è facile vedere, apparterrà alla caratteristica esterna. Infatti la sua ordinata mm (uguale all'ordinata del punto della retta OM corrispondente all'ascissa $Op = I_m$) è $r_m I_m = D$; e quindi basta dimostrare che la sua ascissa

$$Om = pm - Op = pm - I_m$$

risulta uguale ad I_x, ossia che $pm = I_m + I_x = I$.

Ora si ha

$$pm = \frac{Pp - mm}{\text{tang}\,\alpha} = \frac{E - D}{r_a};$$

e poichè d' altra parte $E - D = r_a I$, ne viene appunto $pm = I$.

Questo vale qualunque sia la posizione del punto P sulla curva E.

Supponendo che P si muova a partire dall' origine O e percorra la curva E fino all' estremo corrispondente al massimo valore di I_m, che si ha a circuito esterno aperto, il punto m partirà esso pure da O e descriverà prima il ramo inferiore e poi il ramo superiore della caratteristica esterna; onde si vede come, anche per le dinamo in derivazione, quest' ultima si possa dedurre dalla curva E.

Dei due rami, in realtà solo il superiore corrisponde al funzionamento pratico, mentre per il ramo inferiore si ha la condizione di instabilità; anzi la parte utile della caratteristica si limita alla parte più alta del ramo superiore, che partendo dall' estremo (circuito aperto) si estende a tutto il campo dei valori ammessi per la corrente esterna nelle condizioni di funzionamento normale della macchina.

L' inclinazione della curva in questo tratto indica come D varia col *carico*, ossia col variare della corrente esterna, e dipende essenzialmente dalla reazione dell'armatura e dalla sua resistenza.

Quando queste sieno ridotte al minimo, la variazione di D si mantiene per lungo tratto assai piccola, talchè si consegue sensibilmente la regolazione a potenziale costante.

Per ottenerla più perfettamente in condizioni ordinarie, si provvedono gl' induttori di un altro avvolgimento sussidiario da inserirsi in serie, vale a dire che si ricorre all' *eccitazione composta:* e da quanto precede si vede come si possa calcolare il numero di giri occorrenti per ottenere l' effetto.

Conoscendo l' abbassamento di D corrispondente al massimo carico che la macchina abbia a sopportare, si trova coll' aiuto della curva E_0 quale è l' aumento di eccitazione necessario per compensare tale abbassamento; onde poi si deduce il numero dei giri dividendo per l' intensità massima della corrente esterna.

Così D sarà ricondotto ad avere nella condizione di massimo carico lo stesso valore che a vuoto (circuito aperto) e quindi si manterrà sensibilmente costante anche in tutto l'intervallo compreso fra questi limiti estremi: il tratto corrispondente di caratteristica si ridurrà sensibilmente ad una retta orizzontale.

Il conseguimento della costanza di potenziale costituisce l'applicazione più importante dell'eccitazione composta, il cui ufficio, come ben s' intende, è in generale quello di trar partito dalle proprietà inerenti sia alle dinamo in serie sia a quelle in derivazione: onde lo studio delle dinamo composte può in ogni caso ricondursi a quello dei detti due tipi, dei quali ci siamo più particolarmente occupati.

Quanto alle dinamo a *eccitazione indipendente*, che sono le più semplici, le loro proprietà, dopo quanto si è detto, si intendono senz' altro. Esse si accostano a quelle delle dinamo in derivazione.

Senza la reazione dell' armatura la *f. e. m.* E, a eccitazione costante e velocità costante, rimarrebbe costante; e poichè $D = E - r_a I$, la caratteristica esterna sarebbe rappresentata da una retta inclinata verso il basso di un angolo avente per tangente il valore di r_a: la reazione dell' armatura produce inoltre un abbassamento della E, e fa che al posto di una retta venga un arco di curva non molto dissimile dalla parte utile della caratteristica delle dinamo in derivazione.

§ 162. **Potenza e rendimento delle dinamo a corrente continua.** — Il prodotto della *f. e. m.* E per l' intensità I della corrente fornita dall' armatura rappresenta la potenza elettrica in essa sviluppata, e, al tempo stesso, rappresenta la misura della corrispondente potenza meccanica assorbita.

Questa potenza, che indicheremo con P, va però distinta dalla potenza meccanica P_0 realmente impressa alla macchina, che non si converte mai per intero nel lavoro elettrico estrinsecato nell' armatura; e della potenza P, parimente, solo una parte P' viene restituita sotto forma di lavoro elettrico utile, e questa è rappresentata dal prodotto $D I_x$ della differenza di potenziale ai poli per l' intensità della corrente esterna: il rapporto $P' : P$ che s' indicherà con k, rappresenta il *rendimento elettrico*.

Il rendimento effettivo o industriale sarà dato dal rapporto $P' : P_0$ che è eguale al prodotto dei due rapporti $P' : P$ e $P : P_0$.

La differenza $P - P_0$ rappresenta le perdite meccaniche (per attriti e resistenze passive in genere) e quelle dovute alle azioni secondarie (correnti di Foucault,

isteresi, ecc.), perdite difficili a calcolarsi, ma che si possono desumere direttamente dall'osservazione con la misura dinamometrica di P_0 e la misura elettrica di P mediante i suoi fattori E, I.

Nelle macchine ben costrutte esse si riducono ad una piccola frazione.

Prescindendo da queste, prenderemo in considerazione solo le quantità P, P', k: per le quali si avrà dunque

$$P = EI\,,\ P' = DI_x\,,\ k = \frac{D}{E}\frac{I_x}{I}.$$

La differenza $P - P'$ corrisponde al calore sviluppato per l'effetto Joule negli avvolgimenti sia dell'armatura che degl'induttori.

Infatti p. es. nelle dinamo in serie, dove

$$E - D = (r_a + r_m) I\,,\ I_x = I,$$

si ha

$$P - P' = (E - D) I = (r_a + r_m) I^2\,;$$

e nelle dinamo in derivazione, per le quali

$$E = D + r_a I\,,\ I = I_x + I_m\,,\ D = r_m I_m\,,$$

si ha

$$P - P' = DI + r_a I^2 - DI_x = DI_m + r_a I^2 =$$
$$= r_m I_m^2 + r_a I^2.$$

E lo stesso potrebbe vedersi analogamente per le dinamo composte.

Per le dinamo a eccitazione indipendente $P - P'$ si riduce ovviamente a $r_a I^2$.

Quanto al rendimento k, esso è dato dal rapporto $DI_x : EI$ cui, per essere $D = r_x I_x$, $E = RI$, può sostituirsi l'espressione equivalente $r_x I^2_x : RI^2$ che risulta dal prodotto del rapporto $r_x : R$ per il quadrato del rapporto $I_x : I$ delle intensità.

Quest'ultimo si riduce ad 1 per le dinamo a eccitazione indipendente e per le dinamo in serie, e quindi

k si riduce a $r_x : R$, con $R = r_a + r_x$ per le prime e $R = r_a + r_m + r_x$ per le seconde; e, come si vede, il suo valore va crescendo col crescere di r_x.

Per le dinamo delle altre classi, il rapporto $I_x : I$ è funzione anch' esso delle resistenze; e così, in particolare, per le dinamo in derivazione, si ha $I_x : I = \rho : r_x$, dove ρ ha il solito significato $\left(\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r_m} + \frac{1}{r_x}\right)$, onde k vien dato da

$$\frac{r_x}{R}\frac{\rho^2}{r_x^2} = \frac{\rho^2}{R r_x},$$

e dallo studio di questa espressione si desume facilmente che qui k cresce dapprima con r_x fino a raggiungere un massimo per un certo valore di r_x, oltre il quale prende a decrescere.

In ogni caso k, ossia il rapporto $P' : P$, si può esprimere per mezzo dei soli valori delle resistenze e risulta quindi indipendente dalle contingenze magnetiche.

Da queste dipendono invece i valori di P e P' considerati separatamente: i quali non sono esprimibili con formole generali, ma possono desumersi rispettivamente dalla caratteristica totale e dalla caratteristica esterna.

Basta naturalmente desumerne uno, giacchè col mezzo di k si ha subito l' altro.

Si può p. es. riferirsi a P', ossia alla potenza utile, rilevandola dalla caratteristica esterna, la quale per ogni punto ce ne dà il valore DI_x, rappresentato per mezzo dell' area del rettangolo costrutto sulla ascissa (I_x) e l' ordinata (D).

§ 163. **Accoppiamento delle dinamo a corrente continua.** — Le dinamo, come le pile, sono suscettive di accoppiamento sia in serie sia in derivazione o in parallelo.

L' accoppiamento in serie di dinamo in serie non offre difficoltà: basta solo aver riguardo alle polarità

e congiungere i poli di nome contrario, come si fa per le coppie delle pile (fig. 91).

Possono le stesse dinamo in serie venire accoppiate anche in parallelo, ma occorrono precauzioni speciali, per impedire il caso che una macchina, entrando in azione prima dell' altra, ne inverta il campo. Chè allora le due macchine verrebbero a trovarsi chiuse l' una sull' altra, e la corrente assumerebbe un' intensità pericolosa per gli avvolgimenti.

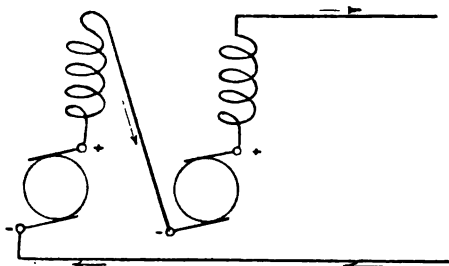



Fig. 91

Si aggiunge perciò (fig. 92) un filo ausiliario, detto *filo di equilibrio*, che riunisce fra loro direttamente le spazzole cui fanno capo le eliche degli induttori, evitando così la possibilità dell' inversione nella polarità di questi ultimi.

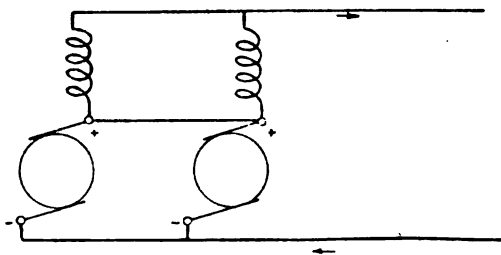



Fig. 92

Similmente può farsi senza difficoltà l' accoppiamento in parallelo di dinamo in derivazione (fig. 93), purchè si abbia l' avvertenza di non procedere alle congiunzioni se non quando le macchine sono in attività, col loro campo pienamente costituito, e portate alla stessa tensione.

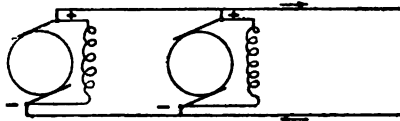



Fig. 93

Invece l' accoppiamento in serie di dinamo in derivazione richiede anch' esso delle precauzioni speciali. Conviene perciò mettere separatamente in serie fra loro tanto le armature quanto le eliche delle elettrocalamite, collegando le estremità dei due sistemi disposti in

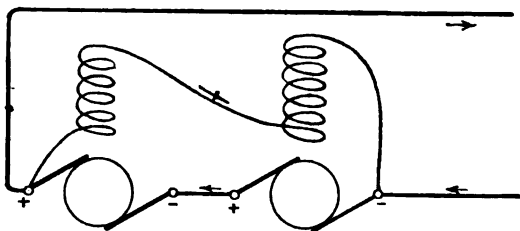



Fig. 94

parallelo ai capi dei conduttori esterni (fig. 94). Senza di ciò l' una macchina potrebbe, entrando in azione prima dell' altra, eccitare questa in senso inverso, e allora le due macchine si neutralizzerebbero reciprocamente.

Anche le dinamo *compound* possono accoppiarsi sia in serie, sia in parallelo.

Nel primo caso si dispongono di seguito gli avvolgimenti dell' eccitazione in serie e quelli delle armature, come se si trattasse di semplici dinamo in serie, mentre gli avvolgimenti dell' eccitazione in derivazione si mettono separatamente in serie fra loro e il loro sistema si mette in parallelo col resto, come se si trattasse di dinamo in derivazione.

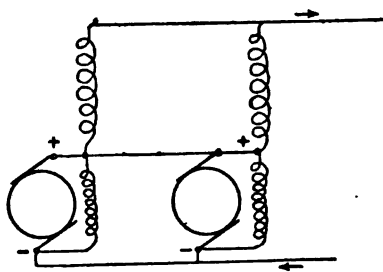



Fig. 95

Nel secondo caso (fig. 95) si procede con l' aiuto del filo di equilibrio, come se si trattasse ancora di dinamo in serie, e poi si collegano alle spazzole, in parallelo colle armature, le eliche dell' eccitazione in derivazione.

CAPITOLO XIII

Dinamo a corrente alternativa

§ 164. **Caratteri generali. - Cenno sui principali tipi.** — Le dinamo a corrente alternativa, che soglionsi designare brevemente col nome di alternatori, sono, per certi rispetti, assai più semplici di quelle a corrente continua.

Qui infatti non c' è bisogno del collettore a segmenti, che è un organo complesso e delicato, e la presa delle correnti si fa semplicemente (fig. 96) per mezzo di lamine o spazzole che si appoggiano sulla periferia di due o più

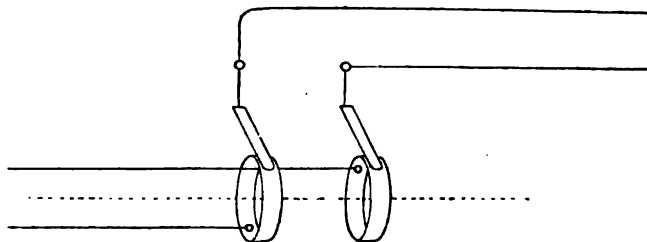



Fig. 96

armille montate sull' asse, cui fanno capo gli estremi del filo indotto o dei conduttori collegati con determinati

punti della armatura; non occorre che l'armatura sia composta di un gran numero di spirali elementari; e non vi è da tener conto delle variazioni dell' eccitazione, perchè questa si fa generalmente in via indipendente per mezzo di una corrente continua data dall'esterno. E anche quando, come accade talvolta, ci si serve di una corrente derivata dalla stessa armatura, questa viene ad essere indipendente dalla corrente alternativa utilizzata nel circuito stesso.

Per altri rispetti invece le loro funzioni appaiono più complesse, in causa dei fenomeni d' autoinduzione combinati colla reazione dell' armatura, come vedremo più avanti.

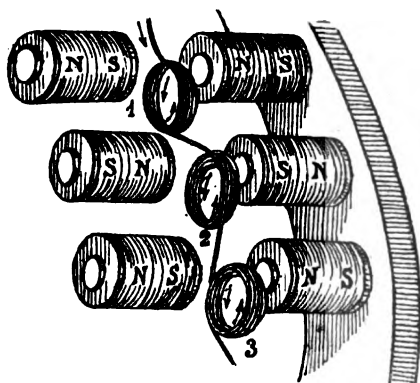



Fig. 97

Per avere correnti alternate di una certa frequenza senza crescere di troppo la velocità di rotazione, gl' induttori sono generalmente multipolari. L' intervallo angolare occupato da ciascuna coppia di poli costituisce allora quel che si chiama il *passo* della macchina.

La fig. 97 ci dà una idea generale di un tipo comune di alternatore con armatura a disco senza ferro.

La fig. 98 dà lo schema di un alternatore con armatura ad anello: l'armatura si compone ordinariamente di tante spirali quanti sono i poli (o le coppie di poli affacciati) collegate in serie con versi alterni (di guisa che le *f. e. m.* indotte nelle spirali consecutive dai poli alterni riescano cospiranti) restando liberi gli estremi

A e *B* della prima e dell' ultima, da cui si fa la presa della corrente.

Il collegamento può farsi anche in parallelo (figura 99), e si preferisce la prima o la seconda disposizione secondo che si tratta di macchine ad alto o a basso potenziale.

Fig. 98

Le fig. 100 e 101 danno lo schema di una macchina con indotto a tàmburo, che (e lo stesso dicasi di quello ad anello) può essere interno od esterno rispetto al sistema degli induttori, come qui si vede. Nel primo caso gli induttori sono fissi e ruota l' armatura, nel secondo caso avviene generalmente il contrario.

Fig. 99

La seconda disposizione si usa specialmente per le macchine di grande potenza.

Fig. 100

Vi sono anche degli alternatori in cui tanto gli avvolgimenti degli induttori, quanto gli

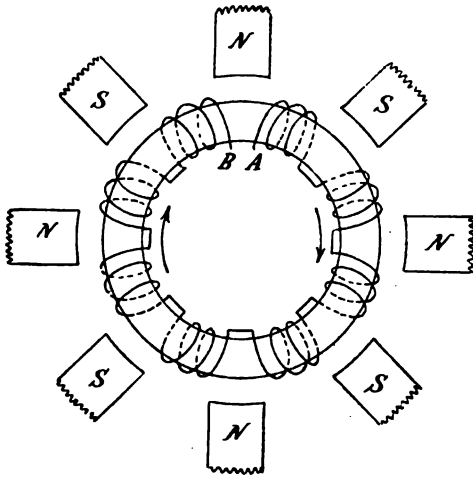
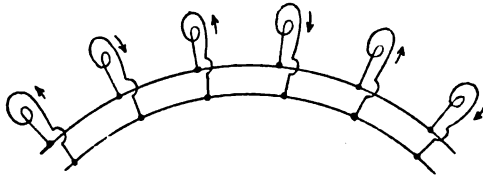
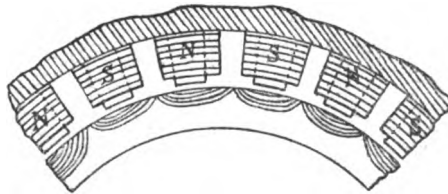
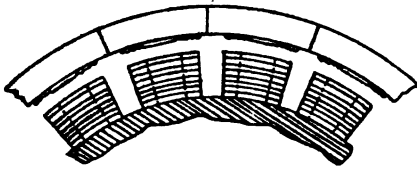



Fig. 101

avvolgimenti indotti sono completamente fissi: muovonsi solamente certe parti in ferro determinando, colle varie posizioni che vengono ad assumere, delle variazioni nella riluttanza dei circuiti magnetici eccitati dalle spirali magnetizzanti, onde si hanno variazioni periodiche di flusso e quindi produzione di *f. e. m.* alternative nelle spirali indotte.

Avendosi p. es. (fig. 102) un' elettrocalamita attivata da una spirale eccitatrice A, con delle spirali B, B

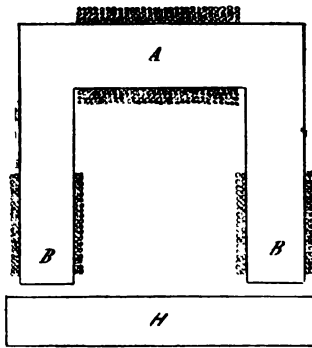



Fig. 102

avvolte sullo stesso nucleo ed un' ancora rotante H che ad ogni mezzo giro venga a passare davanti alle estremità polari, vi sarà ad ogni passaggio un rapido aumento di flusso susseguito da un' eguale diminuzione, e quindi vi sarà in B, B uno sviluppo di *f. e. m.* alternativa.

Gli alternatori fondati su questo principio, che son detti a ***riluttanza variabile***, presentano notevoli vantaggi. Essendo tutti i circuiti fissi ed evitati i contatti striscianti e le parti rotanti di confezione puramente meccanica, è più facile avere ottime condizioni di isolamento, ed inoltre molta stabilità e precisione di struttura che permette di far uso di una grande velocità di rotazione; onde la possibilità di conseguire alti potenziali ed alte frequenze.

Di fronte a questi vantaggi si hanno però anche gravi inconvenienti derivanti dallo sviluppo delle cor-

renti indotte nelle masse di ferro rotanti e dai fenomeni d'isteresi che qui assumono forti proporzioni.

§ 165. **Elementi da cui dipendono le funzioni degli alternatori.** — Le considerazioni fatte per l'addietro sulle correnti alternative ci rendono agevole lo studio delle funzioni di un alternatore.

Riferendoci ad una macchina a eccitazione indipendente, che per semplicità ci figureremo sia bipolare (restando inteso che le cose dette valgono anche per macchine multipolari) e supponendo la legge sinusoidale, possiamo qui applicare direttamente le relazioni esposte colà.

Solo che per ciò che concerne il computo della *f. e. m.* indotta per la rotazione, invece di riferire il flusso alternativo Φ (numero di linee d'induzione magnetica abbracciate complessivamente dalla spirale o dalle spirali di cui si compone l'armatura) ad un campo supposto invariabile, come al § 115, dobbiamo qui tener conto della reazione esercitata dalla corrente che percorre l'armatura. Ciò faremo ponendo

$$\overline{\Phi} = \overline{\Phi}_0 + K\overline{I},$$

dove $\overline{\Phi}_0$ rappresenta il flusso degl'induttori quale sarebbe senza la detta reazione, p. es. a circuito indotto aperto, — che dipende dalla corrente eccitatrice e dalle condizioni del circuito magnetico nel modo altre volte esposto — e $K\overline{I}$ rappresenta la parte dovuta alla reazione, K essendo un coefficiente dipendente alla sua volta dalle condizioni di forma e dimensioni degl'induttori, dagli avvolgimenti, ecc. S'intende che, trattandosi di grandezze alternative, questa equazione va considerata nel solito senso vettoriale.

La *f. e. m.* indotta sarà rappresentata per quanto sappiamo da $-i\omega\overline{\Phi}$, dove ω significa la velocità di

rotazione della macchina (o la velocità stessa moltiplicata per il numero dei passi se la macchina è multipolare). Essa potrà quindi considerarsi come risultante delle due parti $-i\,\omega\,\overline{\Phi}_o$ e $-i\,K\,\omega\,\overline{I}$, di cui la prima, che indicheremo con $\overline{E}$, dipende solo da $\overline{\Phi}_o$, mentre la seconda dipende dalla reazione suddetta.

Confrontando questa seconda parte colla *f. e. m.* antagonista di autoinduzione data da $-i\,L\,\omega\,\overline{I}$, dove L indica il coefficiente di autoinduzione dell' armatura, si vede che essa si presenta con un' espressione della stessa forma e con lo stesso ufficio; e le due possono mettersi insieme considerando una sola *f. e. m.* antagonista corrispondente a $-i\,(L+K)\,\omega\,\overline{I}$. E potremo anche più semplicemente rappresentarle cumulativamente con un solo termine della forma $-i\,L\,\omega\,\overline{I}$ scrivendo L per $L+K$ e riguardando il *nuovo* L come un coefficiente di autoinduzione inteso in senso speciale, in guisa cioè da comprendere in esso anche l' effetto della reazione suddetta dell' armatura.

La questione è così ricondotta al caso semplice di un circuito soggetto ad una *f. e. m.* alternativa $\overline{E}$ indipendente dalla reazione dell' armatura ($\overline{E}=-i\,\omega\,\overline{\Phi}_o$).

Il circuito comprenderà, oltre l' armatura, anche il circuito esterno che potrà per parte sua essere dotato di reattanza positiva e negativa: indicando con S la reattanza totale, costituita dalla parte $L\,\omega$ spettante all' armatura ed intesa come si è detto, e dall' eventuale reattanza esterna, con R la resistenza totale, comprendente anch' essa la resistenza R_a dell' armatura e quella del circuito, infine con $\overline{Z}=R+i\,S$ l' impedenza totale di grandezza $Z=\sqrt{R^2+S^2}$; e supponendo che non vi sieno in circuito altre *f. e. m.* oltre la $\overline{E}$, avremo la equazione della corrente nella solita forma generale

$$\overline{Z}\,\overline{I}=\overline{E}\ :\ \overline{I}=\frac{\overline{E}}{\overline{Z}};$$

e per l' intensità massima I e l' angolo di fase φ si avrà

$$I = \frac{E}{Z}\ ,\ \text{tang}\ \varphi = \frac{S}{R}.$$

L' impedenza totale $\overline{Z}$ risulta dalla somma geometrica dell' impedenza dell' armatura, $\overline{Z}_a$, e dell' impedenza esterna, Z_x: la caduta di potenziale nell' armatura, ossia la *f. c. e. m.* dipendente dall' impedenza $\overline{Z}_a$, è rappresentata da $\overline{Z}_a\,\overline{I}$; e la *f. e. m.* $\overline{E}$ corrisponde alla somma geometrica della predetta *f. c. e. m.* e della differenza di potenziale $\overline{D} = Z_x\,\overline{I}$ ai poli della macchina (fig. 103):

$$\overline{E} = \overline{Z}_a\,\overline{I} + \overline{D};$$

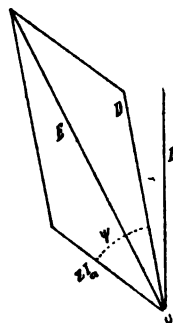
Fig. 103

relazione valevole anche per il caso più generale in cui il circuito ricevitore possa contenere *f. e. m.* proprie che entrino a comporre il valore di $\overline{D}$, e simile a quella studiata al § 124.

Le considerazioni fatte allora sono quindi perfettamente applicabili al caso attuale, e ci permettono di apprezzare gli elementi da cui dipende l' andamento dei fenomeni e in particolare l' influenza della relazione di fase fra $\overline{D}$ ed $\overline{I}$ determinata dalle condizioni del circuito ricevitore.

Per una data macchina, l' impedenza $\overline{Z}_a$ avrà un valore determinato; e se si suppone mantenuta costante la velocità di rotazione e l' eccitazione degl' induttori, anche la grandezza E della *f. e. m.* risulterà determinata e costante. Lo studio delle funzioni dell' alternatore si riduce in tal caso alla considerazione delle variazioni degli altri elementi in dipendenza dalle condizioni del ricevitore.

§ 166. **Caratteristica.** — Dalla fig. 103 si rileva la relazione

$$D^2 + Z^2_a\,I^2 + 2\,D\,Z_a\,I\,\cos\psi = E^2$$

dove ψ indica l' angolo compreso fra le direzioni di $\overline{Z_a I}$ e di $\overline{D}$, uguale alla differenza degli angoli che danno la precedenza di fase di $\overline{Z_a I}$ e di $\overline{D}$ rispetto ad $\overline{I}$.

Dato il valore di Z_a relativo alla macchina che si considera e supposto E costante, questa relazione stabilisce per ogni valore di ψ una dipendenza fra le grandezze (valori massimi) di D e di I, in virtù della quale si possono assegnare i valori di D corrispondenti ai diversi valori di I; e così, prendendo questi per ascisse e quelli per ordinate, e limitandosi alla considerazione dei valori positivi che soli han qui significato, si può costruire una curva che è appunto la *caratteristica* dell' alternatore, e la cui forma, come si vede dall' equazione, si modifica a seconda dei valori dell' angolo ψ.

Prendendo per ascisse invece dei valori di I quelli di $Z_a I$, il che corrisponde a un semplice cangiamento di scala, e indicando con x le ascisse, con y le ordinate rappresentanti come sopra i valori di D, e con a la costante che rappresenta il valore della *f. e. m.* E per una data velocità di rotazione ed una data eccitazione, l' equazione prende la forma

$$x^2 + y^2 + 2\,xy \cos \psi = a^2$$

che permette di rilevare facilmente l' andamento della curva in dipendenza dai valori di ψ.

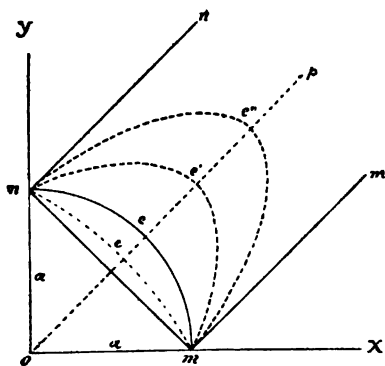



Fig. 104

Per $\psi = o$ ($\cos \psi = 1$) cioè quando le direzioni di $\overline{Z_a I}$ e di $\overline{D}$ coincidono, il primo membro si riduce ad $(x + y)^2$, e quindi l' equazione stessa equivale ad

$$x + y = a$$

la quale corrisponde ad una retta $m\,n$ (fig. 104)

che taglia sugli assi OX ed OY segmenti uguali fra loro ed uguali ad a. Questo mostra che in tal caso il potenziale va decrescendo uniformemente col crescere dell' intensità I, a partire dal valore a per $I = 0$ ($x = 0$) fino al valore zero che si ha per $Z_a I = a$ ($x = a$), ossia per $\dot{I} = \frac{a}{Z_a}$ (corto circuito). — Questo è il caso di un circuito ricevitore induttivo in cui il rapporto fra l' induttanza e la resistenza sia sensibilmente lo stesso che per l' armatura.

Per $\psi = 90°$ ($\cos \psi = o$), l' equazione si riduce a

$$x^2 + y^2 = a^2;$$

e questa corrisponde ad un arco di circolo ncm di raggio a col centro nell' origine O ed avente la retta precedente per corda. Questo caso si presenta come limite per una grandissima reattanza dell' armatura ed un circuito ricevitore privo di reattanza, oppure con un ricevitore avente una reattanza negativa, il cui effetto si aggiunga a quello della reattanza positiva dell' armatura per far si che l' angolo ψ risulti uguale ad un retto: più in generale, quando per una causa qualsivoglia $\overline{D}$ precede $\overline{I}$ di un angolo complementare di quello compreso fra $\overline{I}$ e $\overline{Z_a}\ \overline{I}$. In tal caso per punti di piccola ascissa, ossia per piccoli valori di I, l' ordinata si mantiene sensibilmente costante; invece per valori dell'ascissa vicini al massimo, a piccole variazioni di I corrispondono forti variazioni di D: nella prima condizione la macchina funziona *a potenziale costante*, nella seconda, *a intensità costante*.

Per ψ compreso fra 0° e 90°, cioè nei casi intermedii, che son quelli che d' ordinario si presentano in pratica, si hanno per la caratteristica archi ellittici nem appartenenti ad ellissi il cui asse minore si trova sulla bisettrice Op dell' angolo XOY.

Per ψ maggiore di 90° e compreso fra 90° e 180°, si hanno pure archi ellittici, ma esterni al circolo, cioè appartenenti ad ellissi che hanno sulla predetta bisettrice il loro asse maggiore e che vanno via via allungandosi col crescere di ψ fino a risolversi al limite per $\psi = 180°$ in due rette parallele *nn*, *mm*. Questo è il caso di un alternatore dotato di forte reattanza propria positiva, il quale alimenti un circuito ricevitore che possieda una reattanza negativa o in cui per qualsiasi causa $\overline{D}$ preceda $\overline{I}$.

Senza entrare in particolari, si vede di qui come a seconda delle condizioni del ricevitore si atteggi variamente la relazione fra il potenziale e l' intensità.

Nel caso più semplice in cui non vi ha sviluppo di *f. e. m.* nel ricevitore, il regime viene ad essere determinato dall'impedenza totale $\overline{Z} = \overline{Z}_a + \overline{Z}_x$, ossia da $\overline{Z}_x$, poichè $\overline{Z}_a$ (per una data macchina) è fissa. Si ha allora

$$I = \frac{E}{Z}, \quad D = Z_x I = \frac{Z_x}{Z} E; \quad Z = \sqrt{Z_a^2 + Z_x^2 + 2 Z_a Z_x \cos\psi}$$

le quali ci danno separatamente in funzione di Z_x i valori di I e D pei diversi punti della caratteristica e dalle quali si potrebbe dedurre facilmente l' equazione della caratteristica stessa.

Il valore che si ha per I quando la macchina è chiusa su sè stessa in corto circuito è dato da $\frac{E}{Z_a}$; onde si vede come un valore considerevole di Z_a possa servire a prevenire il pericolo di un' intensità troppo forte per la produzione accidentale di un corto circuito. Ora Z_a può riuscir grande, anche se è piccola la resistenza, per fatto di una grande reattanza, la quale dunque rappresenta un mezzo di difesa contro il pericolo dei corti circuiti. D' altra parte una forte reattanza dell' armatura con un circuito esterno non induttivo e di resistenza relativamente grande (per modo che I sia piccolo rispetto

al valore $\left.\frac{E}{Z_a}\right)$ serve anche, per quanto si è visto, a conseguire prossimamente la regolazione a potenziale costante. E poichè è questo che d' ordinario si esige per l' uso pratico, così si sogliono costruire le macchine con forte reattanza e per una potenza superiore a quella richiesta dal consumo facendole agire in un campo ristretto, cioè con valori di I relativamente piccoli.

§ 167. **Potenza e rendimento. - Accoppiamento.** — Denotando anche qui con P, P' e k, rispettivamente, la potenza elettrica sviluppata nell' armatura a spese di lavoro meccanico, quella emessa ai poli o capi del circuito esterno e il rendimento elettrico dato dal rapporto della seconda alla prima, avremo P espresso dal semiprodotto scalare $\frac{1}{2}\,|\overline{E}\,\overline{I}|$ equivalente al semiprodotto dei valori massimi (o prodotto dei valori efficaci) della *f. e. m.* e dell' intensità nel coseno dell' angolo che rappresenta la relativa differenza di fase, e similmente P' espresso dal semiprodotto scalare $\frac{1}{2}\,|\overline{D}\,\overline{I}|$ e quindi k dal rapporto $\frac{|\overline{D}\,\overline{I}|}{|\overline{E}\,\overline{I}|}$ corrispondente al rapporto delle proiezioni delle rette rappresentative di $\overline{D}$ e di $\overline{E}$ sulla direzione spettante ad $\overline{I}$: e si vede come potenza e rendimento vengano a dipendere essenzialmente dalla relazione di fase.

Servendoci dell' equazione

$$\overline{D} = \overline{E} - \overline{Z}_a\,\overline{I}$$

e tenendo presente la solita regola relativa ai prodotti scalari, abbiamo l' espressione di $P' = \frac{1}{2}\,|\overline{D}\,\overline{I}|$:

$$P' = \frac{1}{2}\,|\overline{E}\,\overline{I}| - \frac{1}{2}\,R_a\,I^2 = P - \frac{1}{2}\,R_a\,I^2,$$

la quale ci dice che la potenza utilizzabile P' corrisponde alla potenza P prodotta nella macchina meno la parte $\frac{1}{2} R_a I^2$ consumata sotto forma di calore.

Sostituendo nella espressione di P e P' i particolari valori di $\bar{I}$, $\bar{D}$ corrispondenti ai diversi stati di regime, si può vedere come varia la potenza e il rendimento in funzione delle condizioni del circuito. Qui ci limiteremo ad osservare che in certe condizioni P può anche diventare negativo, il che vuol dire che la macchina viene ad assorbire potenza elettrica invece di produrne. Ciò non è possibile evidentemente quando non vi siano in circuito altre *f. e. m.* all' infuori della $\bar{E}$; ma se queste *f. e. m.* vi sono, e sono tali che la differenza di fase fra $\bar{E}$ ed $\bar{I}$ ecceda i 90°, allora $\frac{1}{2} |\bar{E} \bar{I}|$ diviene negativo mentre $\frac{1}{2} R_a I^2$ si conserva essenzialmente positivo: onde giusta l'equazione precedente anche P' diviène negativo e in valore assoluto maggiore di P. In questo caso la macchina cessa di funzionare da generatore e si converte in motore, in quanto che viene ad assorbire una certa potenza elettrica P' restituendone una parte P in forma meccanica. Di siffatti motori si tratterà più innanzi.

Veniamo ora a dire brevemente dell'*accoppiamento degli alternatori* supponendo sempre che si parli di macchine a eccitazione indipendente. Per potere accoppiare due macchine siffatte occorre in primo luogo che le frequenze siano uguali e poi, che all' atto in cui si stabiliscono le comunicazioni le *f. e. m.* siano in concordanza di fase; ed inoltre, per conseguire l' andamento stabile, l' accoppiamento non può farsi che *in parallelo*. Di ciò possiamo renderci ragione come segue.

Suppongansi due macchine di *f. e. m.* $\bar{E}'$ ed $\bar{E}''$ messe in serie in un medesimo circuito in un istante in cui le

fasi coincidano: ne risulterà una *f. e. m.* $\bar{E} = \bar{E}' + \bar{E}''$.
Se ora per qualsiasi causa intervenga una diminuzione momentanea della velocità di una delle due macchine, per es. della seconda, di guisa che $\bar{E}''$ subisca un ritardo di fase per quanto piccolo, si può vedere facilmente che esso tende a crescere sino a diventare di 180°. Infatti l' intensità $\bar{I}$ dipendendo dalla *f. e. m.* risultante $\bar{E}$, non risente che in parte il ritardo di fase della $\bar{E}''$; e poichè essa dapprima — per la reattanza del circuito che qui (escludendo il caso d' inserzione di condensatori) è essenzialmente positiva e non può essere nulla — si trova in ritardo rispetto ad $\bar{E}''$, lo spostamento di fase di quest' ultima avrà per effetto immediato una diminuzione della differenza di fase fra essa e la $\bar{I}$ e però un aumento del valore di $\frac{1}{2} |\bar{E}'' \bar{I}|$ e quindi del lavoro occorrente a far ruotare la macchina. Questa tenderà dunque a rallentare maggiormente, onde crescerà ancora il ritardo di fase della $\bar{E}''$, e così via via fino a che le due macchine vengano a trovarsi in opposizione.

Ma allora le macchine non sono più in serie, bensì si trovano in parallelo rispetto a un qualunque conduttore che faccia capo ai due fili cui sono uniti i loro poli. E si vede che per gli alternatori solo questo modo di accoppiamento è stabile. Ciò del resto apparirà anche meglio da quanto si dirà in seguito circa le funzioni degli alternatori impiegati come motori.

§ 168. **Alternatori polifasi.** — Chiamansi *alternatori polifasi* le dinamo atte a dare un sistema polifase di correnti alternate.

Noi vedemmo già (§ 145) come da un' armatura simmetrica chiusa si possa derivare un sistema di correnti polifasi. Ma anche prendendo le mosse da un alternatore ordinario ad armatura aperta, si vede subito come si venga ad un alternatore polifase. Basta infatti

duplicare, triplicare, ecc. il numero delle spirali riunendole in gruppi simmetrici uguali e distinti, di cui ciascuno per sè dia una corrente alternativa propria, e disposti in guisa che ciascun gruppo venga al posto del precedente dopo una frazione di giro corrispondente rispettivamente ad $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, ecc. del passo della macchina: è chiaro che nel primo caso avremo due correnti alternative costituenti un sistema bifase, nel secondo tre correnti costituenti un sistema trifase, e così di seguito.

Se le estremità di ciascun gruppo fan capo a due armille distinte, si hanno così dei sistemi polifasi con circuiti indipendenti; ma si possono anche disporre le comunicazioni in modo da avere dei sistemi collegati con collegamento aperto o collegamento chiuso (§ 142).

Per es. nel caso di tre gruppi di spirali, se si uniscono insieme tre estremità corrispondenti e si mettono in relazione le altre tre estremità con tre armille, si ha il collegamento aperto o a stella (fig. 65_a, pag. 382), se invece si dispongono i tre gruppi in serie e si mettono in relazione con tre armille i punti di giunzione, si ha il collegamento chiuso o a triangolo (fig. 65_b, pag. 383).

Gli alternatori polifasi hanno rispetto agli alternatori semplici o *monofasi* il vantaggio di essere *bilanciati* (§ 143), che è importante dal lato meccanico; ed inoltre, grazie alla disposizione simmetrica degli avvolgimenti, si utilizza meglio per questi lo spazio disponibile sull'armatura e quindi si utilizza meglio il flusso d'induzione: talchè, a parità di dimensioni, si consegue in generale una maggiore potenza.

CAPITOLO XIV

Motori elettrici a corrente continua

§ 169. **Generalità sui motori a corrente continua.** — Le funzioni delle dinamo in generale, e in particolare quelle delle dinamo a corrente continua, sono essenzialmente *reversibili*: vale a dire che una stessa macchina può funzionare sia come generatrice di corrente a spese di lavoro meccanico, sia reciprocamente come produttrice di lavoro meccanicó a spese di una corrente fornita dall'esterno. In questo caso essa diviene un motore elettrico.

E in generale i motori elettrici a corrente continua non sono che dinamo a funzioni invertite, per quanto la forma e la struttura possano variare in corrispondenza col loro ufficio.

La corrente alimentatrice può essere fornita da un'altra dinamo, nel qual caso il lavoro del motore si presenta come una *restituzione* di parte di quello somministrato alla dinamo, oppure data da un generatore di altra specie, per es. da una pila o da una batteria di accumulatori.

Alle pile propriamente dette non si suol ricorrere che in qualche caso speciale per comodità, quando si

tratti di piccoli lavori e bastino poche coppie ad attivare il motore, evitandosi le complicazioni e le spese di altri impianti.

Notiamo che qui s' intende limitato il significato di motore escludendo la numerosa classe delle macchine elettromagnetiche in cui la corrente serve alla produzione di movimenti speciali, come regolatori elettrici, avvisatori, apparecchi registratori, ecc., dove non è quistione di rendimento meccanico, ma di speciali ufficii ed attitudini.

In una dinamo in attività la corrente determina un' azione meccanica fra l' armatura ed il campo magnetico; onde risulta una *coppia resistente*, contro la quale si consuma il lavoro meccanico impresso alla dinamo compensando il lavoro elettrico sviluppato.

Quando invece la macchina stessa funziona da motore, attivata da una corrente fornita da un altro generatore, vi ha ancora la stessa azione meccanica fra l' armatura percorsa dalla corrente ed il campo; ma qui quest' azione comanda lei il movimento, onde la coppia, anzichè resistente, è coppia *motrice*: e la *f. e. m.* indotta nell' armatura si svolge qui in senso contrario al verso della corrente, contrapponendosi come *f. e. m.* antagonista a quella della sorgente esterna; e vi ha quindi assorbimento di lavoro elettrico in compenso del lavoro meccanico sviluppato.

Per un *dato verso della corrente nell' armatura*, il verso della rotazione, per la macchina funzionante da motore, è *contrario* a quello che si ha per la stessa quando funge da generatrice; mentre per un *dato verso della rotazione*, è la corrente che s' inverte passando dall' un caso all' altro: questo, ben inteso, nell' ipotesi che la direzione del campo rimanga nei due casi la stessa.

Si è visto come la direzione della linea neutra, che determina la posizione del diametro di commutazione, per effetto della reazione dell' armatura venga a subire

una variazione che, se la macchina funziona da generatrice, corrisponde ad uno spostamento *in avanti* nel senso del movimento; ed ora s' intende come, nella macchina adoperata come motore, la variazione stessa ha pur luogo, ma corrisponde, rispetto alla rotazione, ad uno spostamento *all' indietro.*

Una dinamo è atta a funzionare da motore qualunque sia il modo di eccitazione del campo.

Nelle macchine a campo indipendente (campo permanente o prodotto con eccitazione indipendente) invertendo la corrente alimentatrice si cangia il verso della rotazione, mentre nelle macchine a eccitazione propria (tanto in serie quanto in derivazione) ciò non accade, perchè insieme col verso della corrente nell' armatura s' inverte anche il campo.

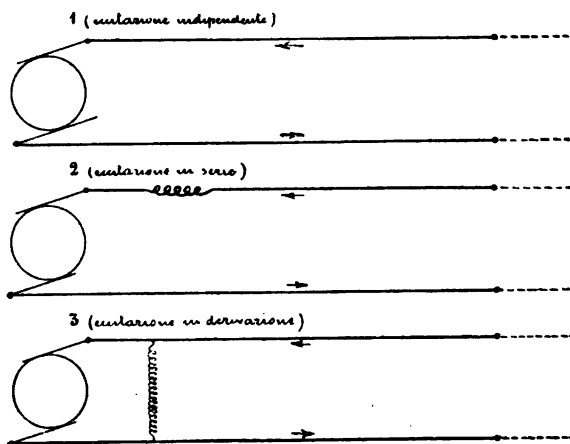



Fig. 105

Nelle macchine in serie, come in quelle a eccitazione i ndipendente, il senso della rotazione dell' armatura, per una data direzione della corrente *esterna*, è diverso secondo che la macchina funziona da dinamo o da motore, mentre nelle macchine in derivazione rimane lo stesso, perchè in queste ad una medesima direzione

esterna corrispondono, nel ramo derivato delle elettrocalamite, direzioni opposte secondo che la corrente proviene dall' armatura (dinamo) o dall' esterno (motore).

Tutto ciò appare chiaramente dagli schemi 1, 2, 3 della fig. 105 (pag. 465).

Indicando con E la *f. e. m.* antagonista sviluppata nell' armatura della macchina funzionante da motore, con I_a l' intensità della corrente immessa nell' armatura, con D la differenza di potenziale ai poli, con I l' intensità della corrente esterna; con P, P' e k, rispettivamente, la potenza elettrica assorbita, la potenza meccanica sviluppata ed il coefficiente di rendimento:

$$P = D I, \ P' = E I_a, \ k = \frac{E I_a}{D I},$$

con z e ω la coppia motrice sviluppata nell' armatura e la velocità di rotazione ($z\omega = P'$), e ponendo per brevità $\theta = \frac{n}{2\pi \, 10^8}$, si avrà (§ 156) $E = \theta\omega\Phi$, e quindi

$$P' = \theta\omega\Phi I_a, \ z = \theta\Phi I_a, \ k = \frac{\theta\omega\Phi I_a}{D I},$$

dove Φ indica il solito flusso magnetico.

Queste relazioni valgono in tutti i casi.

Oltre di esse si avranno le solite equazioni relative ai circuiti; e vi sarà poi da tener conto delle proprietà e attitudini delle macchine, come quando esse fungono da dinamo, e delle condizioni di alimentazione.

Si hanno così gli elementi per la discussione delle proprietà funzionali dei motori a corrente continua.

§ 170. **Studio preliminare sui motori a campo indipendente.** — Qui ci limiteremo a brevi cenni incominciando dai motori *a campo indipendente,* sebbene poco usati nella pratica industriale, perchè per la maggior semplicità meglio si prestano ad una esposizione precisa, e dopo riesce facile intendere le funzioni anche degli altri.

Si ha per questi:

$$I_a = I, \; D = E + \rho I,$$

I essendo la corrente immessa e ρ la resistenza per tutto ciò che è compreso fra i punti cui si riferisce D (armatura, fili di unione, reostata, ecc.). Inoltre, se prescindiamo dalla reazione dell'armatura, sarà Φ costante e quindi E semplicemente proporzionale ad ω, z ad I, P' ad ωI.

Fra z ed ω si avrà la relazione

$$\rho z + \theta^2 \Phi^2 \omega = \theta \Phi D$$

che si desume dall'equazione $z = \theta \Phi I_a$, che dà in generale il valore della coppia z, ponendovi

$$I_a = I = \frac{D - E}{\rho} = \frac{D - \theta \omega \Phi}{\rho}.$$

Nel caso di alimentazione *a intensità costante*, la coppia z si mantiene costante; e quindi, se il carico è superiore o uguale a z, il motore non entra in funzione; ma sì, se è inferiore, ed allora il moto va via via accelerandosi fino a che le resistenze passive non compensino la differenza.

La potenza P' cresce proporzionalmente ad ω, la differenza $D - E$ resta costante, e perciò la differenza D di potenziale occorrente cresce di conserva con E, ossia proporzionalmente ad ω; ed essendo $\frac{D - E}{D} = 1 - k$, si vede che $1 - k$ va decrescendo al crescere di ω, e quindi k va crescendo e tende all'unità per valori grandissimi di ω.

Nel caso di alimentazione *a potenziale D costante,* che è praticamente il più importante, l'intensità $I = \frac{D - E}{\rho}$ e la coppia z che hanno il loro massimo per $\omega = o$ $\left(I_o = \frac{D}{\rho}, \; z_o = \frac{\theta \Phi D}{\rho}\right)$ decrescono al crescere di ω per l'aumento progressivo della *f. e. m.* antagonista $E = \theta \omega \Phi$,

il rendimento $k = \frac{E}{D}$ va sempre crescendo a partire da zero fino al suo valor limite 1 che raggiunge per $E = D$ ossia $\omega = \frac{D}{\theta \Phi}$, mentre l'intensità I si riduce a zero.

La potenza P' è data da

$$P' = EI = E \frac{D - E}{\rho} = \frac{D^2}{\rho} k (1 - k),$$

poichè $E = kD$. Essa cresce dapprima con k, e quindi con ω, partendo da zero fino a raggiungere per $k = \frac{1}{2}$ il suo valor massimo $\frac{D^2}{4\rho}$, per poi decrescere riducendosi di nuovo a zero per $k = 1$.

Diagramma. — Tali relazioni possono ricevere una illustrazione grafica semplicissima.

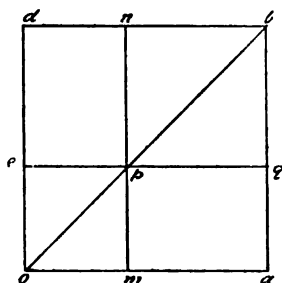
Costruiscasi un quadrato di lato $od = D$ (fig. 106) con la diagonale ob, prendasi $oe = E$, conducasi eq normale a od, e pel punto p d'incontro colla diagonale si tiri mn parallela a od: l'area del rettangolo $mnba$, data da

Fig. 106

$$mn \times ma = od \times ed = D(D - E),$$

divisa per ρ, rappresenta la potenza impressa $P = DI$; similmente l'area del rettangolo $mpqa$ data da

$$mp \times ma = oe \times ed = E(D - E),$$

divisa pure per ρ, rappresenta la potenza restituita P'; il rapporto $\frac{oe}{od}$, che è uguale al rapporto delle aree corrispondenti, rappresenta il

rendimento k. E si vede come, col muoversi di e sulla od a partire da o, ossia col crescere di E in conseguenza del crescere di ω, il rapporto $\frac{oe}{od} = k$ vada sempre crescendo fino a ridursi uguale a 1 quando e raggiunge d; mentre l' area del rettangolo $mpqa$, che divisa per ρ dà il valore di P', cresce dapprima, raggiunge un massimo quando e è al mezzo di od $\left(k = \frac{1}{2}\right)$, p al mezzo della diagonale ob e il rettangolo è ridotto ad un quadrato uguale a un quarto del quadrato totale, e poi decresce fino a ridursi di nuovo a zero quando e giunge in d.

Una proprietà che importa notare consiste nella facoltà di adattamento, in virtù della quale il motore si regola da sè a seconda del carico, che vien messa in rilievo dalla relazione generale ($\rho z + \theta^2 \Phi^2 \omega = \theta \Phi D$) trovata di sopra per esprimere la dipendenza fra la coppia z e la velocità ω.

§ 171. **Caratteristica meccanica.** — Tradotta graficamente, prendendo i valori di z per ascisse e quelli di ω per ordinate, una relazione siffatta ci dà la *caratteristica meccanica* del motore che fa riscontro alla caratteristica esterna di una dinamo, in quanto che, come quest' ultima mette in relazione i due fattori della potenza elettrica estrinsecata ($P' = D I_x$), così quella mette in relazione i due fattori della potenza meccanica ($P' = \omega z$), la coppia z del motore venendo a corrispondere alla intensità della corrente esterna (carico) e la velocità ω alla tensione o differenza di potenziale ai poli della dinamo.

Nel caso di I costante, essendo z costante, la caratteristica meccanica si riduce ad una retta parallela all' asse delle ω, mentre nel caso di D costante, essa si riduce

ad una linea retta *mn* (fig. 107) che taglia sull' asse delle z e delle ω rispettivamente $om = \frac{\theta \Phi D}{\rho}$ ed $on = \frac{D}{\theta \Phi}$ e la cui inclinazione α rispetto al primo asse è definita da

$$\text{tang } \alpha = \frac{on}{om} = \frac{\rho}{\theta^2 \Phi^2}.$$

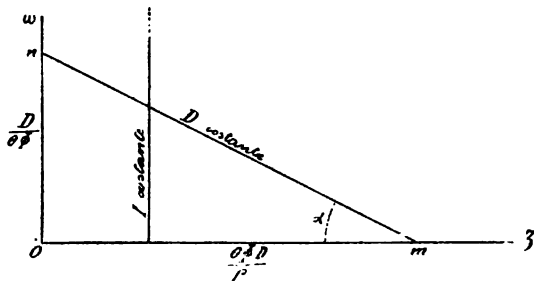



Fig. 107

Il tratto *om* rappresenta il valore di z_0 che si ha per $\omega = o$, ossia la coppia iniziale o di avviamento, la quale si sviluppa all' atto in cui il motore vien messo in circuito e che, come già fu notato e come si vede dalla figura, corrisponde al massimo di z.

Supponendo che si abbia un carico z' inferiore a z_0, il motore accelera il suo movimento e z decresce, e così si procede fino a che ω abbia raggiunto il valore per cui sia $z = z'$ (intendendo incluse in z' anche le resistenze passive) con che si ha lo stato di regime: se $z' = o$, ossia non vi è carico apprezzabile, l' acceleramento prosegue fino al massimo valore di ω rappresentato dal tratto *on*.

Sul valore di *om* e sull' inclinazione α influisce essenzialmente il valore della resistenza ρ.

Se questa è molto piccola, la coppia iniziale sarà molto forte (per la grande intensità che ha in principio la corrente, quando non vi è l' azione antagonista della E), e potrà occorrere di doverla moderare mediante l' inser-

zione di una resistenza ausiliaria (resistenza di *avviamento*) che si toglie di poi.

In questo caso l'inclinazione della mn risulterà molto piccola, vale a dire che la velocità varierà molto lentamente al variare del carico.

La parte utile della caratteristica si ridurrà alla parte superiore e sarà rappresentata da un tratto di retta pressochè orizzontale condotto a partire da n: si avrà così sensibilmente la regolazione *per velocità costante;* vale a dire che un motore siffatto alimentato a potenziale costante funziona a velocità sensibilmente costante per qualunque carico, appunto come, viceversa, la stessa macchina agendo da dinamo ed attivata a velocità costante, funzionerebbe a potenziale sensibilmente costante per qualunque carico (valore della corrente esterna).

Se invece la resistenza ρ è grande, il tratto om sarà relativamente piccolo, ossia sarà grande on, la caratteristica diverrà quasi verticale e la parte utile sarà la inferiore: la coppia z decrescerà lentamente al crescere di ω e, inversamente, ω crescerà rapidamente col diminuire del carico.

Se quindi, per una causa qualsiasi, il carico viene a mancare o a discendere al di sotto di un certo limite, e se le resistenze passive non rappresentano un freno sufficiente, la macchina prendendo un' andatura precipitosa rischierebbe di guastarsi.

Per evitar ciò la si provvede di un interruttore automatico della corrente, che entra in azione quando la velocità oltrepassa un certo limite.

Nel caso che l'alimentazione sia fatta per mezzo di un generatore di *f. e. m.* costante E_1, nel cui circuito sia inserito il motore, non si ha che sostituire E_1 a D e porre per ρ la resistenza dell' intero circuito comprendente il generatore, il motore e la linea doppia che li congiunge.

Le equazioni rimangono quindi le stesse, ma il caso può essere effettivamente diverso.

Infatti l' alimentazione per D costante si riferisce d' ordinario alle distribuzioni di energia elettrica a potenziale costante in cui i motori, come in generale i ricevitori di qualunque specie, sono alimentati tutti insieme in parallelo mediante correnti derivate dai conduttori maestri.

§ 172. **Trasporto di energia.** — Invece l' alimentazione a mezzo di un generatore con linea propria si riferisce al trasporto del lavoro a distanza, dove il motore restituisce all' estremità della linea una parte della potenza meccanica assorbita al principio della linea stessa dal generatore, e dove interviene come elemento essenziale la resistenza della linea, che entra per la maggior parte a comporre la resistenza complessiva ρ. E per mezzo di essa interviene quindi la distanza fra le due stazioni, dalla quale vengono così a dipendere le condizioni del trasporto.

A questo proposito noteremo che la precedente espressione di P', che ponendo E_1 per D prende la forma $P' = \frac{E_1^2}{\rho} k\ (1 - k)$, ci dice che disponendo del valore di E_1 si potrebbe trasportare una qualunque quantità P' di lavoro con quel rendimento k che si vuole ed a quella distanza che si vuole (cioè con quel valore di ρ che si vuole), bastando per questo prendere

$$E_1 = \sqrt{\frac{\rho P'}{k(1 - k)}}.$$

Se non che in realtà conviene tener conto del limite pratico imposto alla tensione dalla natura degli apparecchi e dalle condizioni di isolamento e di sicurezza.

Ora le macchine a corrente continua col loro collettore sezionato mal si prestano alle alte tensioni e quindi al trasporto di energia a grandi distanze, e sono per questo rispetto molto inferiori alle macchine a cor-

rente alternativa, del cui uso come motori si farà cenno tra poco.

A parte ciò, tutte le considerazioni precedenti, e in particolare quelle che riguardano la dipendenza fra z ed ω ed il modo con cui variano k e P', sono applicabili anche al caso presente.

§ 173. **Motori in serie.** — Valgono per questi le stesse relazioni trovate per i motori ad eccitazione indipendente, con questa differenza, che Φ qui non è più costante e dipende da I secondo la legge di eccitazione già studiata per l' addietro.

Per una somministrazione a intensità costante tutto rimane invariato.

Per D costante, si ha a fermo ($\omega = o$) $I_0 = \frac{D}{\rho}$, $\Phi = \Phi_0$, $z = z_0 = \frac{\theta \Phi_0 D}{\rho}$, dove in ρ è compresa ora anche la resistenza delle spirali degl' induttori: I_0, Φ_0, z_0 rappresentano i valori massimi di I, Φ e z, i quali possono regolarsi mediante un reostata che permetta di includere in ρ una resistenza variabile (resistenza di avviamento).

I valori di E, P', k sono nulli per $\omega = o$.

A partire da questo punto crescono sempre come sopra, al crescere di ω, i valori di E e k, decrescono I e z; e P' cresce dapprima con k fino a $k = \frac{1}{2}$ per poi decrescere, giusta l' equazione $P' = \frac{D^2}{\rho} k (1 - k)$.

Ma tutto questo avviene qui meno rapidamente per la diminuzione di Φ che accompagna quella di I, cosicchè la condizione $E = D$, $k = 1$, $z = 0$, per il tendere di Φ a zero, non si raggiungerebbe che per ω infinito: e la forma della caratteristica per D costante, l' equazione restando ancora quella di sopra ($\rho z + \theta^2 \Phi^2 \omega = \theta \Phi D$),

si modifica com' è indicato nella fig. 108 corrispondente della fig. 107 (pag. 470).

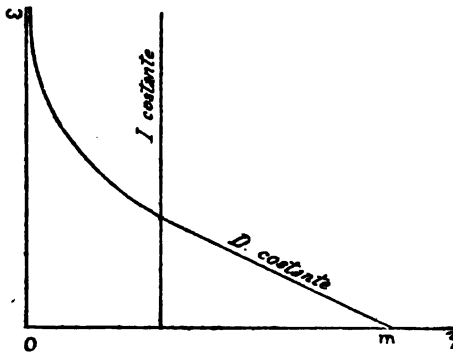



Fig. 108

Dietro tutto ciò possiamo farci una idea sufficiente delle proprietà dei motori in serie.

In essi la coppia z dipende solo dall' intensità I.

Alimentati a intensità costante, danno quindi una coppia costante. Alimentati a potenziale costante, possono sviluppare una forte coppia iniziale z_0 regolabile: se il carico z' è mantenuto costante, la velocità si aggiusta da sè in modo che l' intensità I prenda il valore corrispondente a z', e poichè d' altra parte I dipende dalla resistenza ρ, ne viene che, per un dato valore del carico, il valore assunto dalla velocità dipende anch' esso da ρ, onde si ha il mezzo di regolare la velocità facendo variare ρ mediante un reostata; se al contrario il carico è variabile, sempre supponendo l' alimentazione a potenziale costante, la velocità viene anch' essa a variare; e l' inconveniente principale dei motori in serie è appunto questo, che la velocità è molto affetta dalle variazioni di carico anche quando ρ è assai piccolo (il che è già assai difficile a conseguire entrando a far parte di ρ le spirali degl' induttori).

Infatti dall' equazione $\omega = \dfrac{D - \rho I}{\theta \Phi}$ (che si deduce dall' equazione $D = E + \rho I$ ponendovi $E = \theta \omega \Phi$ e risolvendo rispetto ad ω) si vede che p. es. un aumento di carico, per l' aumento di I che esso determina ($z = \theta \Phi I$), induce una diminuzione di ω cui concorrono allo stesso tempo e la diminuzione del numeratore

e l' aumento del denominatore, in quanto che Φ cresce insieme con I.

Quando invece un motore in serie si trovi inserito nel circuito di un' altra macchina della stessa specie funzionante da generatore, come in un trasporto di energia, supponendo il generatore mantenuto a velocità costante, anche il motore funzionerà a velocità approssimativamente costante, comunque varii il carico.

Questo si dimostra facilmente riferendosi all' equazione $E_1 - E = \rho I$. Variando il carico, varierà in corrispondenza il valore di I e con esso varierà pressochè proporzionalmente il flusso Φ sia dell' una che dell' altra macchina (qualora gl' induttori, come è qui ordinariamente il caso, siano lontani dalla saturazione), e col flusso verranno a variare allo stesso modo, a parità di velocità, anche le *f. e. m.* E_1 ed E. Onde si vede che la precedente equazione risulterà ancora prossimamente soddisfatta per gli stessi valori della velocità, il nuovo regime essendo conseguito pel solo effetto della variata eccitazione.

Quando non si possa ammettere, come sopra, la proporzionalità del flusso all' intensità I, si potrà fare tuttavia che l' equazione sia soddisfatta regolando convenientemente la corrispondenza fra le caratteristiche delle due macchine.

§ 174. **Motori in derivazione.** — Si ha per questi, colle solite notazioni:

$$r_a I_a + E = r_m I_m = D, \quad I_a + I_m = I.$$

Le resistenze r_a e r_m si suppongono regolabili ciascuna con un proprio reostata; e considerando la parte spettante propriamente all' armatura e alle spirali degli induttori, r_a è in generale assai piccolo di fronte ad r_m. Nell' espressione $E = 6\,\omega\,\Phi$ della *f. e. m.* Φ dipende ora da I_m.

I motori di questa specie mal si prestano per l'alimentazione a intensità I costante. Infatti a fermo e per piccoli valori di ω la corrente I_m, per la piccolezza del rapporto $\frac{r_a}{r_m}$, è una piccola frazione di I, e quindi Φ e la coppia z risultano assai deboli. Poi, al crescere di ω, la *f. e. m.* antagonista E sviluppandosi fa decrescere I_a e crescere $I_m = I - I_a$ e con essa il flusso Φ ed il valore di $D = r_m I_m$; e così procedendo si arriva al punto che tutta la corrente I passa nelle eliche delle elettrocalamite, nel qual caso Φ raggiunge il suo massimo e $D = r_m I$. Quanto alla coppia $z = \theta \Phi I_a$, essa dapprima va crescendo (poichè l'aumento di Φ prevale sulla diminuzione di I_a) e poi a un certo punto prende a decrescere riducendosi a zero insieme con I_a.

Nel primo intervallo, dove z è crescente, il motore non può usarsi: perchè si ha in generale che *le funzioni di un motore sono instabili quando* z *cresce con* ω.

Infatti ad ogni eventuale aumento del carico z che rallenti il moto corrisponde in tal caso una diminuzione di z che determina una ulteriore diminuzione di velocità; onde il moto ritarda sempre più.

Nel secondo intervallo poi le condizioni del motore sono sfavorevoli per altri rispetti. Poichè la maggior parte della corrente I dovrebbe passare nelle spirali degli induttori, ed anche ammesso che le spirali potessero sopportarla senza troppo riscaldarsi, occorrerebbe impiegare una differenza di potenziale molto elevata, ed il rendimento $k = \frac{E I_a}{D I}$ per la piccolezza del rapporto $I_a : I$ risulterebbe necessariamente basso.

Invece i motori in derivazione si prestano assai bene per l'alimentazione a potenziale costante. In questo caso $I_m = \frac{D}{r_m}$ rimane costante e quindi anche Φ si mantiene costante (prescindendo dalla reazione dell'armatura).

Siamo pertanto nelle condizioni dei motori a eccitazione indipendente, con la sola differenza che qui I_a differisce da I per la parte I_m che serve all' eccitazione: onde nell' espressione del rendimento $k = \frac{E}{D} \frac{I_a}{I}$ comparisce il fattore $\frac{I_a}{I} = \frac{I_a}{I_a + I_m}$, il quale in generale per la relativa piccolezza di I_m si mantiene poco diverso da 1 fin verso il termine, dove invece, per il tendere di E a D, I_a tende a zero e con esso tende a zero il rapporto $\frac{I_a}{I}$. Ciò fa sì che k non cresce fino alla fine come nelle macchine a eccitazione indipendente, raggiungendo il limite 1, ma si arresta un poco prima e poi prende a decrescere riducendosi a zero quando $E = D$.

La potenza P':

$$P' = E I_a = E \frac{D - E}{r_a} = \frac{D^2}{r_a} \frac{E}{D}\left(1 - \frac{E}{D}\right)$$

ha come sopra il suo massimo per $\frac{E}{D} = \frac{1}{2}$, che però non risponde più a $k = \frac{1}{2}$ ma precede di un poco, perchè k è minore di $\frac{E}{D}$ e quindi il massimo ha luogo per $k < \frac{1}{2}$. Ma queste varianti non affettano sensibilmente il campo pratico d' azione del motore che naturalmente non si spinge verso l' estremo dove la coppia z tende a zero. Ne segue che le proprietà dei motori in derivazione alimentati a potenziale costante si accostano a quelle che nelle stesse condizioni di alimentazione presentano i motori a eccitazione indipendente.

Confrontati coi motori in serie, risultano inferiori ad essi per ciò che riguarda il valore disponibile della coppia iniziale z_0 che qui è minore (perchè il campo Φ

qui dipende da I_m ed è fisso, mentre là dipendeva da I che per $\omega = 0$ ha il massimo valore I_0) e del resto si regola similmente regolando l' intensità I_a mediante una resistenza variabile di avviamento; ma sono superiori per altri rispetti.

E in particolare sono superiori per ciò che la velocità si mantiene in essi pressochè costante e indipendente dal carico, come si può vedere ricorrendo ancora all' espressione di ω, che qui prende la forma $\omega = \frac{D - r_a I_a}{\theta \Phi}$, e notando che qui le variazioni di I_a dovute alle variazioni di carico, mentre da un lato per la piccolezza di r_a non affettano che di poco il numeratore, per l' influenza esercitata sopra Φ dalla reazione dell' armatura producono una variazione del denominatore che compensa in parte quella del numeratore. Così p. es. un aumento di I_a fa decrescere il numeratore e al tempo stesso, per la reazione dell' armatura, fa decrescere anche Φ al denominatore.

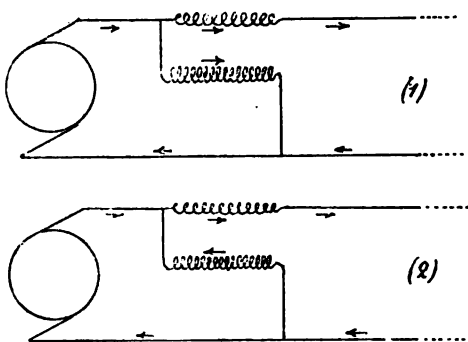
Anche senza alcun carico la velocità conservasi limitata, perchè presto si raggiunge il punto in cui la coppia z si annulla. La caratteristica si riduce sensibilmente ad una retta pochissimo inclinata.

In conclusione, si vede che i motori in derivazione sono specialmente adatti per quei casi in cui si richiede un funzionamento a velocità costante indipendentemente dal carico e per le distribuzioni a potenziale costante.

§ 175. **Motori compound.** — Partecipano delle proprietà dei motori in serie e di quelli in derivazione, e possono servire, proporzionando convenientemente i due avvolgimenti, a soddisfare a certe speciali esigenze; per esempio, a conseguire la costanza della velocità sotto diversi carichi coll' alimentazione a potenziale costante più perfettamente ed entro limiti più estesi di quello

che si possa fare coi motori in derivazione semplice; a conseguire una forte coppia iniziale senza avere un' eccessiva variabilità di velocità come nei motori in serie, e così via: al qual riguardo giova tener presente che sé le connessioni dei due avvolgimenti sono tali che gli effetti magnetici riescano cospiranti quando la macchina funge da dinamo (fig. 109, (1)), gli effetti stessi saranno opposti quando funge da motore (fig. 109, (2)) e viceversa.

Fig. 109

Si è visto che nelle macchine in derivazione alimentate a potenziale costante la reazione dell' armatura, indebolendo il flusso Φ quando in seguito ad un aumento di carico cresce la corrente I_a, contribuisce a diminuire la variazione della velocità; e s' intende ora come lo stesso effetto possa ottenersi più efficacemente e completamente mediante l' aggiunta di un avvolgimento in serie, convenientemente calcolato, la cui azione magnetica crescente con I_a si svolge in senso contrario a quella dell' avvolgimento in derivazione cui spetta la prevalenza nella costituzione del campo.

Lo stesso avvolgimento in serie, quando la macchina funge da dinamo, ha un' azione cospirante con quella dell' altro avvolgimento e contribuisce a mantenere la costanza del potenziale, se costante è la velocità di rotazione: il che è conforme al principio di reversibilità.

Questa disposizione ha però l' inconveniente di indebolire la coppia iniziale rendendo più difficile l' avviamento sotto carico. Potrà quindi convenire di inserire

l'avvolgimento in serie solo dopo che il motore è avviato o anche di servirsene nel periodo dell'avviamento con le connessioni invertite; nel qual caso esso avrà un'azione cospirante e contribuirà a dare una forte coppia iniziale.

Se poi si mantengono le connessioni a questo secondo modo anche in seguito, si avrà un motore dotato di forte coppia iniziale, il quale pur non avendo più la piena costanza della velocità, avrà tuttavia un grado di variabilità molto minore di un semplice motore in serie.

CAPITOLO XV

Motori a correnti alternative

§ 176. **Generalità - Motori sincroni.** — Nelle dinamo a corrente continua, in serie o in derivazione, funzionanti da motore, la inversione della corrente non cangia, come fu avvertito, il senso della coppia motrice: onde risulta la possibilità di alimentare tali macchine mediante correnti alternative. Se non che un tal genere di motori a correnti alternative, per ragioni facili ad intendersi, presenta troppo gravi inconvenienti. Lasciando da parte le correnti di Foucault, cui si può in una certa misura ovviare dando ai nuclei degl'induttori struttura laminare, e le perdite per isteresi, vi è l'inconveniente della forte reattanza dovuta all'autoinduzione, che paralizza in certo modo l'azione riducendo di molto l'intensità della corrente e provoca inoltre una produzione dannosa di scintille ai collettori.

Ma vi sono altre specie di motori a correnti alternative la cui azione si svolge in condizioni migliori.

È questo un campo assai vario e complesso; e una trattazione esauriente dell'argomento eccederebbe il nostro assunto. Dobbiamo perciò limitarci a dare sommaria-

mente un' idea generale del modo di azione dei più importanti motori di questo genere: e per far questo nella forma più semplice ci varremo utilmente delle proprietà relative ai vettori alternativi, alla loro rappresentazione mediante vettori rotanti ed ai campi magnetici rotanti di cui ci siamo partitamente occupati per l'addietro (§ 118 e seguenti).

Incominciamo col far vedere come un alternatore ordinario possa fungere da motore. Ci figureremo al solito per comodo di rappresentazione che si tratti di una macchina bipolare intendendo però che quanto si dice sia applicabile a tutti gli alternatori in generale.

Eccitati che siano gl' induttori, se si suppone dapprima che nell' armatura s' immetta una corrente continua d' intensità I, ne nasce, per l' azione del campo sulla corrente, una coppia direttrice che calcolata colla legge generale indicata al § 76 si trova espressa in unità pratiche da

$$\Phi \cdot 10^{-8} \, I \text{ sen } \alpha,$$

Φ essendo il flusso abbracciato complessivamente dalle spirali dell'armatura, nella posizione in cui tal flusso è massimo, ed α l'angolo che fa colla direzione del campo *l' asse magnetico* dell' armatura, intendendo con questo nome la retta che nella posizione di massimo flusso viene a coincidere colla direzione del campo, e che per una spirale piana non è altro che la normale al piano delle spire. Prendendo sulla direzione dell' asse suddetto che indicheremo con A e che per ragioni di simmetria è sempre perpendicolare all' asse di rotazione, una lunghezza eguale ad I, avremo un vettore di grandezza I che si muove insieme coll' armatura ruotando in un piano normale all' asse di rotazione.

Se ora invece di una corrente continua si supponga immessa nell' armatura una corrente alternativa di intensità massima I, avremo da considerare secondo A un

vettore alternativo di grandezza massima I cui può sostituirsi una coppia di vettori di grandezza costante $\frac{I}{2}$, ruotanti in verso opposto nel piano suddetto con una velocità comune ω corrispondente alla frequenza della corrente, nel caso che l'asse A sia fisso, o con velocità differenti $\omega + \omega'$ e $\omega - \omega'$, nel caso che A ruoti coll'armatura con velocità uniforme ω' (§§ 137, 138).

Per ciascuno di questi due vettori l'azione del campo darà una coppia direttrice dipendente dalla posizione che ha il vettore nell'istante considerato, la quale pertanto varierà da istante a istante invertendosi periodicamente: ed è chiaro che se si considera l'azione complessiva corrispondente alla media di tutti gli importi per un intero periodo od una successione di periodi, essa risulterà nulla, nè vi sarà quindi alcuna coppia motrice effettiva che solleciti l'armatura a muoversi in un verso o nell'altro.

Questo, fino a che ω' *sia differente da* ω: quando invece ω' venga a concidere con ω, uno dei due vettori si riduce ad essere fisso, e come tale viene a subire per parte del campo un'azione permanente rappresentata da una coppia

$$z = \frac{1}{2} \Phi \cdot 10^{-8} I \operatorname{sen} \psi ,$$

denotando con ψ l'angolo che la direzione di detto vettore fa colla direzione del campo. Per l'altro vettore, che in questo caso ruota con velocità 2ω, l'azione resta nulla come sopra.

Si ha dunque che l'armatura percorsa da una corrente alternativa non subisce in complesso alcun'azione fintantochè sia in riposo o ruoti con velocità diversa dalla velocità ω corrispondente alla frequenza, ed è soggetta invece ad una coppia $z = \frac{1}{2} \Phi \cdot 10^{-8} I \operatorname{sen} \psi$ quando

la sua velocità è uguale ad ω, cioè quando il tempo impiegato dall' armatura a compiere un giro (o una frazione di giro corrispondente al *passo*, qualora si tratti di macchine multipolari) è uguale al periodo della corrente.

Rappresentiamo con $O\Phi$ (fig. 110) la direzione del campo e con OI la direzione del predetto vettore fisso, e supponiamo che il verso della rotazione dell'armatura sia da sinistra a destra e che l' angolo ψ si conti positivamente nel verso opposto: la coppia z, la quale tende in ogni caso a chiudere l' angolo $\psi = IO\Phi$, cangerà di segno con senψ ossia con ψ: sarà positiva quando OI cade a sinistra di $O\Phi$, nel qual caso essa è cospirante col movimento dell' armatura; sarà negativa quando OI cade a destra ed essa è contraria al movimento. Nel primo caso la coppia z è una coppia motrice, e supponendo che ad essa si opponga una coppia resistente esterna $z' = z$, si avrà uno stato di regime in cui la macchina funziona da motore con velocità ω sotto il carico z'.

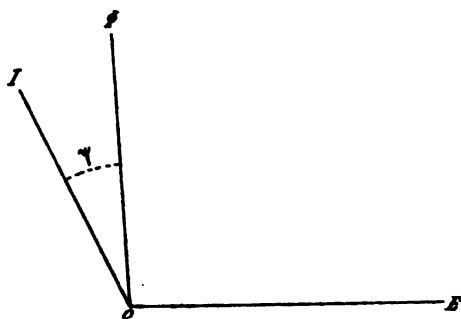



Fig. 110

Vediamo dunque intanto come un alternatore possa, alimentato da una corrente alternativa, fungere da motore *sincrono,* cioè agente solo con una determinata velocità corrispondente alla frequenza della corrente e non con altra velocità.

Nell' altro caso, in cui OI cade a destra di $O\Phi$ e la coppia z risulta negativa, le funzioni della macchina si presentano invertite: la coppia z si oppone allora al movimento, e affinchè questo si mantenga occorre una somministrazione di potenza meccanica dall' esterno.

Per istudiare più da vicino il modo di azione in ambi i casi, conviene precisare le condizioni da cui dipende l'angolo ψ, ossia la posizione della retta OI. Posto che la rotazione dell'armatura si faccia come si è detto da sinistra a destra, e supponendo di contare il tempo da un istante in cui l'asse A coincida con la direzione $O\Phi$ del campo, la direzione della retta OI (la quale corrisponde ad una delle due componenti rotative del vettore alternativo diretto secondo A rappresentante la corrente immessa, e propriamente alla componente *sinistrorsa* resa fissa per la rotazione *destrorsa* dell'armatura) risponde alla *fase* della corrente alternativa immessa nell'armatura e ψ rappresenta precisamente l'angolo di fase.

Un aumento del carico esterno, quando OI cade a sinistra, trattenendo l'armatura, fa crescere l'angolo ψ, ossia determina un ritardo di fase del moto dell'armatura rispetto alla corrente; ma con ψ cresce la coppia motrice $z = \frac{1}{2}\Phi \cdot 10^{-8} I \operatorname{sen}\psi$ fino al punto occorrente per compensare l'aumento di carico, purchè questo non superi il limite $\frac{1}{2}\Phi \cdot 10^{-8} I$ che rappresenta il massimo carico che l'armatura può reggere senza traboccare fuori di sincronismo. Una diminuzione di carico viene compensata allo stesso modo mediante una diminuzione dell'angolo ψ.

Quando OI cade a destra, la coppia z è negativa e la macchina assorbe lavoro meccanico invece di produrne; ma si presentano relazioni analoghe: ogni variazione della coppia motrice esterna determina, mediante lo spostamento della OI, una variazione della coppia z (resistente) ristabilendo l'eguaglianza.

Se invece di riguardare OI e $O\Phi$ come indici di direzioni fisse, si riguardano come posizioni iniziali di rette rotanti verso sinistra con velocità ω e di lunghezza rispettivamente uguale all'intensità massima I e al

flusso Φ, esse ci danno al solito modo la rappresentazione della corrente alternativa immessa nell'armatura e del flusso alternativo determinato attraverso alle spire dalla rotazione. Quest'ultimo provoca nell'armatura una *f. e. m.* indotta $\bar{E}$, rappresentata da una retta OE disposta normalmente alla $O\Phi$ dalla parte destra e di lunghezza uguale al prodotto $\omega\Phi \cdot 10^{-8}$, il cui lavoro, dato dal semiprodotto di E per I e per il coseno dell'angolo di fase $\widehat{IOE}$, deve corrispondere alla produzione o al consumo di lavoro meccanico. Infatti dall'essere $E = \omega\Phi \cdot 10^{-8}$, ed inoltre $\cos \widehat{IOE} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) = -\operatorname{sen} \psi$, si vede senz' altro come la detta espressione del lavoro elettrico risulta equivalente a $-\frac{1}{2}\,\omega\,\Phi \cdot 10^{-8} \operatorname{sen} \psi = -\,\omega z$, ossia alla espressione della potenza meccanica presa con segno cangiato.

Per valori positivi di $\operatorname{sen} \psi$, cioè quando OI cade a sinistra di $O\Phi$, vi ha quindi sviluppo di potenza meccanica e assorbimento di potenza elettrica; mentre quando $\operatorname{sen} \psi$ è negativo, ossia quando OI cade a destra, vi ha inversamente assorbimento di potenza meccanica e sviluppo di potenza elettrica.

Nel primo caso la macchina funge da motore convertendo in potenza meccanica quella parte della potenza elettrica, fornita colla corrente $\bar{I}$ dal generatore, che viene assorbita dalla *f. e. m.* indotta $\bar{E}$. Un tal motore è incapace di avviarsi da sè perchè la coppia z, come si è visto, non si sviluppa che alla velocità ω, onde conviene avviarlo portandolo con un mezzo qualsiasi al sincronismo: dopo di che si può aggiungere il carico, che esso è allora in grado di sopportare fino al limite $\frac{1}{2}\Phi \cdot 10^{-8} I$, regolandosi da sè in guisa che la coppia z corrisponda sempre al valore del carico stesso. Nel secondo caso la macchina funziona anch'essa da generatore concorrendo

mediante la *f. e. m.* $\overline{E}$ al mantenimento della corrente $\overline{I}$: essa funziona allora in parallelo coll' altro generatore o col sistema con cui è collegata.

E da tutto ciò apparisce chiaramente la ragione di quel che si disse parlando del modo di accoppiamento degli alternatori: che, cioè, esso si pratica solo in parallelo, e per poterlo fare occorre che le macchine sieno portate dapprima al sincronismo e sieno all'atto dell' accoppiamento regolate le fasi. Dopo, il sistema si mantiene e regola da sè.

Anche gli alternatori a correnti polifasi possono, come gli alternatori ordinari, funzionare da motori venendo alimentati con correnti pure polifasi. Qui pure le funzioni sono subordinate naturalmente alla condizione del sincronismo: nè vi ha alcuna sostanziale differenza fra gli uni e gli altri. Vi ha solo questo: che qui, per effetto dell' azione combinata delle correnti del sistema polifase sopra gl' induttori, si può avere anche fuori del sincronismo una certa coppia direttrice distinta che impiegata come mezzo di avviamento serve in certi casi ad avere delle macchine capaci di mettersi in moto da sè. Ma ciò rappresenta un' azione a parte che non altera le funzioni generali indicate di sopra.

Così i motori si distinguono in *monofasi* e *polifasi* come gli alternatori funzionanti da generatori; e anche qui i secondi presentano rispetto ai primi gli stessi vantaggi già notati (§ 168) parlando dei generatori, oltre quello accennato testè di potere in certe condizioni essere capaci di avviarsi da sè in grazia di reazioni secondarie dispensando quindi dal ricorrere a disposizioni speciali per ottenere l' avviamento, come è sempre necessario per i primi.

La più comune di queste disposizioni, quando la corrente eccitatrice degl' induttori è fornita separatamente da una dinamo a corrente continua, consiste nell' avere la dinamo montata sullo stesso albero del motore ed

avere inoltre una batteria di accumulatori, disposta in parallelo colle eliche degl'induttori, la quale nel periodo di funzionamento normale si carica restando poi carica durante il periodo di riposo. Alla ripresa, essa mentre fornisce la corrente eccitatrice degl'induttori, fornisce al tempo stesso quella occorrente per far funzionare da motore la dinamo suddetta, la quale serve così per l'avviamento fino a che sia raggiunto il sincronismo: dopo di che si rientra nelle funzioni normali.

§ 177. **Relazioni concernenti il regime dell'andamento sincronico.** — La stessa equazione generale solita è applicabile agli alternatori sia che se ne considerino le funzioni come generatori (§ 165), sia come motori. Solo vi ha differenza rispetto al modo con cui nei due casi si suole riguardare il segno o il verso delle quantità $\overline{D}$, $\overline{E}$, $\overline{I}$.

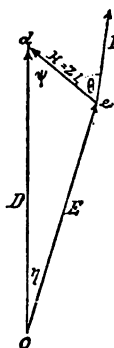
A questo proposito giova tener presente che qui, come in tutte le questioni dove si tratta di correnti alternative, il segno dipende dal verso assunto come positivo sul circuito e dal modo con cui in relazione col verso stesso si considerano i valori istantanei. Denotando con a e b i due poli della macchina e con $\overline{D}$ la differenza $\overline{V_a} - \overline{V_b}$ dei rispettivi valori del potenziale, nel caso del generatore si suole assumere come positivo nel circuito il verso che va da a a b *all' esterno*, e quindi riguardare come positivi per l'intensità e la *f. e. m.* i valori istantanei diretti secondo il medesimo, assegnando in conseguenza la fase o la direzione di $\overline{I}$ ed $\overline{E}$. La $\overline{E}$ viene così a corrispondere alla *f. e. m. attiva;* il semiprodotto $\frac{1}{2}\ |\overline{E}\ \overline{I}\ |$ significa col suo valore *positivo* potenza elettrica *prodotta* e corrispondentemente potenza meccanica assorbita; $\overline{D}$ comparisce come differenza di potenziale *emessa*, e il semiprodotto $\frac{1}{2}\ |\overline{D}\,\overline{I}\ |$

significa analogamente col suo valore positivo potenza elettrica emessa: l' equazione prende allora la forma $\overline{E} = \overline{D} + \overline{Z_a} \overline{I}$, ovvero $\overline{D} = \overline{E} - \overline{Z_a} \overline{I}$ (§§ 124, 165).

Per il motore invece si suole assumere come positivo il verso che va da *a* a *b all' interno*, con che $\overline{I}$ viene a cangiare segno nell' equazione, $\overline{E}$ similmente cangia segno, oppure, come più comunemente si suole, entra nell' equazione collo stesso segno ma col significato di *f. e. m. antagonista*, onde $\frac{1}{2} \left| \overline{E} \, \overline{I} \right|$ significa col suo valore *positivo* potenza elettrica *assorbita*, o potenza meccanica prodotta; $\overline{D}$ assume il significato di differenza di potenziale *impressa* e il valore positivo di $\frac{1}{2} \left| \overline{D} \, \overline{I} \right|$, quello di potenza elettrica impressa, e l' equazione si scrive $\overline{D} = \overline{E} + \overline{Z_a} \overline{I}$.

Si capisce però come si possa anche usare l' una o l' altra forma dell' equazione per ambi i casi adattando convenientemente l' interpretazione, e come si possa con la medesima equazione tener dietro alle funzioni della macchina quando si invertono passando da generatore a motore e viceversa.

Noi qui ci riferiremo alla seconda forma tenendo presente la relativa rappresentazione geometrica, e prenderemo a discutere brevemente le condizioni dell' andamento. Assumiamo come origine delle fasi, o direzione di riferimento, la fase, o direzione, di $\overline{D}$ ed indichiamo con η l' angolo $(\overline{D} \, \overline{E})$ compreso fra le direzioni di $\overline{D}$ e di $\overline{E}$, computato algebricamente con riguardo al verso; angolo che è variabile col regime della macchina. Denoteremo poi con $\overline{H}$ la differenza geometrica $\overline{D} - \overline{E}$ rappresentata dal terzo lato del triangolo di cui gli altri due lati rappresentano $\overline{D}$ ed $\overline{E}$ (fig. 111): con che l' equazione generale prende la forma $\overline{Z_a} \overline{I} = \overline{H}$, mentre la grandezza H vien data da $\sqrt{D^2 + E^2 - 2\, DE \cos \eta}$. Denoteremo inoltre con ψ l' angolo $(\overline{D} \, \overline{H})$ che risulta

determinato, come si vede dalla figura, date che siano le grandezze di $\overline{D}$ e di $\overline{E}$ e l'angolo η, e pel quale in grazia della proporzionalità dei lati ai seni degli angoli opposti si ha

$$\text{sen}\,\psi = -\frac{E\,\text{sen}\,\eta}{H},$$

dove il segno negativo del secondo membro dipende dalla considerazione del verso. Indicheremo infine con θ l'angolo $(\overline{I}\,\overline{H})$ definito dal rapporto $S_a : R_a$ della reattanza alla resistenza dell'armatura, costante per ogni data macchina. Mediante gli angoli θ, ψ ed η si esprimono poi gli angoli $(\overline{I}\,\overline{D})$ ed $(\overline{I}\,\overline{E})$ che danno la relazione di fase dell'intensità $\overline{I}$ rispetto a $\overline{D}$ e ad E, poichè si ha

Fig. 111

$$(\overline{I}\,\overline{D}) = (\overline{I}\,\overline{H}) + (\overline{H}\,\overline{D}),\ (\overline{I}\,\overline{E}) = (\overline{I}\,\overline{H}) + (\overline{H}\,\overline{D}) + (\overline{D}\,\overline{E})$$

cioè: $\quad (\overline{I}\,\overline{D}) = \theta - \psi \ , \ (\overline{I}\,\overline{E}) = \theta - \psi + \eta.$

L'ultimo di questi serve a specificare le funzioni della macchina, in quanto che il suo coseno determina il segno del prodotto scalare $|\overline{E}\,\overline{I}|$ che rappresenta il doppio della potenza.

Lo stesso prodotto è dato da

$$|\overline{E}\,\overline{I}| = \left|\overline{E}\,\frac{\overline{D}-\overline{E}}{\overline{Z}_a}\right| = \left|\overline{E}\cdot\frac{\overline{D}}{\overline{Z}_a}\right| - \left|\overline{E}\cdot\frac{\overline{E}}{\overline{Z}_a}\right|,$$

donde, tenuto conto della direzione dei segmenti $\dfrac{\overline{D}}{\overline{Z}_a}$ ed $\dfrac{\overline{E}}{\overline{Z}_a}$, si ricava l'espressione della potenza $\frac{1}{2}|\overline{E}\,\overline{I}|$ nella forma

$$\frac{1}{2}|\overline{E}\,\overline{I}| = \frac{E\,D}{2\,Z_a}\cos(\eta+\theta) - \frac{E^2}{2\,Z_a}\cos\theta = \frac{E}{2\,Z_a}\Delta,$$

avendo posto per brevità

$$\Delta = D\cos(\eta+\theta) - E\cos\theta.$$

Di là poi dividendo per ω (dove ω significa la velocità costante di rotazione se la macchina è bipolare, o la stessa divisa per ν se si tratta di una macchina multipolare con $2\,\nu$ poli) si ottiene il valore della coppia $z = \frac{1}{2\omega} \frac{E}{Z_a} \Delta$, che viene così caratterizzato dal valore di Δ.

Per mezzo delle grandezze di $\overline{D}$ ed $\overline{E}$ e per mezzo dell' angolo η, data che sia l' impedenza $\overline{Z}_a$, risultano determinate tutte le altre quantità nominate. Ora D si suppone data, E dipende, oltrechè dalla struttura della macchina, dall' *eccitazione*, cioè dall' intensità della corrente eccitatrice degl' induttori, ed è regolabile con quella; e quanto all' angolo η, esso, come ora vedremo, si regola automaticamente da sè a seconda del carico.

Ciò premesso, prendiamo a considerare una data macchina e vediamo come essa si comporta per diversi valori di E, ossia dell' eccitazione, supponendo dato e mantenuto costante il valore di D.

Riferiamoci dapprima al caso ideale di una macchina priva di reattanza ($\theta = o$, $\cos\theta = 1$), per la quale Δ si riduce a $D \cos \eta - E$, che all' atto in cui si stabiliscono le comunicazioni si trovi lanciata al sincronismo essendo $\overline{E}$ (presa, come si è detto, nel significato di *f. e. m.* antagonista) in fase con $\overline{D}$ ($\eta = o$). Sia:

1) E minore di D. — Si ha nel primo istante $\Delta = D - E$, e quindi si ha per la coppia il valore

$$\frac{1}{2\,\omega} \frac{E}{Z_a} (D - E)$$

che è positivo ed è il massimo che z possa avere. Questa coppia tenderà ad accelerare il moto con avanzamento di fase di $\overline{E}$: se ad essa non si oppone alcuna coppia resistente esterna, la fase avanzerà fino a un tal valore di η che z risulti nulla, o più propriamente uguale a quel tanto che occorre per vincere gli attriti mante-

nendo la velocità ω. Il valor limite η_0 corrispondente a $z = o$ è quello per cui si ha $D \cos \eta_0 - E = o$, ossia $\cos \eta_0 = \frac{E}{D}$. — Se invece si oppone una coppia resistente z', che non superi il predetto valor massimo di z corrispondente ad $\eta = o$, η procederà fino ad un valore tale che ne risulti $z = z'$: e così sarà raggiunto lo stato di regime. — Per ogni variazione di z', sempre al di sotto del limite suddetto, η varierà in corrispondenza regolandosi automaticamente. Per valori di z' superiori al limite, il moto si rallenterebbe andando fuori del sincronismo e la macchina si arresterebbe. — Per valori di η superiori ad η_0, la coppia z prende valori negativi diventando coppia resistente; occorre allora una coppia motrice esterna per mantenere il movimento e la macchina diviene generatrice, e come tale essa si regola pure da sè, η crescendo col crescere della coppia motrice in modo che z faccia equilibrio a questa, fino al limite di 180° ($\cos \eta = -1$) cui corrisponde il massimo valore negativo di z dato da

$$-\frac{1}{2\omega} \frac{E}{Z_a} (D + E).$$

Per η negativo, cioè quando $\overline{E}$ è in ritardo rispetto a $\overline{D}$, z piglia gli stessi valori, ma in tal caso ripetendo i ragionamenti fatti di sopra si trova che la macchina non è più autoregolatrice, ma è invece in condizioni di *instabilità*, in quanto che le variazioni di z che accompagnano le variazioni di η provocate da cause esterne, invece di opporsi come sopra a queste ultime, tendono ad accrescerne l' effetto.

2) $E = D$. — Si ha nel primo istante $z = o$; e la macchina lanciata al sincronismo, per l' effetto inevitabile degli attriti, rallenterà l' andatura e si produrrà un ritardo di fase di $\overline{E}$. Ma con ciò z diventa negativo e la macchina tende vieppiù a rallentare. Essa non può

quindi funzionare da motore: può bensì funzionare da generatore in guisa perfettamente analoga alla precedente con un avanzamento di fase η corrispondente alla coppia motrice esterna, fino al limite di 180° pel quale si ha il massimo valor negativo di z rappresentato da $-\frac{1}{\omega}\frac{E^2}{Z_a}$.

3) E maggiore di D. — Qui z è negativo fin dal primo istante e non può che crescere per valori negativi: la macchina non può quindi funzionare da motore, ma soltanto da generatore come sopra.

Riassumendo, si ha che una macchina priva di reattanza non può agire da motore che per E minore di D e dentro i limiti qui sopra indicati: $\overline{E}$ si trova allora in precedenza di fase rispetto a $\overline{D}$ e tanto più vicina quanto più grande è il carico, venendo a coincidere nel caso limite del massimo carico compatibile. L' angolo ψ risulta quindi sempre negativo e l' angolo $(\overline{I}\,\overline{D})$ sempre positivo, vale a dire che $\overline{E}$ è sempre in ritardo rispetto a $\overline{D}$, coincidendo solo nel caso limite suddetto.

Le condizioni mutano sostanzialmente coll' intervento della reattanza, come si vede subito avendo riguardo all' espressione di Δ e al modo con cui essa dipende dall' angolo θ. Per un dato valore di quest' ultimo, se E resta inferiore al limite E_m pel quale si ha $E_m \cos\theta = D$, esiste un valore η_0 di η per il quale

$$\cos\eta_0 = \frac{E\cos\theta}{D},$$

e quindi $\Delta = o$, $z = o$. E per tutti i valori di η compresi fra η_0 e $-\theta$ si hanno per Δ valori positivi e crescenti da zero a $D - E\cos\theta$, e corrispondentemente, valori positivi e crescenti da zero a $\frac{1}{2\omega}\frac{E}{Z_a}(D - E\cos\theta)$ per la coppia z.

Ragionando come sopra si conclude che in questo intervallo la macchina funziona da motore in condizioni stabili e l' angolo η si regola da sè a seconda della coppia motrice esterna z' purchè questa non oltrepassi il limite $\frac{1}{2\omega}\frac{E}{Z_a}(D - E\cos\theta)$. La macchina può dunque agire da motore anche per valori di E superiori a D fino al predetto valore E_m che cresce con θ e diviene grandissimo quando θ è vicino a 90°; il massimo della coppia corrisponde ad $\eta = -\theta$, onde nel campo di maggiore attività del motore la *f. e. m.* $\overline{E}$ si trova in ritardo di fase rispetto a $\overline{D}$ di un angolo di poco inferiore a θ. Con un ritardo superiore a θ le funzioni divengono instabili.

Per η negativo ψ risulta positivo e quindi l' angolo $(\overline{I}\,\overline{D}) = \theta - \psi$ può essere negativo, ossia $\overline{I}$ può trovarsi in precedenza rispetto a $\overline{D}$. Riferendosi al valore $\eta = -\theta$ cui corrisponde la massima coppia, e pel quale l' espressione data di sopra per sen ψ si riduce a $\frac{E}{H}$ sen θ, sarà sen ψ maggiore di sen θ, cioè ψ maggiore di θ e quindi $(\overline{I}\,\overline{D})$ negativo, qualora E sia maggiore di H, ossia di $\sqrt{D^2 + E^2 - 2DE\cos\theta}$, il che si verificherà quando $2E\cos\theta$ risulti maggiore di D. E poichè d' altra parte si è visto che il valor massimo E_m di E compatibile colle funzioni di motore è dato dall'equazione $E_m\cos\theta = D$, così la detta condizione si traduce in ciò che $2E$ sia maggiore di E_m. Si conclude pertanto che in un motore sincrono funzionante a pieno carico l' intensità $\overline{I}$ si trova in precedenza di fase rispetto a $\overline{D}$ per tutti i valori di E superiori alla metà di E_m. In tali condizioni il motore stesso fa in certo modo l' ufficio di condensatore, in quanto che determina una precedenza di fase della corrente rispetto alla differenza di potenziale impressa come se contenesse una reattanza negativa.

Per un dato valore di E l' angolo γ_i, come si è visto, dipende dal carico, poichè γ_i e la coppia z sono l' uno funzione dell' altra. E così pure, per un dato valore del carico, esiste un' analoga dipendenza fra γ_i ed E, di guisa che γ_i varia in corrispondenza del grado di eccitazione. Ora qui si presenta la questione della scelta dell' eccitazione più conveniente in ordine agli ufficii della macchina, e in particolare in ordine al rendimento. A tal uopo giova servirsi della rappresentazione grafica la quale vale anche a mettere in evidenza tutte le cose dette dianzi.

Conducasi (fig. 112) dall' estremità d della retta che rappresenta $\overline{D}$ una retta che stia all' indietro di un angolo θ rispetto alla direzione $d\,e$, cioè alla direzione della $\overline{H}$ presa in verso opposto, e su questa retta, la quale risulterà così parallela ed opposta alla direzione della I, si proiettino il punto O, in O', e l' estremità e della $\overline{E}$, in e'.

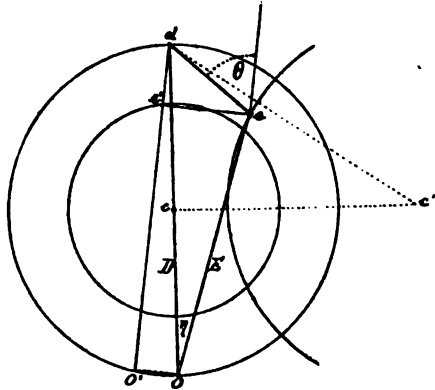



Fig. 112

Essendo l' angolo $d\widehat{O'}O$ uguale ad un retto, il punto O' apparterrà ad una circonferenza descritta sopra Od come diametro, e si avrà inoltre

$$O'e' = E\cos\left(\overline{I}\,\overline{E}\right)\,,\; d\,e' = H\cos\theta = R_a\,I;$$

onde il prodotto $Oe' \times de'$ diviso per 2 R_a rappresenterà la potenza e diviso per 2 $R_a\,\omega$ rappresenterà la coppia.

Supponendo costante il carico, anche il prodotto $Oe' \times de'$ deve mantenersi costante, onde segue, per

una nota proprietà del circolo, che il punto e' deve anch' esso appartenere ad una circonferenza concentrica alla precedente.

Ma se e' si muove sopra una circonferenza, anche il punto e estremo di $\overline{E}$ deve muoversi sopra una circonferenza. Infatti siccome l' angolo θ resta costante e quindi resta costante il rapporto $de' : de$ rappresentato da $\cos \theta$, nel triangolo rettangolo $de'e$ che ha un vertice d fisso ed un vertice e' mobile sopra una circonferenza, dovrà anche l' altro vertice e descrivere una circonferenza. Per trovare il centro di questo secondo circolo si supponga la direzione dO' portata a coincidere con dO, e dal punto di mezzo c della dO, che è il centro del primo circolo, si elevi una perpendicolare: il punto d' incontro c' di questa colla direzione che è venuta ad assumere la de ci darà il centro cercato.

Dall' esame della figura si rileva chiaramente la dipendenza mutua fra E e l' angolo η, come pure la dipendenza da loro dell' angolo $(\overline{I}\,\overline{D})$. E si vede in particolare come per piccoli valori di E la $\overline{I}$ sia in ritardo rispetto a $\overline{D}$, e poi col crescere di E finisca per raggiungerla ed oltrepassarla per modo da venire a trovarsi in precedenza di fase, e ciò in armonia con quanto si è detto qui sopra. Si rileva ancora l' andamento dei valori di I che danno il criterio per giudicare del rendimento.

La condizione più favorevole si avrà quando $\overline{I}$ è in fase con $\overline{D}$ e la direzione dO' coincide quindi con dO; nel qual caso il fattore di potenza $\cos (\overline{D}\,\overline{I})$ si riduce ad 1 e l' intensità prende il suo valor minimo, con che scendono al minimo anche le perdite che ne dipendono.

In pratica, se si fissa E con la condizione della corrispondenza di fase fra $\overline{I}$ e $\overline{D}$, l' intensità I resta determinata; o, se è invece dato il valore di I, risulta determinato il corrispondente valore di E.

La proprietà che possiede un motore sincrono sopraeccitato di determinare un avanzamento di fase della corrente sulla differenza di potenziale permette di utilizzare queste macchine a combattere la tendenza della corrente a ritardare, quando in una linea si trovino p. es. dei trasformatori, e ad elevare così il fattore di potenza.

Notiamo da ultimo che le considerazioni svolte in questo § sono applicabili anche agli alternatori polifasi.

§ 178. **Motori asincroni polifasi.** — Un' altra classe importante di motori a correnti alternative si fonda sull' applicazione dei campi rotanti. Si vide già (§ 120) come questi si possano produrre mediante un sistema di correnti polifasi e come un circuito chiuso che si trovi in seno a questi, per effetto delle correnti indotte che in esso si sviluppano e della reazione di tali correnti sul campo, venga sollecitato a muoversi seguendo la rotazione del campo.

Ed ecco senz' altro il principio dei motori in discorso: i quali consistono in un sistema d' elettrocalamite fisse disposte per la produzione di un campo rotante a mezzo di correnti bifasi o trifasi, ed un sistema simmetrico di circuiti chiusi, che costituisce l' armatura girevole intorno ad un asse coincidente con l' asse del campo rotante.

La forma più comunemente usata per l' armatura è quella così detta *a gabbia di scoiattolo*, che è indicata dalla fig. 113: è un sistema di sbarre di rame disposte secondo le generatrici di un cilindro e raccordate da cerchî di rame, cui, per accrescere il flusso magnetico, si aggiungono dei dischi, o corone circolari, di lamina di ferro, traversati dalle

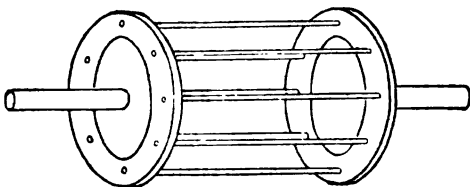



Fig. 113

sbarre e sovrapposti l' uno all' altro come nell' armatura a tamburo di Siemens.

Possiamo trovare facilmente l' espressione della coppia motrice che per l' effetto della rotazione del campo viene ad agire sull' armatura. Per questo consideriamo in generale un circuito chiuso di resistenza R e di induttanza L che, trovandosi in un campo rotante con velocità ω, ruoti alla sua volta nel medesimo verso con velocità ω': sarà $\omega - \omega'$ la velocità relativa che determina la *f. e. m.* alternativa sinusoidale $\overline{E}'$ indotta nel circuito, il cui valor massimo sarà

$$E' = (\omega - \omega') \Phi . 10^{-8},$$

Φ essendo il valor massimo del flusso abbracciato dal circuito. Ne risulterà una corrente indotta di grandezza

$$I = \frac{E'}{Z} = \frac{(\omega - \omega')\Phi . 10^{-8}}{\sqrt{R^2 + L^2 (\omega - \omega')^2}}$$

con un ritardo φ di fase definito dal rapporto $\frac{L(\omega - \omega')}{R}$.

L' espressione $\frac{1}{2} E' I \cos\varphi$, mentre ci dà il lavoro elettrico corrispondente, ci esprime al tempo stesso come sappiamo anche il lavoro meccanico occorrente per far ruotare con la velocità $\omega - \omega'$ il circuito in presenza del campo riguardato come fisso: moltiplicando per il numero p' di circuiti di cui l' armatura si compone e dividendo per $\omega - \omega'$, si ottiene la coppia z risultante dalle azioni che accompagnano il moto relativo, la quale coincide evidentemente con la coppia cercata. Ponendo per E', I e $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ i loro valori, viene

$$z = \frac{1}{2} \frac{p' (\omega - \omega') \Phi^2 R . 10^{-16}}{R^2 + L^2 (\omega - \omega')^2}.$$

La potenza meccanica sviluppata sarà rappresentata dal prodotto $z\omega'$ di tale coppia per la velocità effettiva ω' dell' armatura. L' espressione che così si ottiene coincide con quella già trovata al § 142 per la potenza meccanica, colà indicata con Λ, partendo dalla considerazione di un trasformatore rotante, che nel caso del secondario chiuso su sè stesso in corto circuito si riduce appunto al presente motore, come allora fu già avvertito. Non vi ha altra differenza se non che qui si chiama Φ il flusso complessivo che là, mettendo in evidenza il numero n' di giri, era rappresentato da $n'\Phi$.

Prendendo per ascisse i valori di ω' e per ordinate i valori di z dati dall' espressione precedente, si ha una curva che ci mette sott' occhio l' andamento dell' azione della macchina (fig. 114).

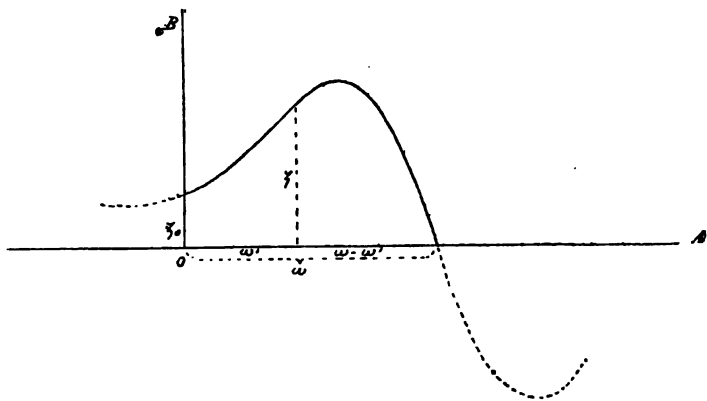



Fig. 114

La coppia z si riduce a zero quando si arriva al sincronismo, cioè quando $\omega' = \omega$, e cangia segno quando ω' diviene maggiore di ω, convertendosi in coppia resistente, talchè invece di un motore si ha allora un generatore. Così pure si ha un generatore per valori negativi di ω', nel qual caso z conserva il suo segno mentre la

rotazione è invertita: sulla figura la parte di curva relativa al generatore è punteggiata.

Per $\omega' = 0$ si ha la coppia z_0 *a fermo* o *di avviamento :*

$$z_0 = \frac{1}{2} \frac{p' \omega \Phi^2 R \cdot 10^{-16}}{R^2 + L^2 \omega^2}.$$

Il massimo di z si ha per $\omega - \omega' = \frac{R}{L}$ ossia $\omega' = \omega - \frac{R}{L}$, come si riconosce ponendo la sua espressione sotto la forma $\frac{1}{2} \frac{p' \Phi^2 10^{-16}}{W}$, con

$$W = \frac{R}{\omega - \omega'} + \frac{L^2}{R} (\omega - \omega'),$$

ed osservando che W divien minimo quando sia

$$\frac{R}{\omega - \omega'} = \frac{L^2}{R} (\omega - \omega'), \text{ cioè } \omega - \omega' = \frac{R}{L}$$

per la nota proprietà che la somma di due quantità il cui prodotto sia costante è minima quando esse sono uguali. Si vede poi che il valor minimo di W si riduce a $2L$, e quindi il valor massimo della coppia è

$$\frac{1}{2} \frac{p' \Phi^2 \cdot 10^{-16}}{2L}.$$

Nel caso concreto dell' armatura di un motore, la resistenza R è di ordinario assai piccola ed anche piccolo è generalmente il rapporto $\frac{R}{L}$, e quindi il massimo della coppia si ha quando la velocità ω' è vicina ad ω, mentre il valor iniziale z_0 è relativamente piccolo. A partire da questo, la coppia cresce dapprima con ω' fino a che sia $\omega' = \omega - \frac{R}{L}$, e quindi prende a decrescere rapidamente riducendosi a zero per $\omega' = \omega$.

Nel primo intervallo, cioè per z crescente, le funzioni del motore, per un' osservazione generale già fatta altra volta (§ 174), sono instabili: onde resta per l' uso pratico l' altro intervallo in cui il motore regola da sè la velocità a seconda del carico, purchè questo non ecceda il limite $\frac{1}{2} \frac{p' \Phi^2 10^{-16}}{2L}$. L' avviamento del motore sotto carico, standо così le cose, non potrebbe avvenire che nel caso in cui il carico stesso fosse inferiore al predetto valore z_0 della coppia a fermo, che è piccolo se piccolo è R. Ma si può riparare a ciò inserendo in principio una resistenza ausiliaria *di avviamento* che porti R al valore $L\omega$ (con che z_0 viene elevato al valore massimo), la quale poi si toglie mettendo l' armatura in corto circuito.

Questi motori prendono il nome di *motori asincroni polifasi.* Essi partecipano in qualche modo dei vantaggi dei motori a corrente continua per la facilità con cui entrano in azione e la regolarità delle loro funzioni, e di quelli a corrente alternativa per la semplicità, la mancanza dei collettori e la possibilità di adattare a piacere la tensione mediante l' uso di trasformatori.

§ 179. **Motori asincroni monofasi.** — Oltre questi si hanno anche dei *motori asincroni monofasi*, in cui un' armatura dello stesso tipo si muove in presenza di induttori attivati da una semplice corrente alternativa. Si capisce come, se l' armatura è in riposo, non possa in tali condizioni aversi alcuna coppia motrice, non essendovi ragione perchè prevalga l' azione in un verso piuttosto che nell' altro. Ma se all' armatura viene impressa una rotazione in un dato verso, ne viene una dissimmetria e quindi la produzione di una coppia che in condizioni convenienti la sollecita in quello stesso verso e può mantenerla in moto anche se si aggiunge un carico. Per rendersi ragione di ciò giova sostituire al campo alternativo

degli induttori il sistema equivalente di due campi rotanti in senso opposto e considerare l'azione che ciascuno di questi eserciterebbe separatamente sull'armatura, riconducendo così la questione al caso dei motori precedenti.

Denotando come sopra con Φ il valor massimo del flusso per il campo alternativo, avremo $^1/_2\,\Phi$ rotante con velocità ω p. es. verso destra che determinerà una coppia destrorsa z_1, e $^1/_2\,\Phi$ rotante con la stessa velocità ω verso sinistra che determinerà una coppia sinistrorsa z_2:

$$z_1 = \frac{p'}{4}\,\frac{(\omega-\omega')\,\Phi^2 R.10^{-16}}{R^2+L^2(\omega-\omega')^2},\quad z_2 = \frac{p'}{4}\,\frac{(\omega+\omega')\,\Phi^2 R.10^{-16}}{R^2+L^2(\omega+\omega')^2}$$

dove ω' indica ancora la velocità di rotazione dell'armatura, che supponiamo contata in ambi i casi positivamente verso destra. Se R è minore di $L\omega$, sarà z_1 maggiore di z_2 (§ 178).

Ed ora ponendo $z_1 - z_2 = z$, avremo in z la coppia risultante dall'azione del campo alternativo corrispondente alla sovrapposizione delle azioni dei due campi rotanti. Per $\omega' = 0$ le coppie z_1 e z_2 risultano uguali e si elidono; onde $z = 0$, vale a dire che non vi ha coppia a fermo. In generale poi si ha

$$z = \frac{p'}{4}\left(\frac{\omega-\omega'}{R^2+L^2(\omega-\omega')^2} - \frac{\omega+\omega'}{R^2+L^2(\omega+\omega')^2}\right)\Phi^2 R.10^{-16}.$$

Nella fig. 115 si veggono tracciate le curve che

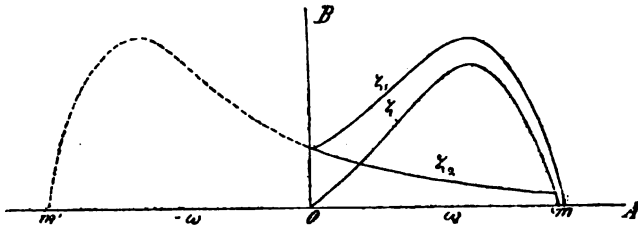



Fig. 115

rappresentano z_1 e z_2 e quella che rappresenta z, le cui ordinate corrispondono alla differenza delle ordinate delle

due prime: quivi apparisce come z, a partire da $\omega = 0$, vada crescendo da zero fino ad un massimo per poi decrescere rapidamente riducendosi di nuovo a zero per un valore di ω' di poco inferiore ad ω. Vi ha dunque un primo intervallo di z crescente in cui le funzioni del motore sono instabili, e a questo tien dietro un intervallo in cui z è decrescente; e qui il motore è in condizioni stabili e la velocità si regola da sè a seconda del carico. E così è messo in chiaro il modo di azione di questo genere di motori, che sono i più semplici di tutti.

Essi hanno però, come i motori monofasi sincroni, l' inconveniente di non potere avviarsi da se, onde occorre provvedere in qualche modo al loro avviamento.

La disposizione più comune impiegata a tal uopo consiste nell' aggiunta di un avvolgimento ausiliario sul sistema induttore, in tali condizioni di reattanza che collegandolo in parallelo col circuito principale si abbiano nei due rami due correnti con considerevole spostamento di fase, le quali possono servire alla produzione di un campo rotante. Si ottiene così una coppia motrice capace di iniziare la rotazione e quindi si può sopprimere il collegamento col circuito ausiliario.

§ 180. **Convertitrici rotative.** — Si dà il nome di *convertitrici* alle macchine dinamo-elettriche usate a funzioni multiple, di cui daremo qui da ultimo un cenno.

Una dinamo con armatura chiusa e simmetrica, ad anello o a tamburo, e con eccitazione indipendente, può, come si è visto (§§ 145, 146), mediante un collettore e un sistema di armille riunite a diversi punti dell' armatura, fornire a piacere una corrente continua o una corrente alternativa semplice o un sistema polifase, ed anche più cose insieme. Ricordiamo a questo proposito che la differenza di potenziale continua alle estremità del collettore e la differenza di potenziale massima fra le

armille collegate a due punti diametralmente opposti dell' armatura sono uguali, onde il rapporto fra la prima ed il valore efficace della seconda è dato da $\sqrt{2}$; mentre il rapporto fra il detto valore efficace della differenza di potenziale agli estremi di un diametro e quello che si ha fra due punti comunque presi sull' armatura è uguale al rapporto del diametro alla corda che unisce i due punti, e quindi p. es. se i due punti distano di 120° il rapporto è rappresentato da $2 : \sqrt{3}$. Di guisa che la tensione continua, la tensione efficace della corrente alternativa semplice (presa agli estremi di un diametro) e quella della trifase stanno fra loro come i numeri

$$1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1 : 0{,}707 : 0{,}612.$$

Aggiungendo una seconda armatura simile alla prima montata sullo stesso asse e soggetta allo stesso campo induttore, si ha una macchina la quale può servire a passare da una data corrente di qualsiasi forma ad un' altra di forma pure quale si voglia: ed anche il rapporto delle tensioni, scegliendo convenientemente il numero dei giri delle due armature (in base alla conoscenza degli stessi rapporti per le diverse forme di corrente sulla medesima armatura, di cui si è detto testè), può essere variato a piacere.

Per questo non si ha che da inviare in una delle due armature (che diremo *primaria*) la corrente data, attraverso il collettore o attraverso due o più armille secondo che si tratta di corrente continua o di corrente alternativa semplice o polifase, e derivare dall'altra armatura (*secondaria*) la corrente voluta. L' armatura primaria funge cosi da motore, e la secondaria da generatore. Il rapporto delle tensioni primaria e secondaria, essendo comune il campo induttore, non dipende che dalla forma delle due correnti e dai numeri di giri delle armature, e si mantiene sensibilmente costante (prescindendo dal-

l' influenza che può avere qualche eventuale differenza nella misura con cui si svolgono le reazioni delle due armature).

Immettendo la corrente trifase, e in generale la polifase, nell' armatura primaria senza eccitazione degli induttori e con le loro eliche chiuse sopra sè stesse, mentre l' altra armatura è aperta, la macchina si avvia da sè, come un motore polifase asincrono, ed il moto si accelera fino al sincronismo. A questo punto si possono eccitare gl' induttori, sia a mezzo di una corrente esterna, sia derivando la corrente eccitatrice dalle spazzole del collettore della stessa armatura primaria, con che si viene al motore sincrono polifase; e allora si chiude l' armatura secondaria traendone la corrente continua, l' alternativa semplice o il sistema polifase, secondo che si vuole.

Immettendo invece nell' armatura primaria una corrente alternativa semplice, la macchina, come un motore monofase asincrono, non può avviarsi da sè; inoltre quando sia stata comunque avviata ed abbia raggiunto il sincronismo, la differenza di potenziale alle spazzole del collettore non è in generale costante come nel caso precedente, ma fluttuante; di che uno può rendersi ragione facilmente sostituendo, come al § 176, alla corrente alternativa il sistema dei due vettori rotanti di cui uno è ridotto fisso per la rotazione dell' armatura, mentre l' altro viene a ruotare con velocità doppia: al primo di essi vien qui a corrispondere una differenza costante di potenziale alle spazzole quale si aveva con la polifase, ed al secondo una differenza alternativa di pulsazione 2ω che produce la fluttuazione anzidetta. Perciò questo caso si presta meno bene all' autoeccitazione.

Applicando all' armatura primaria una differenza di potenziale continua, si consegue ovviamente anche l' autoeccitazione: qui abbiamo il motore a corrente continua in cui la velocità si regola da sè a seconda

del carico dipendente dalla corrente derivata dall'armatura secondaria; e, se questa è aperta, il moto si accelera fino a che la *f. e. m.* antagonista sviluppata nell'armatura uguaglia la differenza di potenziale impressa, e quindi non passa nell'armatura alcuna corrente.

Si è parlato fin qui di una macchina a doppia armatura; ma l'azione rimane sostanzialmente la stessa anche se si sopprime una delle armature, potendo le diverse funzioni raccogliersi e sovrapporsi nell'altra. Si viene così al tipo di macchina che sotto il nome di *convertitrice* più comunemente si usa nella pratica, la quale non differendo nella struttura da una dinamo ordinaria che per esser fornita al tempo stesso di un collettore con la relativa coppia di spazzole e di un sistema di armille collegate a diversi punti dell'armatura e di altrettanti stofinatori, si presta a molteplici ufficii. Infatti si vede, dopo quanto si è detto qui e per l'addietro, che una macchina siffatta può servire:

1) da dinamo o da motore a corrente continua;

2) da generatrice o da motore sincrono per correnti alternative semplici o polifasi;

3) da trasformatore di correnti continue in correnti alternative monofasi o polifasi, e di correnti polifasi in correnti continue o alternative semplici.

In tutti questi casi la macchina è anche autoeccitatrice. I rapporti di tensione nella trasformazione di correnti si mantengono costanti e quali li abbiamo indicati in principio.

In relazione con la moltiplicità delle funzioni sta però anche il giuoco complesso delle reazioni che intervengono, la cui analisi ci porterebbe troppo lungi. Perciò ne basta avere indicato sommariamente i caratteri generali.

FINE.

INDICE

PARTE PRIMA

Preliminari

I. Quantità ed unità.

II. Vettori - Campi vettoriali.

III. Energia: sue forme.

CAPITOLO I

Richiami di elettrostatica.

CAPITOLO II

Richiami di magnetismo.

CAPITOLO III

Correnti permanenti.

Capitolo IV

Elettromagnetismo.

Capitolo V

Correnti indotte.

Capitolo VI

Unità elettriche.

CAPITOLO VII

Misure elettriche.

PARTE SECONDA

CAPITOLO VIII

Correnti alternative.

Capitolo IX

Trasformatori.

Capitolo X

Correnti polifasi.

Capitolo XI

Macchine dinamo-elettriche.

Capitolo XII

Dinamo a corrente continua.

CAPITOLO XIII

Dinamo a corrente alternativa.

CAPITOLO XIV

Motori elettrici a corrente continua.

CAPITOLO XV

Motori a correnti alternative.